



高等学校理工类学习辅导丛书

工程力学 (静力学)

学习 及 习题全解

配北京科技大学、东北大学编《工程力学》(静力学)(第4版)

纪炳炎 编



高等教育出版社

辅导丛书

工程力学 (静力学)

学习指导及习题全解

配北京科技大学、东北大学编《工程力学》(静力学)(第4版)

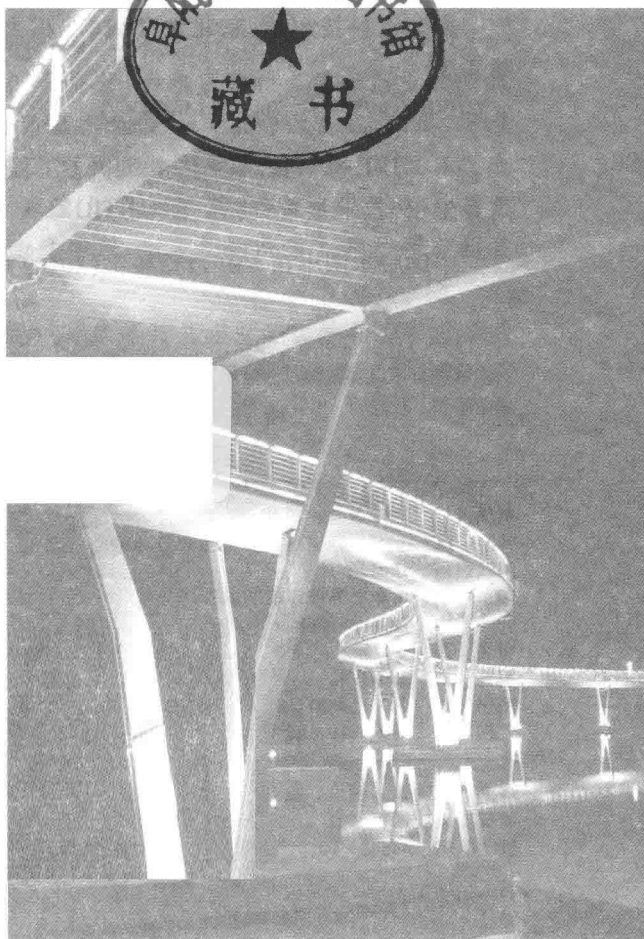
纪炳炎 编



GONGCHENG LIXUE

XUEXI ZHIDAO JI XITI QUANJIE

高等教育出版社·北京



内容简介

本书是为北京科技大学、东北大学编《工程力学(静力学)》(第4版)配套编写的学习辅导书。

全书分为基本概念,基本理论及公式,例题,思考题解答,习题解答等部分,章节安排与主教材保持一致,包括静力学的基本概念及受力图,平面汇交力系,力矩及平面力偶系,平面一般力系,摩擦,空间力系及重心共六章。旨在使读者通过对本书的学习,巩固主教材中的内容,帮助读者掌握基本的解题方法和技巧,以及提高分析问题的能力。

本书可作为高等学校材料、能源动力、地矿等相关专业学生学习工程力学课程的学习辅导书,也可供独立学院、高职高专、成人高校师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学(静力学)学习指导及习题全解/纪炳炎编. —北京:高等教育出版社,2016.3

配北京科技大学、东北大学编《工程力学》(静力学)第4版

ISBN 978-7-04-044663-0

I. ①工… II. ①纪… III. ①工程力学-静力学-高等学校-教学参考资料 IV. ①TB121

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 014122 号

策划编辑 黄 强

责任编辑 黄 强

封面设计 张 楠

版式设计 范晓红

插图绘制 杜晓丹

责任校对 高 歌

责任印制 刘思涵

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 山东省高唐印刷有限责任公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 14.75
字 数 260 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>

版 次 2016 年 3 月第 1 版
印 次 2016 年 3 月第 1 次印刷
定 价 22.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 44663-00

