

中国科学院大学研究生教材系列

# 接触理论 及非连续形体的形成约束和积分

石根华 著



科学出版社

# 接触理论 及非连续形体的形成约束和积分

石根华 著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是一本介绍接触理论及非连续体的形成、约束和积分方法的学术著作。非连续体计算是节理岩体稳定分析、机器人控制、机械工程力学分析的关键，而三维接触计算是三维非连续体计算的基础。非连续体的接触判断，包括接近、碰撞和约束，是非连续体计算的基础，也是非连续计算（例如滑动，咬合，冲击模拟）中最困难的部分。石根华博士经过多年努力，找到了一种非常简洁、高效的“接触理论”。它能够处理任意形状不连续体之间的接近和相互约束问题。基于这项理论，使用统一方式描述和模拟整个破坏过程将成为可能。除接触理论外，本书还介绍了复杂非连续体系中任意形状块体形成和积分方法，并将这些方法应用于节理岩体稳定性分析，都是一些国际上实际的大型土木工程案例。

本书介绍的方法是可以编程的。常用的工程数值分析方法，包括有限元、离散元、流形元、非连续变形分析方法等都可以采用本书介绍的方法进行非连续体的形成、约束和积分。本书主要面向工程计算领域的学生和研究人员。本书的内容将应用于岩体工程、机械工程、机器人工程等领域的接触和碰撞问题的求解。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

接触理论及非连续形体的形成约束和积分 / 石根华著. —北京：科学出版社，2016.10

ISBN 978-7-03-050192-9

I . ①接… II . ①石… III . ①计算机应用—微分方程  
IV . ①O175

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 245192 号

责任编辑：阚 瑞 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：张 倩 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017 年 1 月第 一 版 开本：720×1 000 1/16

2017 年 1 月第一次印刷 印张：19 3/4 插页：8

字数：420 000

**定价：118.00 元**

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 序 —

《接触理论及非连续体的形成约束和积分》今天终于要刊印了，这是一件非常有意义的事情，也是一件可喜可贺的事情！作为一名多年来一直关注石根华博士理论研究和工程实践的水电工程师，能够亲身体验这本书的价值，分享这份快乐，也是一件特别令人高兴的事情。我向石根华博士表示热烈的祝贺，向水电水利规划设计总院、中国科学院大学表示热烈的祝贺！

## 伟大的时代需要伟大的理论和方法

非常有幸，石老师和我都曾经是中国电建西北勘测设计研究院的院友，他 20 世纪六七十年代在甘肃白龙江碧口水电站工作，我 1982 年 7 月大学毕业进入西北院工作，就听到许多老专家、老领导介绍石老师在碧口水电站从事“块体理论”研究的情况，深受感染和敬仰，也深盼与他有机会相识。直到 2012 年在共同研究黄河拉西瓦水电站果卜硬质高边坡稳定课题时才相见，时间虽然不长但近几年交流甚广。石博士的学识、为人、科学精神，感染着我和我的同事。在石老师长达五十余年的科研和工程实践中，相继发现和提出了“关键块体理论”、“非连续变形分析法”、“数值流形法”、“接触理论”等理论和方法，对当今世界数学界、力学界和工程学界都产生了巨大影响，并且在水电工程、土木工程、矿山工程等领域得到有效的实践，为减少工程灾难、提高工程安全性发挥了较大作用。

2014 年，水电总院和中国科学院大学等单位在西安组织召开了《硬岩倾倒变形体边坡安全评价国际研讨会》，是对石根华理论在解决拉西瓦边坡工程问题的一次大研讨；2015 年 10 月在武汉召开的第 12 届世界 DDA 大会，是当今世界为数不多的以一个科学家发现的方法命名的、持续多年研讨的会议，这充分说明我们在适应自然、改造自然、解决自然呈送给我们各种难题的过程中，需要不断地创新观念、创新理论、创新方法，在这一点上，石老师《接触理论》的提出，具有划时代的意义，其影响意义一定是深远的。

