

中国大学先修课程

微积分

Calculus

张天德 王 玮 张焕玲 编著



山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

中国



微积分

张天德 王 玮 张焕玲 编著



山东科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

微积分 / 张天德, 王玮, 张焕玲编著. — 济南: 山东科学技术出版社, 2016.9

中国大学先修课程

ISBN 978-7-5331-8519-0

I. ①微… II. ①张… ②王… ③张… III. ①微积分—高等学校—教材 IV. ①0172

中国版本图书馆CIP数据核字 (2016) 第224831号

中国大学先修课程 微积分

张天德 王玮 张焕玲 编著

主管单位: 山东出版传媒股份有限公司

出版者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 82098088

网址: www.lkj.com.cn

电子邮件: sdkj@sdpress.com.cn

发 行 者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 82098071

印 刷 者: 山东金坐标印务有限公司

地址: 莱芜市赢牟大街西首

邮编: 271100 电话: (0634) 6276025

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 16.25

字 数: 260千

印 数: 1-1000

版 次: 2016年9月第1版 2016年9月第1次印刷

ISBN 978-7-5331-8519-0

定价: 32.00元

前 言

大学先修课程(Advanced Placement,简称 AP)始于20世纪50年代初期,是由美国三所顶尖高中(安多弗、埃克塞特和劳伦斯维尔)和三所顶尖大学(哈佛、普林斯顿和耶鲁),针对当时美国大学与中学之间教育衔接存在的断层问题开设的。大学先修课程为充分利用好高中最后两年学习时间,实现大学与中学教育有效衔接,为培养拔尖创新人才提供了重要的教育教学改革路径。大学先修课程由美国大学理事会(The College Board)接管并提供在高中授课,经过半个世纪的发展,目前已开设艺术、语言、人文、数理类及分层课程等22个领域的37大门类课程。已有40多个国家的3600多所大学承认AP学分,将其作为录取学生的参考标准之一,有些学校还可将AP学分转为考生的大学学分,其中有哈佛、耶鲁、牛津、剑桥等世界知名大学。随着出国留学热的兴起,近年来,美国AP课程被引进中国,在国内中学日益火爆,许多中学的国际部将其列为专修课程。

中国大学先修课程(Chinese Advanced Placement,简称CAP)联手高等教育出版社,中国教育学会希望借助高教社在教育领域特别是高等教育领域的专家等资源优势,旨在让学有余力的高中生及早接触大学课程内容,接受大学思维方式、学习方法的训练,让学生真正享受到最符合其能力水平和兴趣的教育,帮助其为大学学习乃至未来的职业生涯做好准备;同时也为深化我国高中教育教学改革,推进人才培养模式创新起到积极的促进作用。

大学先修课是大学的内容,教学方法采用大学的教学方式,引导学生用自主学习的方式去学习和思考。大学先修课考试的目的是体现学生的自主学习和独立思考能力,而不是仅仅考量知识的掌握程度。

《微积分》是中国大学先修课程的主要课程之一。微积分(Calculus)是高等数学中研究函数的微分、积分以及有关概念和应用的数学分支。它是数学的一个基础学科。微积分学是微分学和积分学的总称。它是一种数学思想,“无限细分”就是微分,“无限求和”就是积分。17世纪后半叶,牛顿和莱布尼兹完成了许多数学家都参加过的工作,分别独立地建立了微积分学。他们建立微积分的出发点是直观的无穷小量,但是理论基础是不牢固的。因为“无限”的概念是无法用已经拥有的代数公式进行演算的,所以直到19世纪,柯西和魏尔斯特拉斯建立了极限理论,康托尔等建立了严格的实数理论,这门学科才得以严密化。微积分是与实际应用联系着发展起来的,它在天文学、力学、化学、生物学、工程学、经济学等自然科学、社会科学及应用科学等多个分支中,有越来越广泛的应用。

