

All-Phase Digital Spectral
Analysis Method

全相位数字谱分析方法

黄翔东 王兆华 著



科学出版社

全相位数字谱分析方法

黄翔东 王兆华 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地阐述新的信号检测方法——全相位数字谱分析方法，此方法解决了现有谱分析存在的谱泄漏突出和相位谱模糊的问题。本书将系统论述全相位谱分析理论的来源、原理、应用价值，涉及的内容包括全相位数据预处理、全相位 FFT 频谱分析、基于谱内插的全相位 FFT 频谱校正理论、基于相位差的全相位频谱校正理论、全相位密集谱校正理论、全相位 FFT 测相理论及其衍生测相方法、双相位 FFT 谱分析方法、全相位 DTFT 谱分析方法、基于全相位谱分析的欠采样互素谱感知、全相位谱分析的应用举例等内容。鉴于当前全相位谱分析理论已经被同行在图像分析、物联网感知、光学工程、电力谐波分析、旋转机械故障诊断、通信、仪器仪表、雷达、水声、语音处理、生物医学等工程领域展开了大量应用，故运用本书的新成果有望于进一步提升现有的各工程领域的性能。

本书全部研究成果都经过了严格的理论推导、算法设计、仿真实验等多层次的验证，另外，绝大多数的研究成果还配有 MATLAB 程序代码，非常适合为从事工科门类中涉及信息检测的科研工作的学者和工程师作参考。另外，就高等院校的读者而言，可作为研究生参考资料，也适合于高年级本科生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

全相位数字谱分析方法/黄翔东, 王兆华著. —北京: 科学出版社, 2016
ISBN 978-7-03-051090-7
I. ①全… II. ①黄… ②王… III. ①数字信号处理 IV. ①TN911.72
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 305345 号

责任编辑: 鲁永芳 赵彦超 / 责任校对: 邹慧卿
责任印制: 张 伟 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京东华虎彩印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2017 年 1 月第一次印刷 印张: 21 3/4

字数: 421 000

定价: 139.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

近年来,随着以感知层为核心的物联网应用在通信、交通、电力、医疗、农业、安防、军用、海洋工程等各工程领域中的普遍展开,人类社会将逐渐进入以“信息物理融合”为基础的“第四次工业革命”时代。以物联网为技术牵引,衡量“工业4.0时代”是否成熟的一个重要标志就是“生产高度数字化”。在这个时代背景下,泛在分布的传感器采集到的数据必然呈现几何级数的增长,而传感器能否从海量数据中准确提取现场对象的内在信息(即实现“智能感知”),就成了一个非常关键的因素。这迫切需要在信号处理领域有一套较系统和完善的信号处理方法来实现该任务。

信号处理所做的其实就是两件事情:信号分解和信号重构。通俗地说,信号分解要解决的是“分析信号包含哪些成分”的问题;信号重构要解决的是“怎样提取出想要的信号成分”的问题。由此展开一系列具体应用,如信号分解衍生出了频谱分析、各种变换、压缩编码、稀疏表示、阵列参数估计等;与此对应,信号重构衍生出了数字滤波、各种反变换、信号解码、信号去噪、波束生成等。而从物联网应用来看,侧重的是“感知”目标对象的属性、特征以及环境状态,因而从信号处理角度来看,物联网应用更期望在信号分解理论上有所突破,特别是频谱分析理论。

从数字信号处理的观点来看,无论信号分解或重构,都是建立在离散数据处理上的。而任何数字信号处理算法只能在有限长数据中进行,这就实际上需要对信号作截断,而截断会使得信号处理(如数字滤波、谱分析、信号重构等)的性能下降,这是个普遍存在而不可忽视的问题,也是数字信号处理这门学科不容回避的问题。

本书提出用“全相位处理方法”去解决数据截断引起的信号处理性能下降的问题,其基本思路就是:考虑包含某样点的所有可能的数据截断情况并分别进行处理,再有机综合这些处理结果即得到最终的输出。在命名这种新处理方法时,曾考虑过用“重叠信号处理”或“全重叠信号处理”等词。侯正信教授提出的“全相位”这个词是非常恰当的,“全”是指整体,即综合考虑所有分段,“相位”是指局部,即某样点对应于输入和输出分段中所处的位置,因而“全相位”是个辩证统一的概念,既反映了以最大程度进行重叠处理的外在形式,又蕴含了其总体性能改善是源于对各子处理进行有机综合的内在实质。