当前，中国社会正处于一个非常重要的转型时期，带来了一系列的转型和创新，理论和方法的创新责无旁贷，理论和方法的创新也非常幸运地与国家“一带一路”等战略相吻合，与中国正在进行的经济建设、工程实践相吻合，与当前“万众创新”相吻合。中国水电工程及可再生能源工程建设中遇到的工程安全问题，甚至能源互联互通问题，都需要理论与实践高度密切结合、相互促进。

## 伟大的理论和方法需要伟大的实践

《接触理论》这本书重点解决了力学上的连续到非连续问题，数学上的等式方程

向不等式方程困难过渡的问题，防止因工程整体失稳而引起的大坝、基础、边坡、地下工程等可能产生的灾难问题，当然，可能还会解决机械、物理运动等方面存在的重大问题。

首先，《接触理论》适应了巨大工程的实践需要。众所周知，中国已经进行的和正在进行的巨大工程如三峡大坝、拉西瓦、小湾、溪洛渡、向家坝、锦屏、白鹤滩、乌东德等水电工程都是世界工程界空前的，中国工程的进展速度也是国际上前所未有的，当然遇到的难题也是世界级的，其地质条件之复杂、建设环境之困难、工程技术之具挑战性，也前所未有，历史也前所未有地给了我们这代人一个千载难逢的机会，对此，我们要敢于面对水电工程建设中遇到的各种挑战，要大胆谨慎求证、科学认真计算、精心设计施工，建设安全的水电工程，为人类文明做出贡献。

其次，《接触理论》适应了计算技术的需要。随着计算技术的发展，计算越来越重要，但计算要紧紧依靠工程实践。巨型水电工程要解决动力学、大变形、大位移、三维、不连续等问题，达到极限平衡，打破“黑箱作业”，需要下一代的工程计算方法和软件。许多大型和巨型水电站设计和计算实验证明，只有和工程实践相结合，运用水电系统的经验和现代的计算手段，才能解决水电工程的实际难题。

再次，《接触理论》适应了第三次工业革命和大数据时代的需求。中国的水电工程师和科研人员在解决中国工程、世界工程问题的同时，通过学习、完善和发展世界先进的工程理论和方法，与各大科研院所合作，开展面向大型水电工程的工程仿真研究、科学计算可视化，建设中国水电工程和可再生能源工程数据库，开发新时代的工程计算软件，制订、修订适合实际的工程标准、规范和规程，指导工程建设。

最后，《接触理论》适应了产、学、研、用一体化的需要。《接触理论》的研究与应用，将进一步密切中国工程师和科研人员与国际、国内行业、工程研究和设计单位的关系，吸引更多高精尖的优秀人才从事水电工程建设研究，通过科研项目和实际应用项目，结合水电行业的研究力量，推进产学研用结合，使我们的研究成果积极为国家的大型工程服务。

### 希望石氏理论继续发扬光大、造福民生

面对世界科技革命和产业变革历史性交汇、抢占未来制高点的竞争日趋激烈的形势，面对国内资源环境约束加剧、要素成本上升、结构性矛盾日益突出的挑战，主要依靠要素投入驱动的传统增长模式已难以为继，必须依靠科技创新。中国的水电和可再生能源建设，无论在规模上还是技术上都已经处于世界领先水平，但是我们的标准、规范、专利、计算方法等还不能适应工程的需要。

提高核心竞争力需要理论创新、科技创新。中国的水电工程勘测设计单位、咨询公司、建设单位、科研院所等单位应当高度重视科技理论的创新，要在体制机制上下功夫，在理论创新和理论应用上下功夫，运用先进的理论开展战略性、前瞻性重大课题的研究。

石根华博士作为水电总院的特聘专家、中国科学院大学工程计算中心的首席科学

家，淡薄名利、心系科研和工程安全，默默耕耘几十载，勤勤恳恳数十年，这种科学的态度、勤奋的精神、诲人不倦的作风让人钦佩，使人奋进。

我们与石根华博士建立了良好的合作机制，建立了良好的工作基础，我们希望石老师的理论和方法更好地服务于中国的水电工程和可再生能源工程，我们愿意继续为石老师及其他团队提供实践的基地和条件，进一步总结完善石老师的理论体系，使理论体系更加成熟，更好地进入工程实践、进入大学教堂、进入计算程序、进入互联网时代。