随着社会的发展和科技的进步,微积分课程的重要地位日显突出,既是高等学校非数学类各专业一年级的一门必修课,也是其他后继课程的基础。学习任何一门近代数学或工程技术都必须先学微积分,学好这门课会对今后的大学阶段学习奠定坚实的基础。

本书根据中国大学先修课程《微积分》大纲内容编写,共分为六章,主要内容包括:函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分、定积分及其应用。每章又分为若干节,每节的最后设有同步习题,在本书的最后有同步习题参考答案。通过本书学习不但可以使中学生了解微积分的起源、培养中学生及早地了解与把握微积分的基本思想,掌握最核心内容,更重要的是培养中学生抽象思维、逻辑推理的能力,尤其是运用数学的意识和能力。

本书的学习结合中国大学 MOOC(慕课)效果更佳。中国大学 MOOC 是承接教育部国家精品开放课程任务的在线教育平台,向大众提供中国知名高校的 MOOC 课程。在这里,每一个有意愿提升自己的人都可以免费获得优质的高等教育。对应本书在中国大学 MOOC 开设有课程,网址:<http://www.icourse163.org/course/sdu-1001617002#/info>。

本书由山东大学张天德、王玮、张焕玲编著。山东大学吴臻教授对本书作了仔细的校审,并提出了修改建议。该书既可以作为中国大学先修课程《微积分》的配套教材使用,也可以为广大高中生了解、自学大学数学提供富有成效的帮助。

书中不足之处,恳请指正。

编著者

2016年9月

目 录

第一章 函数	(1)
第一节 集合	(1)
一、集合的概念	(1)
二、集合的表示法	(2)
三、集合的运算	(2)
四、区间、邻域	(4)
同步习题 1.1	(6)
第二节 函数的概念及基本性质	(6)
一、函数的产生	(6)
二、函数的概念	(7)
三、函数的基本性质	(11)
同步习题 1.2	(16)
第三节 函数的基本运算	(17)
一、函数的四则运算	(17)
二、复合函数	(18)
三、反函数	(20)
四、初等函数	(22)
同步习题 1.3	(25)
第四节 建立函数关系举例	(25)
同步习题 1.4	(27)
第二章 极限与连续	(29)
第一节 数列的极限	(29)
一、极限的起源	(29)
二、数列的概念	(30)
三、数列的极限	(30)
四、数列极限的性质	(33)
同步习题 2.1	(34)
第二节 函数的极限	(35)
一、自变量趋向有限值时函数的极限	(35)
二、自变量趋于无穷大时函数的极限	(39)
三、函数极限与数列极限的关系	(40)
四、函数极限的性质	(42)
同步习题 2.2	(43)
第三节 极限的运算法则	(44)
一、极限的四则运算法则	(44)
二、极限存在准则	(47)

三、两个重要极限	(49)
四、连续复利问题	(52)
同步习题 2.3	(52)
第四节 无穷小量和无穷大量	(53)
一、无穷小量和无穷大量	(53)
二、无穷小的比较	(56)
同步习题 2.4	(60)
第五节 函数的连续性	(61)
一、函数连续的定义	(61)
二、函数的间断点	(63)
三、连续函数的性质	(67)
四、闭区间上连续函数的性质	(69)
同步习题 2.5	(73)
第三章 导数与微分	(74)
第一节 导数的概念	(74)
一、导数的起源	(74)
二、导数的定义	(77)
三、可导与连续的关系	(80)
四、导数的实际意义	(81)
同步习题 3.1	(82)
第二节 求导法则和基本求导公式	(83)
一、导数的四则运算法则	(83)
二、反函数的求导法则	(85)
三、复合函数求导法则	(86)
四、对数求导法则	(88)
五、隐函数的求导法则	(89)
六、基本求导公式	(91)
同步习题 3.2	(92)
第三节 高阶导数	(93)
一、高阶导数的定义	(93)
二、求导法则	(94)
同步习题 3.3	(96)
第四节 微分	(96)
一、微分的定义	(96)
二、微分的计算	(99)
三、微分的形式不变性	(99)
同步习题 3.4	(100)
* 第五节 导数在经济中的应用	(100)
一、边际概念	(100)
二、边际成本	(101)
三、边际收益	(102)