若用全相位方法去处理因截断引起的谱分析性能下降问题,就衍生出了本书的全相位谱分析理论。截断问题的广泛存在性,注定赋予了全相位谱分析理论在工程中的广泛适用性。本书的全相位谱分析理论旨在解决谱分析领域的一系列难题,

如相位估计、密集谱识别与估计、低频实信号的频率估计、欠采样下信号的频率估计、短样本频率估计等。

作者在 2009 年出版了专著《数字信号全相位谱分析与滤波技术》，该专著出版以来，学术界和工程界的同行们给予了较高的关注，并且专著所论述的学术方法在无线通信、仪器仪表设计、故障诊断、光学工程、雷达、水声、生物医学、生物信息学等各个工程领域中得到了广泛应用。有关全相位信号处理方法的理论及应用的论文如雨后春笋般出现（迄今为止，期刊论文数目达到 600 余篇，学位论文 80 余篇）。这些来自同行们的大量反馈对于本书的形成和完善起到了非常积极的推动作用。

2009 年的专著更侧重于介绍全相位滤波，全相位谱分析仅少量内容。而近几年来，我们能感觉到，国内同行对谱分析领域的需求更加广泛，因而我们在全相位谱分析领域做了大量细化、深入和拓展性的新研究工作。本书把已被国内同行验证符合工程应用的全相位谱分析的新成果纳入其中，对大多数学术观点作了更有深度的重新阐述，因而本书相比于 2009 年的专著，内容丰富程度大幅度提高，覆盖面更广，这与国内同行们的支持是分不开的。另外，本书还弥补了 2009 年专著的一个缺陷，就是为几乎所有的学术内容配备了 MATLAB 程序代码（文件名与相应的图、表编号一致），这样更方便于读者加深对理论原理及应用的理解。期望通过以上改进，本书可以更有针对性、更深入地为同行研究提供支持。

本书获得国家自然科学基金面上项目（批准号：61271322）和国家自然科学基金重点项目（批准号：61434004）以及科技部 863 项目（批准号：2015AA01A703）资助。三十余年来，国家自然科学基金委员会对我们在全相位信号处理的研究方向给予了持续支持，反映了国家对基础研究的高度重视。我们也真诚期望能将基础性研究成果回馈给国家和人民。

本书还得到了中国工程院毛二可院士、刘尚合院士的推荐和 IEEE Fellow、“长江学者”马建国教授的充分肯定以及科学出版社鲁永芳编辑的大力支持，天津大学青岛海洋工程研究院信息工程研究所提供了清静的写作环境，另外，研究生张博、黎鸣诗做了一些勘误工作，一并表示真诚感谢。

限于作者的水平，不妥之处在所难免，恳切希望读者给予批评指正。

黄翔东 王兆华

2016 年 9 月于天津大学

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 新信息时代对谱分析需求	1
1.1.1 谱分析问题概括	1
1.1.2 信号间断问题举例	2
1.2 截断问题的各种解决方案	5
1.3 全相位谱分析理论的发展历史概述	6
1.3.1 重叠数字滤波阶段	7
1.3.2 全相位谱分析的创立和完善	8
1.3.3 全相位谱分析理论的应用与全面发展	11
1.4 本书的主要内容	18
1.5 本书的主要特点	19
参考文献	20
第 2 章 全相位数据预处理	29
2.1 引言	29
2.2 三种全相位数据预处理	30
2.2.1 无窗全相位数据预处理	30
2.2.2 单窗全相位数据预处理	31
2.2.3 双窗全相位数据预处理	32
2.2.4 全相位预处理的统一表示及其卷积窗性质	33
2.3 确定信号的全相位数据预处理	36
2.3.1 DFT 谱性能特征变化	36
2.3.2 自相关特性的变化	40
2.4 全相位数据预处理后的统计特性	43
2.4.1 统计特性衡量指标及其仿真测试	43
2.4.2 统计特性变化的理论证明	46
2.5 小结	48
参考文献	49
第 3 章 全相位 FFT 频谱分析	51
3.1 数字谱分析理论的发展历程	51