我们相信，诞生于中国白龙江碧口水电站的“关键块体理论”、“非连续变形分析法”、“数值流形法”，还有将上述理论“一以贯之”的“接触理论”会更加发扬光大，造福中国及世界各国人民。

中国电力建设股份有限公司副总经理 王民浩

2016年4月于成都

## 序二

石根华博士于 1939 年出生，河北乐亭人，早年师从我国著名拓扑学者江泽涵教授。石根华利用其坚实的数学力学基础，提出非连续介质力学的关键块体理论、DDA 和流形元方法，大大地提高了固体力学数值分析的计算能力和效率。在取得这些骄人的成就以后，他又开始向这一领域的高地——接触理论进军，以最终解决非连续体力学和碰撞运动学中的基础问题。

为解决这个问题，石根华付出了艰辛的努力和大量的时间。早在 20 多年前，他就在考虑这个问题，并初步找到了二维接触问题的解决方法。作为一个数学家，他一直寻求一个逻辑严密并且实用的方法。现在，他找到了这个方法，并建立了完整的理论体系，实现了自己多年的心愿。这个方法既属于数学，也属于工程科学，而且也涉及高性能计算学科。当他将这一成果整理成 47 页的论文后，首先想到的是在《中国科学》发表。我本人十分赞赏他的决定，并和同仁一起努力，实现了他的这一夙愿。

石根华的《接触理论》一书针对接触（包括碰撞）问题进行讨论。接触是非连续体力学行为分析，尤其是碰撞、机械控制、断裂等问题分析中最基本和核心的问题之一。《接触理论》通过矢量运算，判断两个物体之间是否可能发生接触，并确定相应的接触位置。该方法逻辑严密，计算极其简洁，能够用于包括有限元、离散元、DDA、流形元等几乎所有的计算方法。《接触理论》将使得非连续体工程计算推向一个新的高度，将在岩土工程应用、非连续体系分析方法、计算机图形学、机械工程中获得广泛的应用。

石根华 1980 旅居美国后，一直心系祖国。自 2000 年以来，石根华博士每年回国 2~4 次，每次都逗留 15~75 天。这十多年来，石根华博士回国不下 50 次，回国服务时间共计超过 1500 天，他把足迹留在三峡、锦屏、拉西瓦等水电工地，和国内的学者一起研究解决有关的地下厂房、高边坡和重力坝基稳定分析的关键技术问题，并举办培训班，和国内学者开展学术交流活动。这也使我感到，我们的民族具有宽广的胸怀，他的儿女将在各自的探索过程中选择正确的人生道路。

愿全世界华人岩土工程学者拥抱在一起，为全人类造福。

中国水利水电科学研究院 陈祖煜

2016 年 6 月于北京

## 前　　言

20世纪90年代中期，三维接触问题就困扰着我，那个时候我在陆军工程师团工作。我坚持要把三维接触做下来，可是谈何容易？我一直做不下来。我不能在陆军工程师待着做三维接触，却什么结果都没有。于是，我退出了陆军工程师团。我拿着11天的工资，开始走江湖做顾问赚钱谋生。做顾问，找到我的问题都很难。如果解决不了，他们可能讽刺一顿、连工资都拿不到；如果解决了，就可以把工资拿回家。开始的时候，我很紧张，做久了，我也习惯了，习惯了无法应对的问题，我的态度也开始变得谦虚谨慎了很多，那种不可一世已经没有了，我回到了实际中。久而久之，我很轻松，便开始思考，人们为什么要解决这些问题，我不管解决得怎么样，总会找一个角度来解决它，会让大家都很高兴。我对这种“江湖旅程”感到很愉快，大家都很喜欢我。