前 言

本套书分静力学、运动学和动力学,以及材料力学三个分册,是为北京科技大学、东北大学编《工程力学》(第4版)(以下称主教材)配套编写的学习辅导书。本套书的主教材侧重基础部分,内容精练,深广度适当,难易适度,可适应多层次教学要求,被评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本套书的编者北京科技大学纪炳炎教授,东北大学周康年教授、殷汝珍教授均参与了主教材前4版的编写工作。编写过程中,结合了《高等学校理工科非力学专业教学基本要求》(2012年版),以及近年来的教改趋势,在强化对有关基本理论、概念的研讨与梳理的同时,加强典型例题的剖析和讨论,有针对性地引导学生对重要知识点深入探讨;突出重点,解决好难点和疑点,提高学生运用基本理论、基本概念和基本方法分析问题的能力。

本书是静力学部分的学习指导及习题详解,由北京科技大学纪炳炎教授执笔。本书按主教材静力学分册编章,分为基本概念,基本理论及公式,例题,思考题解答,习题解答等部分,内容包括:静力学的基本概念及受力图,平面汇交力系,力矩及平面力偶系,平面一般力系,摩擦,空间力系及重心等。在编写过程中参考了近年来国内外一些著名的工程力学教材,以及国内外重点院校编写的习题集及试题,在此一并致谢。

本书可作为高等学校材料、能源动力、地矿等相关专业学生学习工程力学课程的教材,也可供独立学院、高职高专、成人高校师生及有关工程技术人员参考。

由于编者水平有限,疏漏之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2015年12月

目 录

第一章 静力学的基本概念 受力图	1
一、静力学的基本概念	1
二、静力学的基本理论——静力学公理	1
三、物体的受力分析 例题	2
四、思考题解答	8
五、习题解答	17
第二章 平面汇交力系	30
一、基本概念	30
二、基本理论及公式	30
三、例题	31
四、思考题解答	39
五、习题解答	45
第三章 力矩 平面力偶系	60
一、基本概念	60
二、基本理论及公式	60
三、例题	61
四、思考题解答	64
五、习题解答	68
第四章 平面一般力系	74
一、基本概念	74
二、基本理论及公式	74
三、例题	76
四、思考题解答	86
五、习题解答	102
第五章 摩擦	161
一、基本概念	161
二、基本理论及公式	161
三、例题	162
四、思考题解答	167

五、习题解答	174
第六章 空间力系 重心	196
一、基本概念	196
二、基本理论及公式	197
三、例题	203
四、思考题解答	209
五、习题解答	213

第一章 静力学的基本概念 受力图

一、静力学的基本概念

1. 力的概念

力是物体间相互的机械作用,力使物体的机械运动状态发生变化。它取决于力的大小、方向和作用点,即力的三要素。力是固定矢量,以 $\boldsymbol{F}$ 表示。力的单位是 N 和 kN, $1\text{ N} = 1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ 。

2. 刚体的概念

在任何情况下都不发生变形的物体称为刚体。刚体是力学中的一种理想化模型。

3. 平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或做匀速直线运动。

4. 力系的概念

作用在物体上的一群力称为力系。

(1) 等效力系 两个力系作用于同一物体,如果作用效果相同,就称此二力系互为等效力系。

(2) 平衡力系 物体平衡时所受的力系称为平衡力系。

二、静力学的基本理论——静力学公理

1. 公理一 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是:此二力大小相等,指向相反,并作用于同一直线上。

它是最简单力系的平衡条件。符合这个条件的构件称为二力构件。

2. 公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任何一个力系上,加上或减去任一平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

它是力系简化的理论基础。

推论 力的可传性原理

作用于刚体上的力,可以沿其作用线移至刚体内任意一点,而不改变它对刚体的作用效应。

推论表示力对刚体的作用效应取决于力的大小、方向及作用线。作用在刚体上的力是滑动矢量。

3. 公理三 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向是以这两个力为边所作的平行四边形的对角线来表示。