3.1.1	工程应用对谱分析的需求	51
3.1.2	数字谱分析发展的四个阶段	52
3.1.3	全相位 FFT 谱分析与工程应用需求	56
3.2	全相位 FFT 谱分析方法的衍生	56
3.2.1	传统 DFT 谱分析的缺陷及其原因	56
3.2.2	从传统 FFT 谱分析到全相位 FFT 的衍生	58
3.2.3	简化的全相位 FFT 谱分析流程	61
3.3	传统 FFT 谱分析和全相位 FFT 谱分析的数学公式	63
3.3.1	单频复指数信号的传统 FFT 分析	63
3.3.2	单频复指数信号的全相位 FFT 分析	64
3.3.3	单频复指数信号的 FFT 和全相位 FFT 的矩阵形式分析	65
3.3.4	单频复指数信号的 FFT 谱与全相位 FFT 谱对照	68
3.4	传统 FFT 与全相位 FFT 分析数据实测与矢量解释	70
3.4.1	数据实测分析	70
3.4.2	矢量分析	72
3.5	全相位 FFT 谱分析的基本性质	73
3.5.1	性质 1	73
3.5.2	性质 2	74
3.5.3	性质 3	77
3.5.4	性质 4	79
3.5.5	基本性质导出的噪声环境下全相位 FFT 与 FFT 的关系	82
3.6	全相位 FFT 谱分析两时延谱自适应调节机理	84
3.6.1	传统数据和全相位预处理后的数据的傅里叶变换表示	84
3.6.2	复指数信号的传统傅里叶谱及全相位傅里叶谱的内在机理	86
3.6.3	全相位 FFT 的两个子谱自适应调节机理	90
3.7	全相位 FFT 谱分析与平滑周期图谱分析的比较	93
3.7.1	全相位 FFT 谱分析与平滑周期图谱分析的区别	93
3.7.2	仿真实验比较	94
3.8	小结	96
	参考文献	97
第 4 章	基于谱内插的全相位 FFT 频谱校正理论	99
4.1	现有谱校正方法及其主要问题	99
4.1.1	为什么要引入谱校正	99
4.1.2	谱校正器的误差来源	100

4.1.3	现有的内插型的 FFT 频谱校正法	101
4.1.4	现有 FFT 谱校正方法的缺陷	106
4.2	通用的内插型的全相位 FFT 谱校正器构造	108
4.3	双谱线内插型全相位 FFT 谱校正法	109
4.4	小结	115
	参考文献	115
第 5 章	基于相位差的全相位频谱校正理论	118
5.1	内插型谱校正器与相位差型谱校正器的区别	118
5.2	传统 FFT 相位差频谱校正法原理	119
5.3	两种基于全相位 FFT 的相位差频谱校正法	121
5.3.1	apFFT/FFT 相位差频谱校正法	121
5.3.2	全相位时移相位差频谱校正法	124
5.3.3	多频信号的频谱校正实验对比	127
5.4	衍生于全相位 FFT 的前后向子分段相位差频率估计法	131
5.4.1	单频估计器需考虑的问题	131
5.4.2	前后向子分段相位差法原理	132
5.4.3	频率估计性能定量分析	134
5.4.4	含噪单频信号测频仿真	137
5.5	两种基于全相位 FFT 的相位差校正法的精度改进措施	139
5.5.1	提高精度的措施思考	139
5.5.2	高精度 apFFT/FFT 相位差频率估计器	140
5.5.3	高精度全相位时移相位差频率估计器	144
5.6	三种高精度全相位频率估计器对比	149
5.6.1	高精度前后向子分段相位差频率估计器	149
5.6.2	单频情况下三种改进的频率估计器对比	149
5.7	小结	152
	参考文献	153
第 6 章	全相位密集谱校正理论	156
6.1	密集谱校正问题	156
6.2	全相位 FFT 密集谱识别与校正	157
6.2.1	无噪情况的全相位幅值谱和相位谱识别	157
6.2.2	基于全相位 FFT 的密集频率与相位的校正算法	161
6.2.3	含噪情况下的密集谱与单频谱的识别	164
6.2.4	密集谱校正实验仿真	166