后来，我决定在一个很静的环境下攻三维接触问题。我选择搬到了山上，那里很清净、脱离人间。Sierra山是一个高山草原，是北美最大的高山草原，很美。我很喜欢那个地方，开始不知道为什么那么喜欢，后来发现，那里雪很厚，在100年以前都下10尺深的雪，小城的房顶上都有一个门，如果下雪了就从房顶冲出去。这样的白雪比齐齐哈尔的雪要多很多，这里的草原很像我回忆中的北满草原，这里的群山很像碧口的山。后来还听说，这个地方有温泉，我就决定搬到这个地方、成为一个山民。偶尔下山，走走江湖，帮别人解决一些工程问题，吃自己这碗饭。

三维接触是解决非连续问题的核心。这是非连续问题最后没有解决、也是核心的问题，大家都期待三维接触能做出来。当时我离开陆军工程师以后，他们还给我了一个项目，但是，我三维凸角接触都没有做出来，我该如何往前走呢？可是，我必须硬着头皮往前走。我觉得三维程序很重要，为了“交卷”，我在计算机里先硬写程序。一边写，脑子一边活动。我做了一个小版本，可以计算很多块同时往一个方向运动，那个版本也可以加上地震计算，没有解决所有问题，但是基本的问题解决了。从法律和合同的角度，我解决了这个问题。但是，我认为这有一些掩人耳目，心里不舒服。于是，我继续写，灵机一动，突然发现凸角与凸角接触有一个解，而且我找到了那个解；进而凸角与凸角接触的一般解我也找到了，数学证明也是对的——终于，我完成了凸块与凸块接触的三维DDA。现在的DDA版本都是那个版本——1999年版本。离散元的接触也是凸块与凸块的接触，而且棱与棱的接触是我告诉Peter Cundall的——我们是互相帮助的朋友，而不是竞争对手。那一次，我交了差，大家也都很满意。我准备的那个小版本，成了美国垦务局真正的版本，每一个坝基都要用几百次来分析坝基稳

定。而我的大版本用的次数却很有限。原来在实际衡量下，小版本大于大版本。它是一个巨大的成就，但不是一切。

前八年做出凸角与凸角的接触，后十二年做一般接触的理论。这就是下一个题目——一般接触理论。

我到山上只要一有时间，就出来散步、思考。从公式，一点一点，接触的类型分为面跟面、棱跟面、角跟面、棱跟棱、角跟棱、角跟角的接触，这种思考是符合逻辑的，然而却把我引入了歧途。每一年我都把想的结果写出来，每一年我都有记录。一有时间我就想，这似乎成为我的职业，我不在乎最后有没有结果，无法停止思考。

但是，我知道，这是第一重要的问题，如果这个问题不解决，三维非连续计算就有问题。所以，一定要做出来。零零散散地做出来几步，我总觉得不是一个整体的解。至少，凹角可以分成凸角，总是可以做出来，但不理想，数学的形式应该更统一。我一直追求理想中的接触理论，却都不到位。做了这么多年，我并不紧张、失落。我的思路越来越清晰，每年都有进步，只是没有抓到问题的关键。我掌握的材料已经很多了，很接近找到一个统一的数学表达。我越想就越整体化，每年都前进一点，写出来很多公式、成果。总觉得有一个简单的、统一的、完全概括所有接触情况的成果才是管用的。

我觉得已经做得很好了，整体的东西已经做成了。我逼着自己停止，告诉自己这个问题已经解决了。然而，边长很小的情况下，还是有一点遗憾。所有的公式都是对的，而且是对任意情况，它已经被我攻破了，而且完全可以发表了——但是这个问题是分成这么几种情况攻破的：面跟面、棱跟面、角跟面、棱跟棱、棱跟角、角跟角。

后来的一天早上，在 Belmont 家里，我突然想到角对角的概念实际是把一个角反过来，拿第二个角的顶点作为参考点。如果把一个块跟块直接做出来，把一个块的点选作参考点，这个问题一下子就转换了，也就解决了。开始想到这个，我不愿意接受这个新的概念。后来顺着这个思路，之前的所有的那些结果全部都验证了、而且变成了这个理论的特殊情况——一个一般的、统一的成果拿出来了，这是十二年后的结果。