它表示合力是这两力的矢量和(或几何和),称为矢量加法。

它表示最简单力系的合成法则。

推论 三力平衡汇交定理

刚体受不平行的三力作用而平衡,则三力作用线必汇交于一点且位于同一平面内。

符合这个条件的构件称为三力构件。

4. 公理四 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力,总是大小相等、作用线相同而指向相反,分别作用在这两个物体上。

它表示两个物体相互作用时的规律。

5. 公理五 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,其平衡状态不变。

它扩大了刚体静力学的应用范围。

三、物体的受力分析 例题

1. 约束与约束力

(1) 约束 限制物体运动的条件称为约束。它是由被约束物体周围的其他物体构成的,称周围的其他物体为约束。

(2) 约束力 约束对被约束物体的反作用力称为约束力或约束反力。

下表为几种平面约束类型的约束力。

约束类型	简图	约束力
柔性体约束		 约束力作用在接触点,方向沿绳中心线,背离物体

续表

约束类型	简图	约束力
光滑面约束		约束力沿接触面在接触点处的公法线且指向物体
铰链约束	固定铰约束 中间铰约束 	 约束力指向待定, 用通过铰链中心的两个正交分力 F_x 和 F_y 来表示
辊轴约束		 约束力通过销钉中心, 垂直于支承面, 指向待定
固定端约束		 约束力可用分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和矩为 M_A 的约束力偶来表示
向心轴承		 约束力沿接触面的公法线方向, 指向待定
向心推力轴承		 约束力可用分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 来表示

2. 受力图

(1) 选取研究对象(取分离体) 将所研究的物体从周围物体的约束中分离出来, 成为分离体, 画出物体的轮廓图形。

(2) 画受力图 对物体进行受力分析, 将作用在研究对象上的主动力和约束力全部画出, 成为受力图(分离体图)。

受力图是力学分析的重要基础, 错误的受力图会导致随后的一系列错误。本书特别强调初学者要掌握正确的受力分析方法。

3. 物体系统

由一些物体组成的系统,简称物系。

例 1-1(题 1-2a) 刚架如图 1-1a 所示,不计刚架自重,试分别画出刚架 AC 及刚架 BC 的受力图。

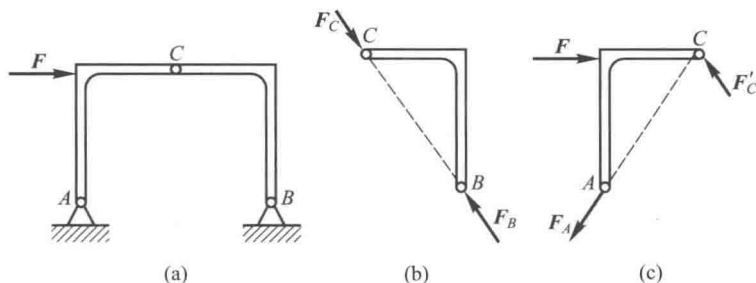


图 1-1

解:

题型为简单物系受力图。

首先判断物系内是否存在二力构件? 如果存在,先从二力构件入手画受力图。

(1) 先选取刚架 BC 为研究对象,解除固定铰 B 及中间铰 C 的约束,使刚架 BC 成为分离体,画受力图。刚架 BC 受铰链 B 及 C 的力作用,是二力构件,力 F_B 、 F_C 的方位沿 BC 连线,指向相反,受力图如图 1-1b 所示。

(2) 再选取刚架 AC 为研究对象,解除固定铰 A 及简单铰 C 的约束,使刚架 AC 成为分离体,画受力图。刚架 AC 受主动力 F 、简单铰 C 的约束力 F'_C 及铰链 A 的约束力 F_A 的作用。力 F'_C 与 F_C 等值、反向且共线。力 F 与 F'_C 相交于点 C,刚架 AC 为三力构件。铰链 A 的约束力方位通过点 C,指向如图所设。受力图如图 1-1c 所示。

讨论:

(1) 本例属于本章的重要和典型类型。

(2) 选取研究对象后,必须解除研究对象周围的所有约束,不得遗漏,使之成为分离体,否则是错误的。

(3) 画受力图时,先画主动力,再按照约束类型及其约束力特点,逐一画出相应的约束力。

(4) 铰链约束力方向是待定的,通常用两个分力表示。对于二力构件,可由二力平衡公理确定铰链约束力方位。对于三力构件,可由三力平衡汇交定理确定铰链约束力方位。画物系受力图时,先从二、三力构件入手。

(5) 当铰链中销钉只连接两个构件又不受其他力的作用时,称为简单铰。如果将销钉附在第一个构件上,那么销钉与第二个构件之间的相互作用力是作

用力与反作用力。由于销钉受二力作用而平衡,销钉对两个构件的力虽然不是作用力与反作用力,但仍然是等值、共线和反向的。

例 1-2 (题 1-2d) 试分别画出物体系统(图 1-2a)中每个物体的受力图。

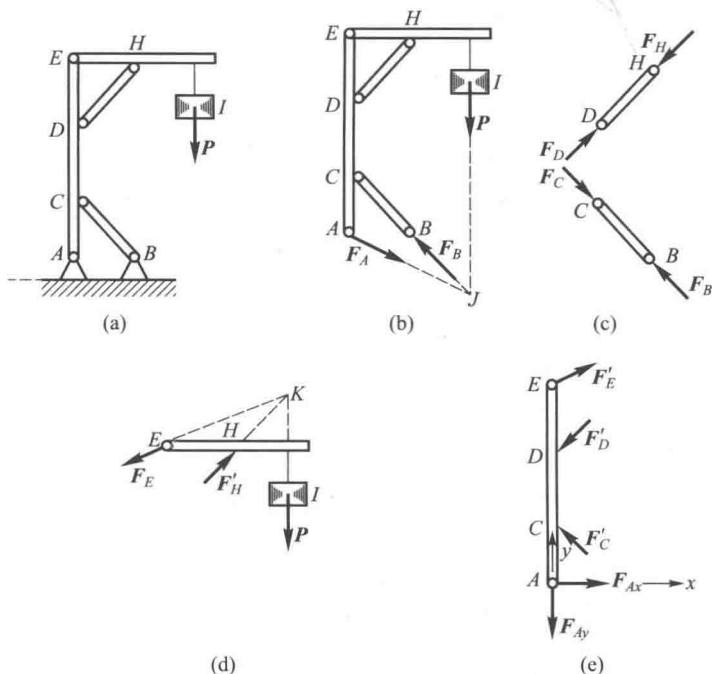


图 1-2

解:

题型为简单物系受力图。

(1) 选取物系为研究对象,解除固定铰 B 和 A 的约束,使物系成为分离体,画受力图。先画主动力 P ,再画约束力。杆 BC 为二力直杆,铰链 B 的约束力 F_B 方位沿 BC ,指向如图所设,两力相交于点 J 。物系受力图符合三力平衡汇交定理的条件,铰链 A 的约束力 F_A 方位通过点 J ,指向如图所设,受力图如图 1-2b 所示。

(2) 分别选取二力直杆 BC 及 DH 为研究对象,解除简单铰 B 、 C 、 D 及 H 的约束,使杆 BC 及 DH 成为分离体,画受力图。由二力平衡公理确定简单铰 B 和 C 的约束力方位沿杆 BC ,指向如图所设。简单铰 D 和 H 的约束力方位沿杆 DH ,指向如图所设。受力图如图 1-2c 所示。

(3) 再选取杆 EH 为研究对象,解除简单铰 E 及 H 的约束,使杆 EH 成为分离体,画受力图。先画主动力 P ,再画约束力。简单铰 H 的约束力 F'_H 与 F_H 方向

