

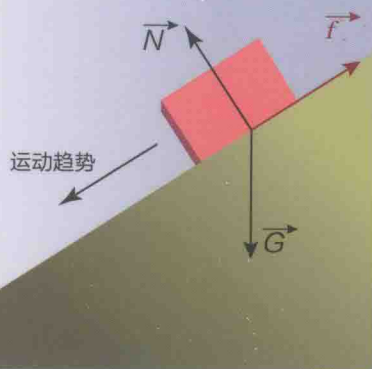
普通高等学校机械工程基础创新系列教材

丛书主编 吴鹿鸣 王大康

材料力学

CAILIAO LIXUE

范钦珊 王 晶◎编著



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

普通高等学校机械工程基础创新系列教材

丛书主编 吴鹿鸣 王大康

材料力学

范钦珊 王 晶 编著

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

“普通高等学校机械工程基础创新系列教材”是清华大学、重庆大学、北京科技大学、西南交通大学等多所高校国家级教学名师、名教授主编的,以国家教学成果奖、国家精品课程、国家精品资源共享课程、国家“十二五”规划教材遴选精神、卓越工程师培养理念为编写思想和内容支撑,强调工程背景和工程应用的高校机类、近机类平台课教材,力求反映当今最新专业技术成果和教研成果,适应当前教学实际,特色鲜明,作为现有经典教材的补充。本书是其中的一分册。

本书根据教育部高等学校力学基础课程教学指导委员会 2009 年制订的“材料力学课程教学基本要求”编写,可以满足大多数高校材料力学课程的教学要求。本书融入了近几年来著者在北京工业大学机电工程专业“卓越工程师”班从事材料力学研究型教学的成果。与以往的同类教材相比,工程概念有所加强,引入了大量涉及广泛领域的工程实例及与工程有关的例题和习题。

全书分为 14 章,内容涉及反映材料力学基本要求的轴向拉压杆件、材料的力学性能、圆轴扭转、弯曲强度与刚度、应力状态与强度理论、压杆稳定、材料力学中的能量法、简单的静不定系统、动载荷与动应力概述和疲劳强度等。

本书适合作为普通高等学校机械工程学科专业材料力学课程的教材,也可作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/范钦珊,王晶编著. —北京:中国铁道出版社,

2016. 6

普通高等学校机械工程基础创新系列教材

ISBN 978-7-113-18521-3

I. ①材… II. ①范… ②王… III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 026740 号

书 名:材料力学
作 者:范钦珊 王 晶 编著

策 划:李小军 曾露平

读者热线:(010)63550836

责任编辑:李小军

封面设计:一克米工作室

责任校对:汤淑梅

责任印制:郭向伟

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街 8 号)

网 址:<http://www.51eds.com>

印 刷:三河市宏盛印务有限公司

版 次:2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷

开 本:787 mm × 1 096 mm 1/16 印张:20.75 字数:496 千

书 号:ISBN 978-7-113-18521-3

定 价:46.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)51873659

普通高等学校机械工程基础创新系列教材

顾 问：谭建荣（中国工程院院士、浙江大学教授）

郑建东（中国铁道出版社原社长）

主 任：吴鹿鸣（西南交通大学教授、国家级教学名师）

范钦珊（清华大学教授、国家级教学名师）

副 主 任：王大康（北京工业大学教授）

严晓舟（中国铁道出版社原副总编辑、编审）

委 员：（按姓氏拼音排序）

高淑英（西南交通大学教授）

何玉林（重庆大学教授、国家级教学名师）

李德才（北京交通大学教授、长江学者）

李 威（北京科技大学教授）

李小军（中国铁道出版社编审）

罗圣国（北京科技大学教授）

沈火明（西南交通大学教授）

田怀文（西南交通大学教授）

吴宗泽（清华大学教授）

杨庆生（北京工业大学教授）

焦敬品（北京工业大学教授）

闫开印（西南交通大学教授）

赵 韩（合肥工业大学教授）

丛书主编：吴鹿鸣 王大康

序

随着机械学科的不断发展和教育教学改革的不断深入,以及当今大学生基础程度和培养目标的差异,在既有的经典教材基础上,出版各具特色、不同风格的教材是十分必要的。基于此,中国铁道出版社组织编写了一套力求反映当今最新专业技术成果和教研成果、适应当前教学实际、特色鲜明的机类、近机类专业平台课教材,作为现有经典教材的补充。编写的“普通高等学校机械工程基础创新系列教材”(以下简称“创新系列教材”)充分考虑了当今工程类大学生培养目标和现有学生基础,与传统教材相比,更强调工程背景和工程应用,具有以下特色:

1. 理念先进, 特色鲜明

“创新系列教材”以国家教学成果奖、国家精品课程、国家精品资源共享课程、国家“十二五”规划教材等成果为该系列教材的编写思想和内容支撑,从而保证了该系列教材内容的先进性。为贯彻落实教育部组织的“卓越工程师教育培养计划”,在制订该系列教材编写原则时,编委会特别强调要将卓越工程师培养理念、国家“十二五”规划教材遴选精神融入该系列教材。为此,与传统教材相比,该系列教材强化了工程能力和创新能力,重视理论与实践结合,突出机械专业的实操性,并结合“绿色环保”思想,从根本上培养学生的设计理念,为改革人才培养模式提供了基本的知识保障。

2. 将理论力学、材料力学、工程力学纳入该系列教材

力学,作为“机械设计制造及其自动化”等专业的主干学科,在架构完整的知识体系和培养具有机械工程学科的应用能力方面起着尤为重要的作用。然而,机械专业对力学课程的要求不同于力学专业,也不同于土木建筑等专业,也就对其教材提出了新的要求,所以本系列教材将其纳入,形成一套完整的、科学的机械专业基础课教材体系,克服了传统教材各自为政的弊端。

3. 采用最新国家标准

国家标准是一个动态的信息,近年来随着机械行业与国际接轨步伐加快,我国不断推出了一系列新的国家标准,为加快新标准的推行,该系列教材作为载体吸收了机械行业最新的国家标准。

“创新系列教材”融入了很多名师的心血和教育教学改革成果,希望能引起各校的关注与帮助,在实际使用中提出宝贵的意见和建议,以便今后进行修订完善,为我国机械设计制造及其自动化专业建设和高等学校教材建设作出积极的贡献。

中国工程院院士、浙江大学教授



2015年2月

前 言

本书是应中国铁道出版社之约,为我国高校大多数机械工程学科专业编写的。全书内容根据教育部高等学校力学基础课程教学指导委员会 2009 年制订的“材料力学课程教学基本要求”加以精选,可以满足大多数高校材料力学课程的教学要求。

材料力学是一门具有基础性和工程性的课程:一方面其基本概念、理论与方法是机械、土木、铁路、桥梁、船舶、水利、化工、航空、航天等等诸多工程学科的基础,在这些学科的相关课程里都可以看到材料力学的影子;另一方面材料力学又为这些学科的工程分析与设计提供了关于强度、刚度和稳定性的失效判据与安全准则。对于这些专业的在校学生以及在岗的工程技术与研究人员,材料力学都是非常重要的。因此,提高材料力学的课程教学质量、培养创新精神,对于提高这些工程学科人才的培养质量意义重大。为此,多年来我们在材料力学课程教学中,坚持素质教育、工程教育和创新教育相结合。

从力学素质教育的要求出发,本书更注重突出基本概念、基本理论与基本方法,而不追求冗长的理论推导与繁琐的数字运算。

材料力学与很多领域的工程密切相关。材料力学教学不仅可以培养学生的力学素质,而且可以加强学生的工程概念。这对于他们向其他学科或其他工程领域扩展是很有利的。基于此,本书与以往的同类教材相比,工程概念有所加强,引入了大量涉及广泛领域的工程实例及与工程有关的例题和习题。

本书融入了近几年来我们在北京工业大学机电工程专业“卓越工程师”班从事材料力学研究型教学的成果。对于内容的选取,重在教学内容的深度。所谓深度是指基本教学内容深层次的内涵。材料力学课程中的一些概念、原理看似简单,实则内涵丰富。如果能够引导学生从更深的层次上分析和理解这些内容,就有可能使学生创造性地应用这些概念、原理以及公式去分析和解决复杂的工程实际问题。追求教学内容的深度,不仅可以帮助学生加深对基本教学内容的理解,而且可以激发学生的钻研精神和创新精神。

为了让学生更快地掌握最基本的知识,本书在概念、原理的叙述方面作了一些改进。一方面从提出问题、分析问题和解决问题等方面作了比较详尽的论述与讨论;另一方面通过较多的例题分析,特别是一些重要概念的例题分析,著者相信这有助于读者加深对基本内容的理解和掌握。