6.3	低频实信号的密集谱校正	167
6.3.1	低频实信号谱校正难度	167
6.3.2	短区间正弦信号参数测量误差来源剖析	169
6.3.3	基于解析全相位基波信息提取的短区间正弦波频率估计	170
6.3.4	卷积窗对测频影响分析	174
6.3.5	测频实验及其误差分析	175
6.4	小结	177
	参考文献	178
第 7 章	全相位 FFT 测相理论及其衍生测相方法	180
7.1	全相位 FFT 测相的衍生问题	180
7.2	谐波参数估计模型的克拉默-拉奥下界	181
7.2.1	实正弦信号模型的克拉默-拉奥下界	181
7.2.2	复指数信号模型的克拉默-拉奥下界	184
7.2.3	全相位 FFT 测相模型的克拉默-拉奥下界	185
7.3	全相位 FFT 测相的理论方差	190
7.3.1	纯信号的全相位 FFT 谱和噪声干扰分析	190
7.3.2	高斯白噪声干扰下的全相位 FFT 相位谱性能	191
7.3.3	量化误差对全相位 FFT 相位测量的影响	193
7.3.4	全相位测相 FFT 方差验证与克拉默-拉奥下界对照	194
7.4	衍生于全相位 FFT 的双子段相位估计法	197
7.4.1	从全相位 FFT 测相法到双子段测相法的衍生机理	198
7.4.2	双子段相位估计法原理	199
7.4.3	基于矢量合成的测相精度比较分析	201
7.4.4	基于统计分析的测相精度分析	202
7.4.5	双子段测相器方差与全相位 FFT 测相器方差及其克拉默-拉奥下界的比较	205
7.4.6	测相均方根误差的仿真实验验证	206
7.5	小结	209
	参考文献	210
第 8 章	双相位 FFT 谱分析方法	212
8.1	引入双相位 FFT 的必要性	212
8.2	从全相位 FFT 到双相位 FFT 的衍生	213
8.2.1	衍生过程	213
8.2.2	衍生举例	215

8.2.3 简化的双相位 FFT	216
8.3 双相位 FFT 的性质	217
8.3.1 相位谱性质	217
8.3.2 振幅谱性质	220
8.3.3 相位谱性质和振幅谱性质的矢量解释	225
8.4 双相位 FFT 的短样本谱分析性能	226
8.5 基于双相位 FFT 的相位测量	229
8.5.1 双相位 FFT 相位测量的克拉默-拉奥下界	229
8.5.2 双相位 FFT 测相仿真实验	230
8.6 小结	232
参考文献	232
第 9 章 全相位 DTFT 谱分析方法	234
9.1 引入全相位 DTFT 的必要性	234
9.2 从全相位 FFT 到全相位 DTFT 的衍生	235
9.2.1 衍生过程尝试	235
9.2.2 全相位 DTFT 谱的正确衍生过程	237
9.3 全相位 DTFT 谱分析性质	238
9.3.1 全相位 DTFT 蕴含子谱补偿机理	238
9.3.2 全相位 DTFT 谱性质	241
9.3.3 基于全相位 DTFT 振幅谱峰搜索的低频正弦信号频率估计	244
9.4 密集谱分布下的全相位 DTFT 谱分析	246
9.4.1 存在密集谱情况下的全相位 DTFT 相位谱性质	246
9.4.2 基于 apDTFT 相位谱特征的密集谱识别	248
9.4.3 基于 apDTFT 相位谱特征的低频正弦波频率估计	250
9.4.4 强干扰下的密集谱识别与校正	255
9.4.5 噪声下的基于 apDTFT 相位谱的短区间正弦波频率估计	258
9.5 小结	260
参考文献	260
第 10 章 基于全相位谱分析的欠采样互素谱感知	262
10.1 欠采样互素谱感知问题	262
10.2 互素谱欠采样谱感知理论	263
10.2.1 互素欠采样	263
10.2.2 互素谱分析流程	264
10.2.3 基于全相位滤波的互素谱分析	266