四、函数的弹性	(103)
同步习题 3.5	(104)
第四章 微分中值定理和导数的应用	(106)
第一节 微分中值定理	(106)
一、微分中值定理简史	(106)
二、罗尔定理	(107)
三、拉格朗日中值定理	(109)
四、柯西中值定理	(111)
同步习题 4.1	(113)
第二节 洛必达法则	(114)
一、“ $\frac{0}{0}$ ”型不定式	(115)
二、“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型不定式	(116)
三、其它类型不定式	(117)
同步习题 4.2	(119)
第三节 泰勒中值定理	(121)
一、问题的提出——用多项式逼近函数	(121)
二、泰勒中值定理	(122)
三、麦克劳林公式	(124)
同步习题 4.3	(128)
第四节 函数的单调性、极值和最大最小值	(129)
一、函数的单调性	(129)
二、函数的极值及其求法	(131)
三、函数的最大值和最小值	(135)
同步习题 4.4	(137)
第五节 曲线的凹凸性和函数作图	(138)
一、曲线弯曲的方向——凹凸性	(138)
二、曲线的渐近线	(141)
三、函数作图	(142)
同步习题 4.5	(144)
* 第六节 函数极值在经济问题中的应用	(145)
一、最大利润问题	(145)
二、成本最低的生产问题	(146)
同步习题 4.6	(151)
第五章 不定积分	(152)
第一节 不定积分的概念与性质	(152)
一、积分简介	(152)
二、原函数与不定积分的概念	(153)
三、不定积分的性质	(155)
四、基本积分公式	(156)

同步习题 5.1	(159)
第二节 换元积分法	(159)
一、第一类换元积分法	(160)
二、第二类换元积分法	(165)
同步习题 5.2	(169)
第三节 分部积分法	(171)
同步习题 5.3	(174)
第四节 有理函数的积分	(175)
一、有理函数的积分	(175)
二、三角函数的有理式的积分	(178)
三、某些无理式的积分	(181)
同步习题 5.4	(182)
第六章 定积分及其应用	(183)
第一节 定积分的概念和性质	(183)
一、定积分的形成及牛顿、莱布尼兹生平简介	(183)
二、定积分问题举例	(185)
三、定积分概念	(188)
四、定积分的性质	(190)
同步习题 6.1	(194)
第二节 微积分基本公式	(194)
一、积分上限的函数及其导数	(195)
二、牛顿—莱布尼兹公式	(197)
同步习题 6.2	(199)
第三节 定积分的换元法和分部积分法	(200)
一、定积分的换元法	(200)
二、定积分的分部积分法	(207)
同步习题 6.3	(210)
第四节 定积分的应用	(211)
一、微元法的基本思想	(211)
二、定积分在几何上的应用	(212)
三、定积分在物理上的应用举例	(220)
* 四、定积分的经济应用举例	(222)
同步习题 6.4	(224)
第五节 反常积分	(225)
一、无限区间上的反常积分	(226)
二、无界函数的反常积分	(227)
同步习题 6.5	(230)
同步习题参考答案	(231)
常用三角函数基本公式	(246)
参考文献	(249)

第一章 函数

函数是微积分学研究的主要对象. 本章的主要内容包括函数的基本概念和各种属性, 基本初等函数的图象和性质, 初等函数与一些常见的非初等函数.

在微积分这门课程中, 函数定义中的自变量和因变量都是实数, 因此, 研究函数离不开实数. 所以, 在本章的开始首先对于实数集合的有关知识进行学习.

第一节 集合

一、集合的概念

“集合”是数学中一个重要的概念, 它在现代数学中起着非常重要的作用.