蓦然回首，为什么要过了十二年才想出来？如果早点想出来，就可以节约很多时间。可是，我觉得这二十年并不遗憾，我积累了很多经验和好的算法。这不是得失的问题，能够做出来我已经非常荣幸，感谢大家的支持与谅解，我要给大家更好的回报，我有一个东西可以给大家一个交代。水滴石穿，是一个自然的结果。我感到非常高兴。这件事成了一个笑话，一朝想起这个概念，就可以马上把三维接触攻破。我嘲笑自己，我有多笨，我有多聪明，我不知道自己是个笨蛋还是个聪明人。但是不论有多笨，最终，我做出来了，完整了。

接触理论快要出来的时候，我就一点点的和朋友们讲解，自己也一点点的完善这个理论。在两次国际会议上讲，在大连的学习班上讲。那次学习班，不仅有学生来听，还有很多教授也过来学习，交流，包括郑宏、唐春安、从日本过来的 Sasaki，我们一起整整呆了近一个礼拜。陈祖煜、王媛、李世海、彭校初中间也过来，大家一起交流，

很愉快。在西安的会议上，我不能参加，头天晚上我在房间给郑宏、林绍忠和苏海东讲，碰到一个新理论，都很兴奋，讨论的很热烈。

再后来就是画图，在雁栖湖，有许多学生协助我。当时王颖是中国科学院大学副校长，她安排我们在中国科学院大学的校园里做这个工作。我在纸上画，他们用电脑把图画出来，有贲宇星、李旭、林兴超、程晓龙、肖云帆、郑飞，后来胡梦苏也加入了进来。然后就有了中国科学杂志上发表的 *Contact Theory* 一文，这是中国科学上的一期专刊，是陈祖煜院士促成的。这篇文章的标题也很有意思，大家提了好多个题目，最后由我的老师 Goodman 一锤定音，就用 *Contact Theory*。

并且我要特别感谢我的夫人 Carolyn。没有她的陪伴和支持，我可能坚持不下来。写 *Contact Theory* 一文的时候，还是她最后做的英文修订。她是香港人，在美国生活了很多年，她非常棒。

再后来，准备撰写这本书。在水电水利规划设计总院的郑声安、马伟，中国科学院王颖、缪青海组织下，开始做翻译工作。由李旭、胡梦苏、林兴超、程晓龙、肖云帆、张宁这些学生协助我，完成了这本书的翻译工作。初稿完成之后，我们在北京召开了第一次编审会，王颖、张国新、王媛等专家都过来提了很多宝贵的建议。

现在这本书终于要出版了，非常感谢中国科学院大学教材出版中心的资助。也感谢这么多年来，一直支持我的国内外的老朋友们。我在国内有好几个据点，在北京是中国科学院、中国水利水电科学研究院、水电水利规划设计总院、中国矿业大学；在武汉是长江科学院；在南方是河海大学和同济大学；在东北是大连理工大学、东北大学。感谢这些单位和朋友的支持。

石根华

2016 年 4 月

# 目 录

序一

序二

前言

## 第一部分 接触理论

符号及定义 .....	3
<b>第1章 导言 .....</b>	<b>6</b>
1.1 进入块体的定义 .....	7
1.2 两射线之间的进入角 .....	7
1.3 两线段间的进入块体 .....	8
1.4 三维空间中一个多边形与一条线段间的进入块体 .....	8
1.5 二维空间中两个平行向量间的进入块体 .....	9
1.6 二维空间中两个平行线段间的进入块体 .....	10
<b>第2章 块体和角的表达 .....</b>	<b>11</b>
2.1 非连续计算和接触问题 .....	11
2.2 空间和定向 .....	11
2.3 实体和点集 .....	12
2.4 向量 .....	13
2.5 平行和同向 .....	16
2.6 点集运算 .....	17
2.7 实体的平移和向量运算 .....	17
2.8 实体的表达 .....	18
2.9 实体凸角的齐次不等式方程表达 .....	23
2.10 一般实体角的齐次不等式方程表达 .....	24
2.11 一般块体的齐次不等式表达 .....	25
2.12 凸块体的齐次不等式方程表达 .....	26
2.13 一般块体的齐次不等式方程 .....	27
2.14 块体的覆盖系统 .....	29