10.3	基于相位差谱校正的高精度、高效互素谱频率估计器	274
10.3.1	高效互素谱估计器流程	274
10.3.2	高效互素谱估计原理	275
10.3.3	频率估计仿真实验	281
10.4	基于鲁棒中国余数定理的余弦实信号频率估计器	283
10.4.1	测频方案及原理	284
10.4.2	仿真实验	289
10.5	小结	291
	参考文献	292
第 11 章	全相位谱分析的应用举例	294
11.1	介质损耗角测量	294
11.1.1	问题描述	294
11.1.2	传统正交滤波缺陷及其原因	295
11.1.3	基于全相位数据预处理的正交滤波	297
11.1.4	介质损耗角测量仿真实验及分析	299
11.2	电力系统谐波分析	301
11.2.1	电力谐波特点及全相位方法的优势	302
11.2.2	仿真实验	303
11.3	激光波长测量	304
11.3.1	激光波长测量方法及其模型	304
11.3.2	激光波长测量仿真及分析	305
11.4	激光测距	307
11.4.1	基本测距原理	307
11.4.2	基于全相位 FFT 的单频测距方案	308
11.4.3	基于全相位 FFT 的辅频测距方案	310
11.4.4	激光测距仿真实验	311
11.5	超分辨率时延估计	312
11.5.1	问题描述	312
11.5.2	数学模型	313
11.5.3	全相位窄带滤波	314
11.5.4	基于全相位窄带滤波的时延估计算法	315
11.5.5	时延估计仿真实验及分析	318
11.6	基于全相位 FFT 的脑机接口设计	320
11.6.1	基于稳态视觉诱发电位的脑机接口系统构成	320

11.6.2	SSVEP-BCI 实验平台介绍	322
11.6.3	基于全相位 FFT 测相的 SSVEP-BCI 解码	324
11.7	基于全相位 FFT 的旋转机械故障诊断	326
11.7.1	旋转机械故障的谐波特征	326
11.7.2	基于全相位 FFT 谱校正谐波提取的故障信号重构	327
11.8	小结	331
	参考文献	331

第 1 章 绪 论

1.1 新信息时代对谱分析需求

1.1.1 谱分析问题概括

随着以感知层为核心的物联网应用在通信、交通、电力、医疗、农业、安防、军用、海洋工程等各领域中的普遍展开，人类社会将逐渐进入以“信息物理融合”为基础的“第四次工业革命”时代。以物联网为技术牵引，衡量“工业 4.0 时代”是否成熟的一个重要标志就是“生产高度数字化”。在这个时代背景下，泛在分布的传感器采集到的数据必然呈现几何级数的增长，而传感器能否从海量数据中准确提取现场对象的内在信息（即实现“智能感知”），就成了一个非常关键的因素。

而数字谱分析的任务就是“分析清楚信号包含哪些成分，并提取出各成分的特征”，换用物联网的语言来描述，其实就是要“实现对现场环境和对象的智能感知”；具体从物联网工程需求来看，应在耗费尽量少的观测样本前提下实现对现场环境和对象快速、准确、全面的感知。因而随着电子信息领域中以“物联网”为特征的新技术革命纵深发展，客观上期望在信号处理领域可以出现并完善一套兼顾“快”“准”“全”“省”四个特征的谱分析方法。

自从 1965 年快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT) 算法出现后，数字信号处理就成为一门独立的学科，在此后的 50 余年中，各种快速、优良的数字信号处理算法层出不穷，基本已形成一套完整的理论体系。而除了算法的丰富外，各种数字信号处理器件（如数字信号处理器、现场可编程门阵列 (field-programmable gate array, FPGA)、复杂可编程逻辑器件 (complex programmable logic device, CPLD) 等) 不断高速化、集成化也是促成这门学科发展的动力。可以说，从硬件资源来看，微电子行业已为未来“工业 4.0 时代”提供了较充分的支撑。

从理论层次来看，数字谱分析方法的研究，也经历了基于 FFT 的经典谱分析理论、参数建模谱分析理论、子空间分解的谱分析理论、稀疏样本谱分析理论的四代革新。遗憾的是，这四代谱分析方法不能兼备“快”“准”“全”“省”这四个特征，只能在其中一方面或几方面有所侧重（第 3 章将详细论述这个问题）。而为应对未来“工业 4.0 时代”将呈现的数字化程度越来越高的信息社会，需要从浩如烟海的大数据中快速、准群地提取信息，关键在于数字谱分析理论要在兼顾“快”“准”“全”“省”这四个方面有所突破。