我们常常研究某些事物组成的集体, 例如一班学生、一批产品、全体正整数等等, 这些事物组成的集体都是集合(有时简称集).

一般说来, 集合是具有某种属性的事物的全体, 或是一些确定对象的汇总. 构成集合的事物或对象, 称为集合的元素.

下面举几个集合的例子:

例1.1.1 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根.

例1.1.2 全体偶数.

例1.1.3 $x + y - 1 = 0$ 上所有的点.

由有限个元素构成的集合, 称为有限集合, 如例 1.1.1;

由无限多个元素构成的集合, 称为无限集合, 如例 1.1.2、1.1.3.

通常, 我们用大写字母 A, B, C, \dots 表示集合, 用小写字母 a, b, c, \dots 表示集合的元

素. 如果 a 是集合 A 的元素, 则记作 $a \in A$, 读作 a 属于 A 或 a 在 A 中; 如果 a 不是集合 A 的元素, 则记作 $a \notin A$, 读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中.

例如, 如果 F 表示全体有理数的集合, 则 $\frac{3}{5} \in F, \sqrt{2} \notin F$.

我们这里讲的集合, 具有确定性的特征, 即对于某一个元素是否属于某个集合是确定的, “是”或者“不是”二者必居其一.

二、集合的表示法

1. 列举法. 按任意顺序列出集合的所有元素, 用逗号隔开, 并用花括号 $\{\}$ 括起来.

例 1.1.4 由 a, b, c, d 四个元素组成的集合 A , 可表示为:

$$A = \{a, b, c, d\}.$$

例 1.1.5 由 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根所构成的集合 A , 可表示为:

$$A = \{2, 3\}.$$

用列举法表示集合时, 必须列出集合中的所有元素, 不可遗漏和重复.

2. 描述法. 设 $P(a)$ 为某个与 a 有关的条件或法则, A 为满足 $P(a)$ 的一切 a 构成的集合, 则记为:

$$A = \{a | P(a)\}.$$

例 1.1.6 设 A 为 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根所构成的集合, 可表示为:

$$A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}.$$

例 1.1.7 设 A 为全体偶数的集合, 可表示为:

$$A = \{x | x = 2n, n \text{ 为整数}\}.$$

3. 图示法. 集合以及集合间的关系可以用图形表示, 称为文氏图. 文氏图是用一个简单的平面区域代表一个集合, 如图 1-1 所示. 集合内的元素用区域内的点表示.

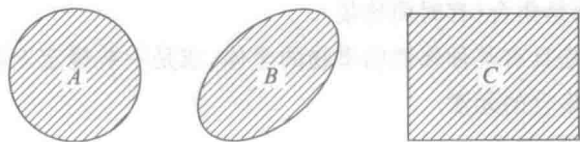


图 1-1

三、集合的运算

由所研究的所有事物构成的集合称为全集, 记作 U .

不包含任何元素的集合称为空集, 记作 Φ .

定义 1.1.1 如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 即“如果 $\forall a \in A$, 则 $a \in$

B ”，则称 A 为 B 的子集，记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ ，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A 。如图 1-2 所示。

定义 1.1.2 设有集合 A 和 B ，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \supseteq A$ ，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$ 。

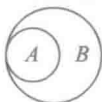


图 1-2

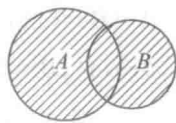


图 1-3

例 1.1.8 设 $A = \{x | x^2(x^2 - 4) = 0\}$ ，则下列集合中与 A 相同的是_____。

- A. $\{x | x(x+2) = 0\}$ B. $\{x | x(x^2 - 4) = 0\}$
 C. $\{x | (x-2)(x^2 - 4) = 0\}$ D. $\{x | e^x(x^2 - 4) = 0\}$