---

<b>第3章 进入块体</b>	30
3.1 两个块体之间的接触关系	30
3.2 进入块体的定义	31
3.3 进入块体的平动不变性	32
3.4 块体和一个点接触的进入块体	33
3.5 一个块体和一个球接触的进入块体	33
3.6 两个球体接触的进入块体	34
3.7 分离定理	35
3.8 侵入定理	36
3.9 距离定理	36
3.10 锁定定理	36
3.11 一些进入块体的实例	38
3.12 二维进入块体及点集计算习题	39
3.13 三维进入块体及点集计算习题	40
<b>第4章 进入块体的基本定理</b>	42
4.1 进入块体的唯一性定理	42
4.2 进入块体的包含定理	42
4.3 进入块体的结合定理	43
4.4 进入块体的对称性	45
4.5 进入块体的内点定理	46
4.6 进入块体的凸体定理	46
4.7 进入块体的接触定理	47
4.8 块体可动性定理	47
4.9 进入块体的有限覆盖定理	48
4.10 进入块体边界的有限覆盖定理	49
4.11 进入块体的块-边界接触定理	51
4.12 块体—块体接触定理	51
4.13 实体角—实体角接触定理	52
<b>第5章 二维实体角接触的进入角边界理论</b>	55
5.1 二维块体的局部接触	55
5.2 二维角接触的进入块体边界存在性判断	56
5.3 二维角接触的进入角边界	57
5.4 二维角接触的边一边接触定理	57
5.5 二维角接触的进入射线覆盖	58
5.6 二维平行边接触的有限进入覆盖	62

5.7 一般二维进入角的进入射线覆盖	64
<b>第 6 章 二维角接触的进入射线计算方法</b>	<b>66</b>
6.1 二维凸角与凹角接触的进入射线	66
6.2 二维凸角接触的进入射线	68
6.3 二维磨圆凸角与凹角的进入角	74
6.4 两个二维磨圆凸角的进入角	76
<b>第 7 章 二维块体接触的进入块边界理论</b>	<b>79</b>
7.1 二维进入块体的边界存在性	79
7.2 二维块体之间进入实体角边界的存 在性	79
7.3 二维块体接触的内点定理	79
7.4 二维边和边接触定理	80
7.5 二维块体接触的进入块体边界	81
7.6 二维平行边接触的有限覆盖系统	85
7.7 一般二维块体接触的进入块体边界	87
<b>第 8 章 二维块体接触的进入边覆盖计算方法</b>	<b>88</b>
8.1 二维凸块的进入边	88
8.2 二维一般块体的进入边	91
8.3 二维 DDA 接触理论的应用	92
8.4 二维 NMM 接触理论的应用	96
<b>第 9 章 三维角接触的进入角边界理论</b>	<b>99</b>
9.1 三维块体的局部接触	99
9.2 三维角接触的进入实体角存在性判定	99
9.3 三维角接触的进入角内点定理	101
9.4 三维角接触的面面接触定理	101
9.5 三维角接触的棱面接触	102
9.6 三维角接触的点面接触	104
9.7 三维角接触的棱棱接触	108
9.8 棱面接触的有限覆盖系统	111
9.9 面一面接触的有限覆盖	115
9.10 三维角接触的进入面覆盖定理	118
<b>第 10 章 三维角接触的进入角边界面覆盖计算方法</b>	<b>119</b>
10.1 三维角和半空间接触的进入面	119
10.2 两个三维凸角接触的进入面	119
10.3 三维凹角和三维角接触之间的进入半空间	121