相反,力 P 与 F_H 相交于点 K ,杆 EH 为三力构件,简单铰 E 的约束力 F_E 方位通过点 K ,指向如图所示,受力图如图 1-2d 所示。

(4) 最后选取杆 AE 为研究对象,解除铰链 A 、 C 、 D 及 E 的约束,使杆 AE 成为分离体,设坐标系 Axy ,画受力图。简单铰 C 、 D 及 E 的约束力分别为 F'_C 、 F'_D 及 F'_E ,仅就杆 AE 无法确定固定铰 A 的约束力方位,可用 F_{Ax} 及 F_{Ay} 来表示。受力图如图 1-2e 所示。对比图 1-2b 与图 1-2e 可知, F_A 为 F_{Ax} 与 F_{Ay} 的合力。

讨论:

(1) 本例属于本章的基本和重要类型。

(2) 选取物系为研究对象时,不必解除物系内部的约束。画受力图时,不必画内部约束力,它们成对存在,属于内力。例如图 1-2b 中的铰链 C 、 D 、 E 及 H 的力。

(3) 首先选取物系中二力构件及三力构件为研究对象,画受力图,便于确定铰链约束力方位。

(4) 判断物系中有哪些简单铰。它对所连接的两个构件的力,必定是等值、共线和反向的。

例 1-3(题 1-3) 构架如图 1-3a 所示,试分别画出整个系统以及杆 BD 、 AD 及 AB (带滑轮 C 、重物 E 和一段绳索)的受力图。

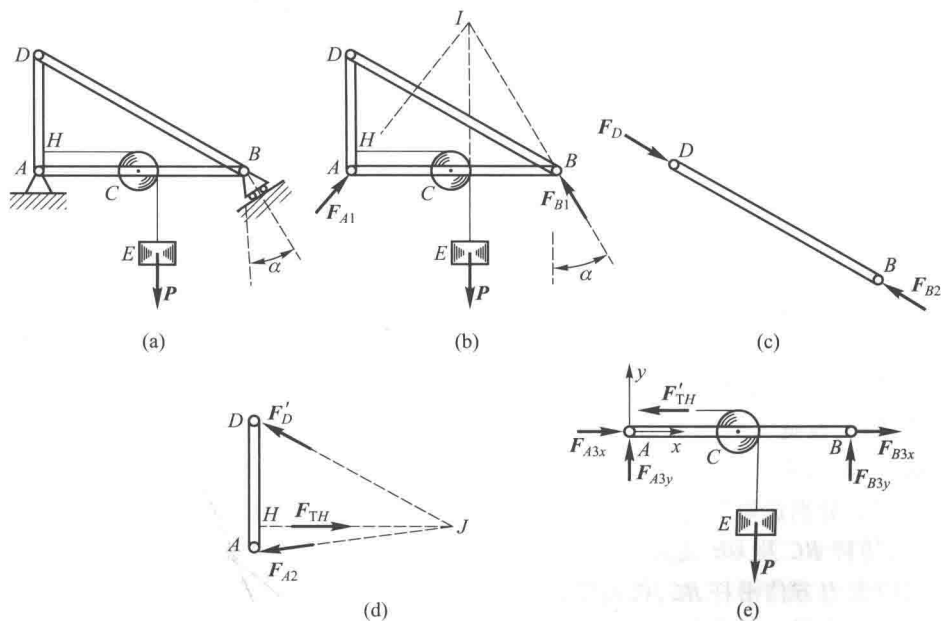


图 1-3

解:

题型为含复杂铰的物系受力图。

(1) 先选取整个物系为研究对象,解除固定铰 A 及辊轴 B 的约束,使物系成为分离体,画受力图。先画主动力 P ,再画约束力。辊轴 B 的约束力 F_{B1} 垂直于支承面 B ,指向如图所设,两力相交于点 I 。物系仅受三力作用,按照三力平衡汇交定理,固定铰 A 的约束力 F_{A1} 应该通过点 I ,受力图如图 1-3b 所示。

(2) 再选取二力直杆 BD 为研究对象,解除简单铰 D 及销钉 B 的约束,使二力直杆 BD 成为分离体,画受力图。二力直杆受简单铰 D 的约束力 F_D 及销钉 B 的力 F_{B2} ,二力平衡,方位沿 BD ,指向如图所设。受力图如图 1-3c 所示。