解 事实上 $A = \{x | x = 0 \text{ 或 } x = -2 \text{ 或 } x = 2\}$ 。

选项 A 中的集合为 $\{x | x = 0 \text{ 或 } x = -2\}$ ，

选项 B 中的集合为 $\{x | x = 0 \text{ 或 } x = -2 \text{ 或 } x = 2\}$ ，

选项 C 中的集合为 $\{x | x = -2 \text{ 或 } x = 2\}$ ，

选项 D 中的集合为 $\{x | x = -2 \text{ 或 } x = 2\}$ 。

故应选 B。

定义 1.1.3 设有集合 A 和 B ，由 A 和 B 所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的并，记为 $A \cup B$ ，如图 1-3 所示。即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

集合的并有下列性质：

- (1) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$;
 (2) 对任何集合 A ，有 $A \cup \emptyset = A, A \cup U = U, A \cup A = A$ 。

定义 1.1.4 设有集合 A 和 B ，由 A 和 B 所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的交，记为 $A \cap B$ ，如图 1-4 的阴影部分所示。即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

集合的交有下列性质：

- (1) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$;
 (2) 对任何集合 A ，有 $A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap U = A, A \cap A = A$ 。

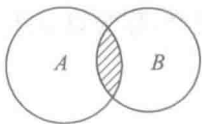


图 1-4

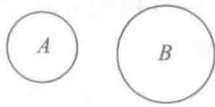


图 1-5

例 1.1.9 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5, 6\}$ ，则

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A \cap B = \{3, 4\}.$$

例 1.1.10 设 $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b\}$ ，则 $A \cup B = \{a, b, c\}, A \cap B = \{a, b\}$ 。

如果 $A \cap B = \Phi$, 则称 A, B 是分离的, 如图 1-5 所示.

定义 1.1.5 设有集合 A 和 B , 属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合, 称为 A 与 B 的差, 记为 $A-B$, 如图 1-6 的阴影部分所示. 即

$$A-B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}.$$

例 1.1.11 如果 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$,

则 $A-B = \{2, 4\}$.

定义 1.1.6 全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合, 称为 A 的补集, 记作 \bar{A} , 如图 1-7 表示, 即

$$\bar{A} = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}.$$

补集有下列性质: $A \cup \bar{A} = U, A \cap \bar{A} = \Phi$.

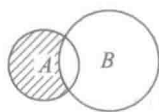


图 1-6

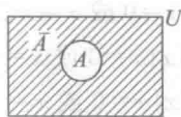


图 1-7

集合运算律:

(1) 交换律: (I) $A \cup B = B \cup A$;

(II) $A \cap B = B \cap A$.

(2) 结合律: (I) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

(II) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

(3) 分配律: (I) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$;

(II) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

(4) 摩根律: (I) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$;

(II) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

四、区间、邻域

(一) 区间

设 a, b 为实数, 且 $a < b$.

1. 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的开区间, 记作 (a, b) , 如图 1-8 所示. 即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}$$



图 1-8

2. 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的闭区间, 记作 $[a, b]$, 如图 1-9 所示. 即

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}.$$

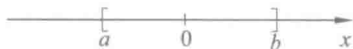


图 1-9

3. 满足不等式 $a < x \leq b$ (或 $a \leq x < b$) 的所有实数 x 的集合, 称为以 a, b 为端点的半开区间, 记作 $(a, b]$ (或 $[a, b)$), 分别如图 1-10 和图 1-11 所示. 即

$$(a, b] = \{x | a < x \leq b\}, [a, b) = \{x | a \leq x < b\}.$$



图 1-10



图 1-11

以上三类区间为有限区间. 有限区间左端点 a 到右端点 b 的差 $b - a$, 称为区间的长. 还有下面几类无限区间:

4. $(a, +\infty) = \{x | x > a\};$

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}.$$

5. $(-\infty, b) = \{x | x < b\};$

$$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}.$$

6. $(-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\}$, 即全体实数的集合.

例 1.1.12 利用区间表示集合 $S = \{x | x^2 + x - 12 > 0\}$.