10.4	三维凸棱和三维角之间的进入半空间 .....	123
10.5	两个三维凸角接触的进入角 .....	124
10.6	两个一般三维角接触的进入角 .....	128
<b>第 11 章</b>	<b>三维块体的进入块体边界理论 .....</b>	<b>130</b>
11.1	三维进入块体的内点定理 .....	130
11.2	三维块体接触的进入边界 .....	130
11.3	三维棱和多边形接触的进入边界 .....	131
11.4	三维角和多边形接触 .....	133
11.5	三维棱棱接触 .....	137
11.6	两个平行棱接触的有限覆盖定理 .....	139
11.7	两个平行多边形接触的有限覆盖定理 .....	141
11.8	三维进入块体的进入多边形覆盖系统 .....	144
<b>第 12 章</b>	<b>三维块体的进入多边形覆盖计算方法 .....</b>	<b>146</b>
12.1	两个三维凸体接触的进入多边形 .....	146
12.2	一般三维块体接触的进入多边形 .....	151
12.3	三维 DDA 的几个简单算例 .....	153
<b>第 13 章</b>	<b>结论 .....</b>	<b>154</b>
<b>致谢 .....</b>		<b>155</b>
<b>参考文献 .....</b>		<b>155</b>

## 第二部分 单纯形积分

<b>第 14 章</b>	<b>单纯形的单纯形积分 .....</b>	<b>159</b>
<b>第 15 章</b>	<b>二维单纯形积分 .....</b>	<b>162</b>
15.1	二维单纯形积分的理论推导 .....	162
15.2	二维单纯形的定向 .....	166
15.3	二维单纯形的面积计算实例 .....	167
15.4	一般二维区域上的单纯形积分 .....	169
<b>第 16 章</b>	<b>三维单纯形积分 .....</b>	<b>171</b>
16.1	三维单纯形积分的理论推导 .....	171
16.2	三维单纯形的定向 .....	176
16.3	三维单纯形的体积计算示例 .....	177
16.4	在一般三维块体上的单纯形积分 .....	178

第 17 章 高维单纯形积分 .....	182
17.1 将一个普通 $n$ 维单纯形转换为标准单纯形 .....	182
17.2 $n$ 维单纯形积分的定义 .....	184
17.3 $n$ 维单纯形积分的计算公式 .....	187
17.4 对单纯形进行单纯形积分的例子 .....	189
第 18 章 单纯形积分在 DDA 和数值流形方法中的应用 .....	195
致谢 .....	195
参考文献 .....	196
习题 .....	196

### 第三部分 二维、三维块体切割

第 19 章 二维不连续面切割及块体搜索 .....	201
19.1 基于长度法的不连续面求交 .....	201
19.2 基于线性不等式方程的线段求交 .....	203
19.3 交点的连接 .....	205
19.4 裁剪树枝及其矩阵表达 .....	206
19.5 块体迹线与基本环路搜索 .....	209
19.6 内域、外域的判别方法 .....	214
第 20 章 三维块体切割 .....	217
20.1 简介 .....	217
20.2 三维节理 .....	217
20.2.1 节理面信息 .....	217
20.2.2 节理的图形表达 .....	217
20.2.3 节理迹线长度和节理圆盘半径 .....	218
20.2.4 节理迹线长度和节理面边长 .....	218
20.2.5 节理迹线间距与节理平面间距 .....	219
20.3 通过节理面切割形成三维块体 .....	219
20.3.1 切割后生成三维块体的类型 .....	219
20.3.2 三维块体生成方法 .....	220
20.3.3 三维切割程序的自检 .....	220
20.4 节理长度比 .....	221
20.4.1 节理长度比的定义 .....	221