(3) 再选取杆 AD 为研究对象,解除简单铰 D 的约束,去掉销钉 A ,切断 H 处的绳索,使杆 AD 成为分离体,画受力图。杆 AD 受 H 处绳索约束力 F_{TH} 、简单铰 D 的约束力 F'_D 及销钉 A 的约束力 F_{A2} 的作用。 F'_D 与 F_D 反向。按照三力平衡原理,销钉 A 的约束力 F_{A2} 方位通过力 F_{TH} 与 F'_D 的交点 J 。受力图如图 1-3d 所示。

(4) 最后选取杆 ACB (含滑轮 C 、重物 E 和一段绳索)为研究对象,去掉销钉 A 和辊轴 B 的销钉,切断 H 处绳索,使杆 ACB 成为分离体,画受力图。杆 ACB 受重力 P 、 H 处绳索拉力 F'_{TH} 及 A 、 B 处约束力的作用,销钉 A 及 B 对杆 ACB 的约束力方位不能确定,分别用两个分力 F_{A3x} 和 F_{A3y} , F_{B3x} 和 F_{B3y} 表示。受力图如图 1-3e 所示。

讨论:

(1) 本例为含有复杂铰的物系受力图,属于重要且较难的类型。

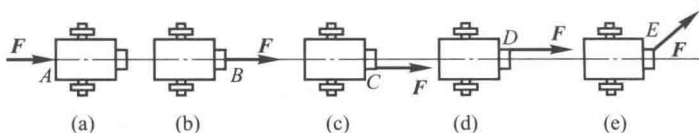
(2) 选取研究对象中含滑轮时,应该包含绕在滑轮上的一段绳子,将离开滑轮后的那段绳子切断。如本例图 1-3e 所示。

(3) 当铰链中销钉连接三个或三个以上的物体时,称为复杂铰。销钉受三个或三个以上物体的作用,其受力情况不属于二力平衡。选取研究对象涉及复杂铰时,要明确研究对象中的受力物体、施力物体,以及是否包括销钉。本例图 1-3b 中力 F_{A1} 是支座 A 对销钉 A 的约束力,图 1-3d 中力 F_{A2} 是销钉 A 对杆 AD 的约束力,图 1-3e 中 F_{A3x} 及 F_{A3y} 是销钉 A 对杆 ACB 的约束力。销钉 B 也受三个物体的作用,也有类似情况。复杂铰的受力情况是画物系受力图的难点。

对于复杂铰,将销钉包括在所选的研究对象内,分析较为简便,不必单独分析销钉的受力情况。

四、思考题解答

1-1 在思 1-1 图的 5 种情况中,力 F 对同一小车的外效应是否相同? 为什么?



思 1-1 图

解:

题型为力的三要素及力的可传性。

(1) 力对物体的外效应取决于力的三要素,即力的大小、方向和作用点,思 1-1 图 a 与 c、d 及 e 中力的作用线或者方向不同。所以,外效应不同。

(2) 小车可视为刚体,按照力的可传性原理,思 1-1 图 a 与 b 仅力的作用点在不同位置,其外效应相同。

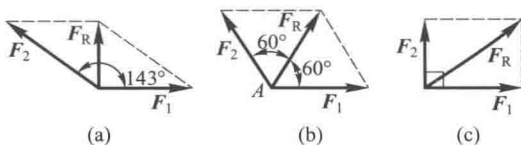
1-2 “分力一定小于合力”,对不对? 为什么? 试举例说明。

解:

题型为力的平行四边形法则。

按照力的平行四边形法则,合力为两分力的矢量和(或几何和),即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$



思 1-2 图

现举数例如下:

思 1-2 图 a 中 $F_1 = 40 \text{ N}$, $F_2 = 50 \text{ N}$, $\theta = 143^\circ$, $F_R = 30 \text{ N}$ 。 $F_R < F_1 < F_2$ 。