但在数字信号处理中,当涉及硬件实现时,都会遇到一个很普遍的问题:一般要处理的原始信号序列长度是非常长的,但受物理设备条件所限,每次(如一个时钟周期内)输入给数字信号处理相关硬件(如 DSP)的必定是有限长的数字序列,也就是说要对原有长序列进行一次截断(或称“间断”)。显然,截断后的短序列相比于原有未截断的长序列的信号属性必然要发生变化。例如,截取高斯白噪声的一段,其截断后的序列的均值和方差等统计特性相对于原有白噪声序列肯定会有变化;再如截取低频正弦序列的一段,则截断后的短序列在时域表现为在序列两端的幅值出现大的跳变,在频域表现为信号频谱会出现泄漏。这种由于截断而引起的序列性能下降显然会导致后续硬件设备的数字信号处理性能的下降。

间断其实是自然界的普遍现象,如物体的边缘、图像的边界、声音的间断等。这些不同的截断方式都可通过“数字化”手段以离散序列的形式表现出来,显然其采样得到的离散序列也具有间断特性。然而,客观世界中关键的信息往往蕴含在其间断特征里。例如,地震波检测中,其振动信号的间断特征可以提供灾难程度的判断依据;旋转机械振动信号的瞬时间断特征常作为齿轮和轴承等关键部件是否出现故障的依据;从物联网传感器信号提取出的间断特征往往是现场突发事件的深度反映等。

因此,以解决截断问题作为突破口,是开辟并完善一套符合“快”“准”“全”“省”四个特征的谱分析方法的有效途径。本书所系统论述的“全相位数字谱分析理论及方法”就应运而生了。

1.1.2 信号间断问题举例

下面列举四种数字信号处理中的间断问题。

1. FFT 频谱分析中有限信号边界的间断

若以 $f_s=32\text{Hz}$ 的采样频率对幅度为 1、频率为 f_0 的余弦波 $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$ 进行采样,则采样序列为 $x(n)=\cos(2\pi f_0/f_s n)$ 。若固定采样频率,连续取其中 $N=32$ 个样点作 FFT,下面讨论 f_0 取不同值时因信号边界的不同而导致的 FFT 谱差异情况。

图 1-1(a) 为 $f_0=1\text{Hz}$ 的情况,这时连续取的 32 个样点正好截断得到信号的一个周期,由于 FFT 所处理的是截断后周期延拓的信号,故延拓后仍是一个连续余弦波,则 FFT 后在频率 $k=1$ 处有一幅度为 1 的输出。

图 1-1(b) 为 $f_0=1.3\text{Hz}$ 的情况,这时连续取的 32 个样点不是一个整周期,从图中可看出截断后周期延拓的信号有跳变,则 FFT 后在频率 $k=1$ 处的输出幅度小于 1,而且在其他各频率点都有输出,即有泄漏。