20.4.2 节理组的信息 .....	221
20.4.3 节理长度比与全局岩体稳定 .....	221
<b>20.5 被节理切割的连续岩体 .....</b>	<b>222</b>
20.5.1 连续岩体 .....	222
20.5.2 内部块体体积小于 5% 的节理岩体 .....	222
20.5.3 内部块体体积小于 20% 的节理岩体 .....	223
<b>20.6 块状或者非连续的岩体 .....</b>	<b>223</b>
20.6.1 块状岩体 .....	223
20.6.2 内部块体体积大于 40% 的节理岩体 .....	223
20.6.3 内部块体体积大于 60% 的节理岩体 .....	224
<b>20.7 目标块体的临空面 .....</b>	<b>224</b>
20.7.1 目标块体为凸体 .....	224
20.7.2 临空面由边界三角形确定 .....	225
20.7.3 临空面条件 .....	225
<b>20.8 找到临空面附近的所有可动块体 .....</b>	<b>226</b>
20.8.1 沿一个方向的可动块体 .....	226
20.8.2 沿一个方向的最大可动块体数量 .....	226
20.8.3 定义沿一个方向的最大数量可动块体组 .....	227
20.8.4 与原始块体理论的对比 .....	227
<b>致谢 .....</b>	<b>228</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>228</b>

## 第四部分 非连续岩体工程案例稳定性分析

<b>第 21 章 非连续变形分析 .....</b>	<b>231</b>
21.1 非连续变形分析基本理论 .....	231
21.2 非连续变形分析的发展历史回顾 .....	232
<b>第 22 章 数值流形方法 .....</b>	<b>234</b>
22.1 数值流形法基本理论 .....	234
22.2 数值流形法的发展历史回顾 .....	236
<b>第 23 章 岩石基础上的混凝土坝稳定性分析 .....</b>	<b>238</b>
23.1 拉西瓦拱坝基础稳定性分析 .....	238
23.2 百色重力坝基础的稳定分析 .....	240
23.3 重力坝基础稳定性的 5 种分析方法 .....	242

23.4 普韦布洛支墩坝基础稳定分析 .....	243
<b>第 24 章 地下洞室围岩稳定性分析 .....</b>	<b>246</b>
24.1 岩石滑落和拉西瓦地下室的锚索加固 .....	246
24.2 拉西瓦地下电站喷射混凝土加固的 NMM 应用 .....	247
<b>第 25 章 岩质边坡稳定性分析 .....</b>	<b>251</b>
25.1 巴贡电站后高边坡的稳定性分析 .....	251
25.2 卡里布斜坡倒塌事件 .....	253
25.2.1 斜坡的倾倒: 层平面的倾角为 40° .....	259
25.2.2 斜坡的倾倒: 层理面的倾角为 50° .....	261
25.2.3 斜坡的倾倒: 层理面的倾角为 60° .....	262
25.2.4 斜坡的倾倒: 层理面的倾角为 70° .....	263
25.2.5 斜坡倾倒时的锚固计算 .....	264
25.3 DDA 在地震后对边坡进行锚索加固研究中的应用 .....	265
25.3.1 岩块松动的计算 .....	265
25.3.2 锚杆上动力地震荷载分析 .....	267
<b>第 26 章 锦屏左岸边坡和锦屏地下发电厂房的岩石稳定性分析 .....</b>	<b>270</b>
26.1 引言 .....	270
26.2 左岸运输隧道的二维 DDA 块体稳定性分析 .....	271
26.3 左岸边坡的二维 DDA 块体稳定性分析及锚固后计算 .....	271
26.4 使用二维 DDA 分析岩体失稳及锚杆加固效果 .....	274
26.4.1 岩体的地质及几何数据 .....	274
26.4.2 岩体失稳计算(无锚杆支护) .....	275
26.4.3 岩体失稳计算(锚杆支护) .....	275
26.4.4 锚杆受力分析 .....	276
26.4.5 有无锚杆支护下岩块主应力分析 .....	278
26.5 通过三维切割分析地下厂房稳定性 .....	279
26.5.1 地下厂房节理的地质和几何数据 .....	279
26.5.2 分析所得的可移动块体 .....	279
26.5.3 地下厂房可移动块体的统计数据 .....	280
<b>致谢 .....</b>	<b>282</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>282</b>
<b>彩图</b>	