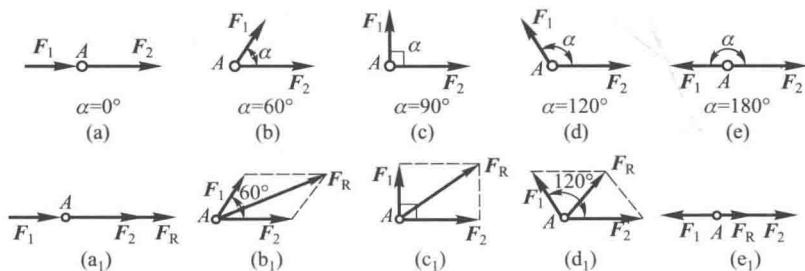
思 1-2 图 b 中 $F_1 = 40 \text{ N}$, $F_2 = 40 \text{ N}$, $\theta = 120^\circ$, $F_R = 40 \text{ N}$ 。 $F_R = F_1 = F_2$ 。

思 1-2 图 c 中 $F_1 = 40 \text{ N}$, $F_2 = 30 \text{ N}$, $\theta = 90^\circ$, $F_R = 50 \text{ N}$ 。 $F_R > F_1 > F_2$ 。

合力的大小可以小于、等于或大于分力的大小。

合力 $\mathbf{F}_R$ 等于两分力的矢量和(几何和),合力大小是由具体的平行四边形关系确定。

1-3 已知二力 F_1 和 F_2 的大小分别为 3 N 和 4 N, 画出思 1-3 图所示几种情况下的合力。



思 1-3 图

解:

题型为力的平行四边形法则。

按照力的平行四边形法则, 分别画出思 1-3 图 a、b、c、d 及 e 所示情况的合力 F_R 。如思 1-3 图 a_1 、 b_1 、 c_1 、 d_1 及 e_1 所示。

注意: 只有当两分力 F_1 与 F_2 共线时, 才可用两分力的代数和求合力 F_R 的大小, 合力的方向与较大的分力相同, 如思 1-3 图 a 及 e 所示。

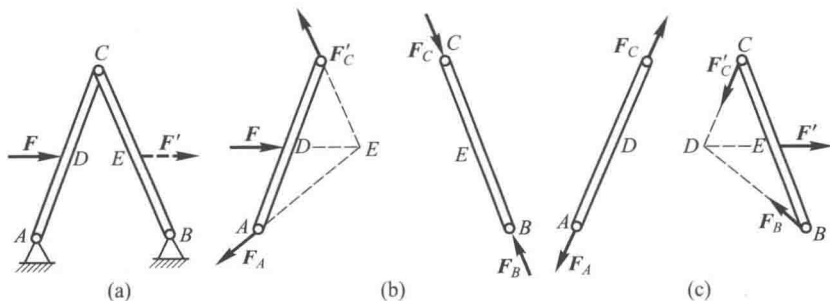
1-4 已知一力 F_R 的大小和方向, 能否确定其分力的大小和方向? 为什么?

解:

题型为力的分解。

仅知道一力 F_R 的大小和方向, 不能确定两个分力的大小和方向。因为平面内一个力含有两个量, 即大小和方向。两个分力含有四个未知量。所以不能确定两个分力的大小和方向。

1-5 当求思 1-5 图 a 中铰链 C 的约束力时, 可否将作用于杆 AC 上点 D 的力 F 沿其作用线移动至点 E, 变成力 F' ?



思 1-5 图

解:

题型为力的可传性原理。

当力 F 作用在点 D 时,杆 BC 为二力直杆,杆 AC 为三力构件,受力图如思 1-5 图 b 所示。当力 F 沿作用线传至点 E 时,杆 AC 为二力直杆,杆 BC 为三力构件,受力图如思 1-5 图 c 所示。

力的可传性原理只适用在刚体上,不能将力传至刚体外。

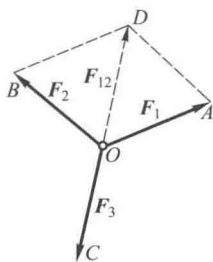
1-6 物体受汇交于一点的三力作用而处于平衡,此三力是否一定共面?为什么?