图 1-1(c) 为 $f_0=1.5\text{Hz}$ 的情况,如图所示截断是一个半周期,从图中可看出截

断后周期延拓的信号有最大跳变, 则 FFT 后在频率 $k=1$ 处的输出幅度更小于 1, 而且在其他各频率点都有更大输出, 泄漏更大。

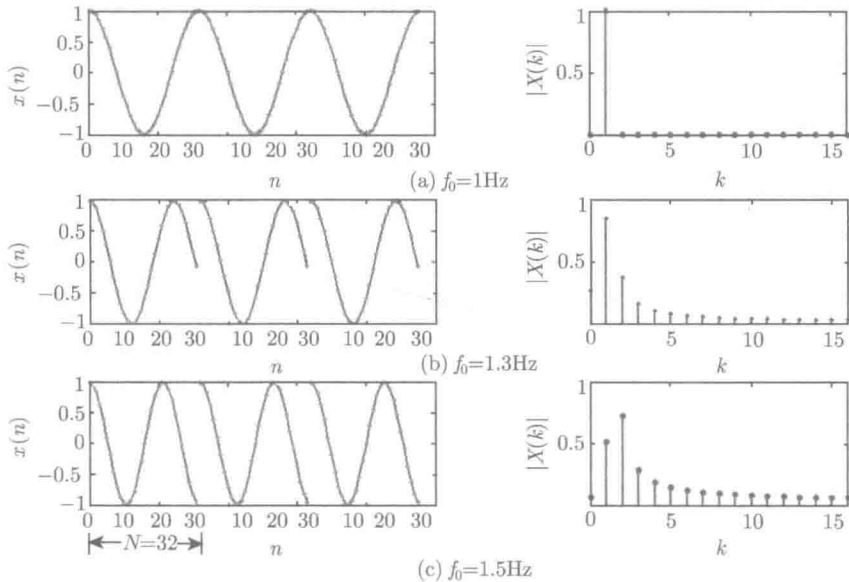


图 1-1 FFT 频谱分析中有限信号边界的间断

因此, 图 1-1 表明, FFT 谱的泄漏程度与信号边界处的波形间断程度密切相关, 波形间断程度越大, 谱泄漏 (spectral leakage) 也越大。

2. 间断频率特性的 FIR 滤波器设计

在有限冲激响应 (finite impulse response, FIR) 滤波器设计中, 常会遇到频率特性有间断率的 FIR 滤波器设计。如图 1-2 所示, 分别采用传统频率采样法进行低通、带通、微分、点通、点阻滤波器设计 (即对频率向量 H 进行逆离散傅里叶变换 (inverse discrete fourier transform, IDFT) 而得到滤波器系数), 其中理想滤波器传递曲线如图 1-2(a) 所示。如果不加窗, 就会出现 Gibbs 现象, 幅频曲线就会在间断附近引起振荡, 如图 1-2(b) 的 $|H_1(e^{j\omega})|$ 所示。如果加窗, 幅频曲线的过渡就会加宽, 如图 1-2(c) 的 $|H_2(e^{j\omega})|$ 所示。特别是对于设计点通和点阻滤波器时, 其性能更差。

因而, 图 1-2 表明, 在设计频率有间断特性的滤波器时, 在频率间断处常会出现较大的振荡, 加窗并不是解决办法。

3. 间断函数的傅里叶级数重构

在数字信号处理中的重构中, 常遇到有间断点的信号重构, 如图 1-3(a) 所示

锯齿形、矩形、正负锯齿形等信号的重构。这里的重构，首先需对有限个样点进行离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT)，再利用 DFT 信息来重新构造原连续波形。