解 不等式左端分解因式, 将不等式化为等价的形式为:

$$(x-3)(x+4) > 0$$

解此不等式得: $x < -4$ 或 $x > 3$

用区间表示为:

$$x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty).$$

(二) 邻域

我们知道, 实数集合 $\{x | |x - x_0| < \delta, \delta > 0\}$ 在数轴上是一个以点 x_0 为中心、长度为 2δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 把这个开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 称为点 x_0 的 δ 邻域, 记作 $U(x_0, \delta)$. x_0 称为邻域中心, δ 称为邻域的半径, 如图 1-12 所示.

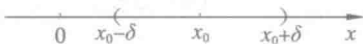


图 1-12

例如 $|x - 5| < \frac{1}{2}$, 即为以点 $x_0 = 5$ 为中心, 以 $\frac{1}{2}$ 为半径的邻域, 也就是开区间 $(4.5,$

$5.5)$.

在微积分中还常常用到集合 $\{x | 0 < |x - x_0| < \delta, \delta > 0\}$, 这是在点 x_0 的 δ 邻域内去掉点 x_0 , 由其余的点所组成的集合, 即集合 $(x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$, 称之为以 x_0 为中心, 半径为 δ 的去心邻域, 记作 $\dot{U}(x_0, \delta)$. 如图 1-13 所示.

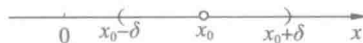


图 1-13

赖关系,提出了“变量”的概念.同时也引入了函数的思想.

伽利略研究抛物体的运动及自由落体运动时产生了如下函数

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

莱布尼兹、傅里叶、柯西在不同时期都给出了函数的定义.

函数概念从提出到完成,用了二百多年的时间,不断被精炼、深化、丰富.而我们现在使用的单值函数的概念是由狄利克雷给出的.



笛卡尔

二、函数的概念

(一) 基本概念

我们在中学数学中学习过函数,其定义为:

设在某个变化过程中,有两个变量 x 与 y ,如果对于 x 所考虑范围内的每一个数值,都有一个确定的数值 y 与之对应,则称 y 是 x 的函数.

现在我们用集合的语言给出函数关系的定义.

定义 1.2.1 若 D 是一个非空实数集合,设有一个对应规则 f ,使对每一个 $x \in D$,都有一个确定的实数 y 与之相对应,则称这个对应规律 f 为定义在 D 上的一个函数关系,或称变量 y 是变量 x 的函数.记作 $y = f(x), x \in D$.

x 称为自变量, y 称为因变量或函数.

集合 D 称为函数的定义域,也可以记作 $D(f)$.

对于 $x_0 \in D(f)$ 所对应的 y 值,记作 y_0 或 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$,称为当 $x = x_0$ 时函数 $y = f(x)$ 的函数值.

全体函数值的集合 $\{y | y = f(x), x \in D(f)\}$,称为函数 $y = f(x)$ 的值域,记作 Z 或 $Z(f)$.

函数 $f(x)$ 中的 f 反映自变量与因变量的对应规则.对应规则也常常用 φ, h, g, F 等表示,那么函数也就记作 $\varphi(x), h(x), g(x), F(x)$ 等.有时为简化符号,函数关系也可记作 $y = y(x)$,此时等号左边的 y 表示函数值,右边的 y 表示对应规则.

在平面直角坐标系中,取自变量在横轴上变化,因变量在纵轴上变化,则平面点集 $\{(x, y) | y = f(x), x \in D(f)\}$,即为定义在 $D(f)$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图形.

学习中学数学时我们已经熟悉了很多函数关系,知道定义域和对应规则是确定函数关系的两个要素.在描述任何一个函数时,必须同时说明这两个要素.

例 1.2.1 研究 $y = x$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$ 是不是相同的函数关系.

解 $y = x$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 的函数关系, $y = \frac{x^2}{x}$,当 $x = 0$ 时没有确定的 y 值与之对应,因此它不是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 的函数关系.