解:

题型为三力平衡汇交定理。

物体受汇交于一点的三力作用而处于平衡,此三力一定共面。

在思 1-6 图中,物体受作用于点 O 的三个力 F_1 、 F_2 及 F_3 作用,处于平衡。按照力的平行四边形法则,将力 F_1 与 F_2 合成为合力 F_{12} 。此时,物体受力 F_3 与 F_{12} 的作用,平衡时,此二力共线。所以力 F_3 必与 F_1 及 F_2 共面。



思 1-6 图

1-7 仅受_____力作用且处于_____状态的构件称为二力构件。

解:

题型为二力平衡公理。

按照二力平衡公理,仅受二力作用且处于平衡状态的构件称为二力构件。

1-8 力 F_1 和 F_2 的合力为 F_R , $F_R = F_1 + F_2$, 它们之间的大小关系,可能属于下列哪几种情况?

- A. 必有 $F_R = F_1 + F_2$
- B. 必有 $F_R > F_1$, 且 $F_R > F_2$
- C. 可能有 $F_R < F_1$ 且 $F_R > F_2$
- D. 可能有 $F_R > F_1$ 且 $F_R < F_2$

解:

题型为力的平行四边形法则。

按照力的平行四边形法则,合力 F_R 是 F_1 与 F_2 的矢量和,合力 F_R 的大小不是两分力的大小的值求和或代数和。如果已知两分力的大小和方向四个因素中的两个,才能根据力的平行四边形法则确定其余两个因素,否则各种可能性都存在,本题可选 C 和 D。但是它毫无实际意义。

1-9 作用与反作用定律适用于下列哪一种情况?

A. 只适用于刚体系统

B. 只适用于刚体

C. 只适用于平衡状态

D. 物体系统

解:

题型为作用与反作用定律。

作用与反作用定律,反映了物体间相互作用力的关系,它与物体是否平衡,是否是刚体,毫无关系。不要将本定律与二力平衡公理相混淆。本题应该选 D。

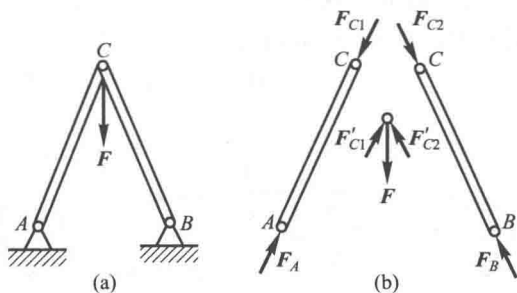
1-10 “柔性体约束力的指向不能确定,可由平衡方程求得”是否正确?

解:

题型为柔性体约束力。

上述说法是错误的。柔性体约束只能限制物体沿着绳的中心线离开绳的运动。绳索对物体的约束力作用在接触点,方向沿着绳的中心线,而背离物体。柔性体约束力方向是确定的,与物体是否平衡无关。

1-11 思 1-11 图 a 中力 F 作用在销钉 C 上,试问销钉 C 对杆 AC 的力与销钉 C 对杆 BC 的力是否等值、反向、共线? 为什么?



思 1-11 图

解:

题型为复杂铰的受力分析。

杆 AC 与杆 BC 为二力直杆,销钉 C 为复杂铰,受力图如思 1-11 图 b 所示。力 F_{C1} 与力 F_{C2} 不等值、反向、共线。

注意:销钉 C 除受两个二力直杆的作用外,它还受力 F 的作用,共受三个物体作用,它不是简单铰而是复杂铰。

1-12 思 1-12 图 a—g 中各物体处于平衡,凡未标出者,均不计物体质量及摩擦。试判断各受力图是否正确? 说明理由并更正错误的受力图。

解:

题型为更正受力图中的错误。