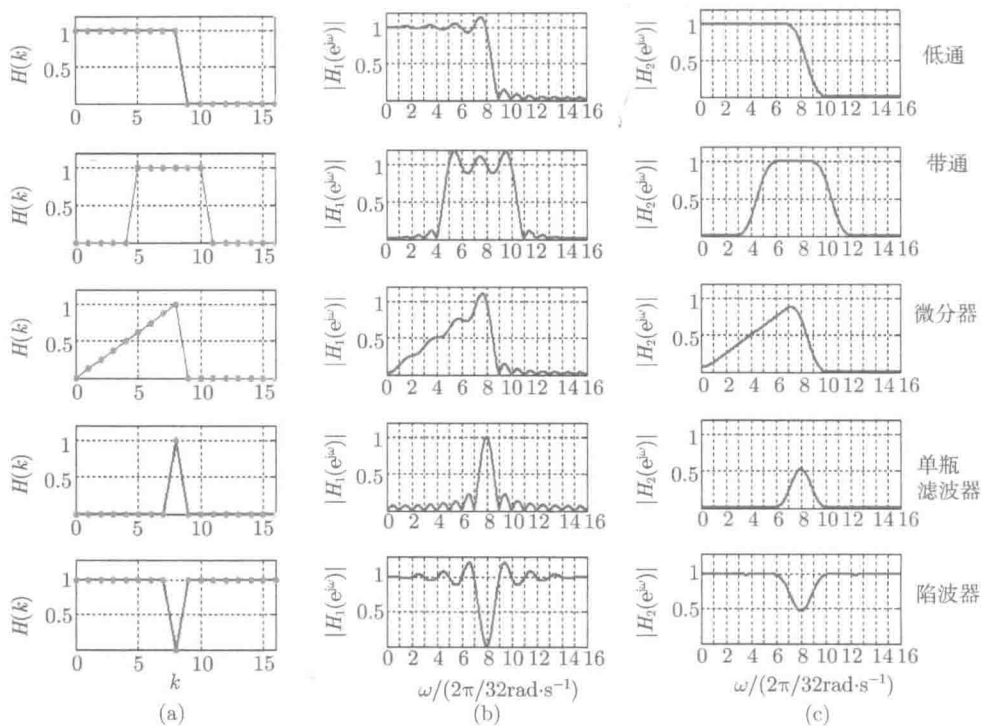


图 1-2 间断频率特性的 FIR 滤波器

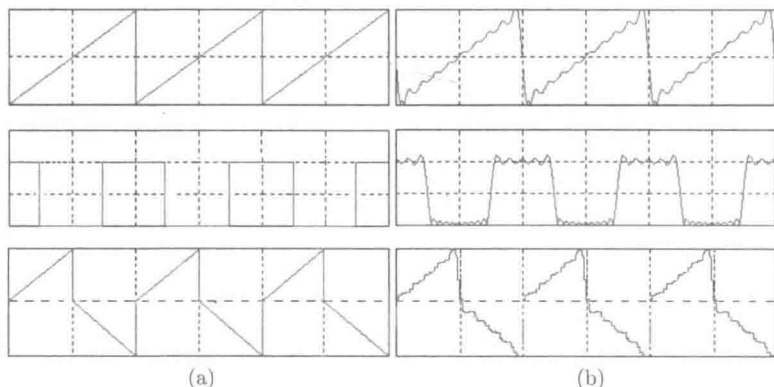


图 1-3 间断函数的傅里叶重构

由于取有限点，不加窗就会出现 Gibbs 现象，即在间断附近引起较大的振荡，

在波形平缓区也会出现一定的起伏(图 1-3(b))。如果加窗,在原间断波形附近就会出现过渡,从而引起重构波形的失真。

4. 有限变换域滤波器中边界引起的间断

在图 1-4(a) 所示的由正反 FFT 组成的频域滤波器中,若该有限长的频域向量 $H = [H_0 H_1, \dots, H_{N-1}]^T$ 出现间断,则也会引起信号失真。这种失真相当于仅对图 1-4(b) 包含 a_0 的某分段作 FFT(对于图像滤波,则以有限像素块的正反二维傅里叶变换的方式进行,如图 1-4(c) 采用大小为 8×8 像素块的滤波)。这样滤波前其信号如图 1-4(c) 直线和两块灰度相同的图像所示,经有限 FFT 滤波处理后,原来连续直线在分界处出现折断,而灰度相同的图像变成灰度不相同,如图 1-4(d) 所示。

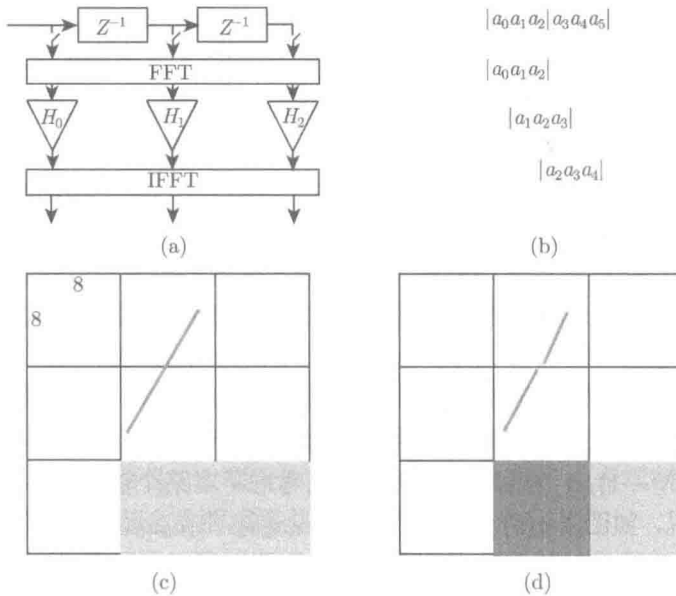


图 1-4 有限变换域滤波器中边界引起的间断

1.2 截断问题的各种解决方案

事实上,音、视频研究领域的国内外专家学者早已注意到将连续样本直接截断引起的数字信号处理性能下降的问题,并提出了一些改善措施。

直接对截断后的序列进行“加窗”的方法^[1]是一种最简单的措施。这是因为在时域中直接将样本序列截断通常会出现序列首尾波形幅值不连续的现象,在频域中则对应着输入序列的傅里叶谱和矩形窗序列的傅里叶谱相卷积的结果,由于