全书共分为 14 章。内容包括反映材料力学基本要求的轴向拉压杆件、材料的力学性能、圆轴扭转、弯曲强度与刚度、应力状态与强度理论、压杆稳定、材料力学中的能量法、简单的静不定系统、动载荷与动应力概述和疲劳强度概述等。根据不同院校的实际情况,建议学时为 64~84 学时。

本书由清华大学范钦珊、北京工业大学王晶编著,王晶编著第 1~6 章;范钦珊编著第 7~14 章。

因编著者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请广大读者批评指正。

编著者

2016 年 2 月于北京

目 录

第 1 章 引 论	1
1.1 材料力学的基础性及其工程应用价值	1
1.2 材料力学的基本假定	2
1.3 弹性杆件的外力与内力	3
1.4 弹性体受力与变形特点	4
1.5 应力、应变以及应力-应变关系	6
1.6 杆件的受力与变形形式	8
1.7 结论与讨论	9
第 2 章 内力与内力图	11
2.1 内力与内力分量	11
2.2 内力方程	13
2.3 轴 力 图	15
2.4 扭 矩 图	16
2.5 梁内力的变化区间与控制面	17
2.6 梁控制面或指定横截面上剪力和弯矩的确定	19
2.7 梁的剪力方程与弯矩方程	20
2.8 根据方程绘制剪力图与弯矩图	22
2.9 剪力、弯矩与载荷集度之间的微分关系	25
2.10 应用微分关系直接绘制剪力图与弯矩图	26
2.11 刚架的内力与内力图	28
2.12 结论与讨论	30
第 3 章 轴向拉伸与压缩	36
3.1 拉压杆件的应力	36
3.2 拉压杆件的强度计算	38
3.3 拉压杆件的变形	41
3.4 拉伸与压缩时材料的力学性能	44
3.5 简单拉压静不定问题	48
3.6 结论与讨论	50
第 4 章 连接件的工程假定计算	57
4.1 铆接件的强度失效形式及相应的强度计算方法	57

4.2	焊缝强度的剪切假定计算	60
4.3	结论与讨论	63
第5章	圆轴扭转	66
5.1	工程上传递功率的圆轴与外加力偶的换算	66
5.2	圆轴扭转时的剪切变形与切应力	67
5.3	圆轴扭转时横截面上的切应力分析	69
5.4	圆轴扭转时的强度计算	73
5.5	圆轴扭转时的变形与刚度设计	76
5.6	简单的扭转静不定问题	78
5.7	结论与讨论	79
第6章	平面弯曲	84
6.1	承受弯曲构件的力学模型与工程中的承受弯曲构件	84
6.2	与应力分析相关的截面图形几何性质	86
6.3	平面弯曲时梁横截面上的正应力	96
6.4	梁的强度计算	104
*6.5	弯曲切应力分析	108
6.6	结论与讨论	114
第7章	梁的位移分析与刚度设计	128
7.1	基本概念	128
7.2	小挠度微分方程及其积分	131
7.3	工程中的叠加法	134
7.4	简单的静不定梁	138
7.5	梁的刚度设计	142
7.6	结论与讨论	145
第8章	应力状态与强度理论	152
8.1	应力状态的基本概念	152
8.2	平面应力状态任意方向面上的正应力与切应力	154
8.3	应力状态中的主应力与最大切应力	157
8.4	应力圆方法	161
8.5	广义胡克定律	164
8.6	应变能与应变能密度	166
8.7	强度理论概述——强度设计提出的新问题	167
8.8	关于脆性断裂的强度理论	168
8.9	关于屈服的强度理论	169

8.10 结论与讨论	172
第9章 组合受力时杆件的应力分析与强度设计	179
9.1 斜弯曲	179
9.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合	184
9.3 弯曲与扭转组合时圆轴的强度设计	187
9.4 薄壁容器强度设计简述	192
9.5 结论与讨论	194
第10章 压杆的稳定性分析与稳定性设计	201
10.1 工程结构中的压杆	201
10.2 基本概念	203
10.3 两端铰支压杆的临界载荷 欧拉公式	205
10.4 不同刚性支承对压杆临界载荷的影响	206
10.5 临界应力与临界应力总图	207
10.6 压杆稳定性设计的安全因数法	212
10.7 结论与讨论	214
第11章 材料力学中的能量方法	221
11.1 基本概念	221
11.2 互等定理	223
11.3 莫尔方法	227
11.4 计算直杆莫尔积分的图乘法	231
11.5 结论与讨论	236
第12章 简单的静不定系统	242
12.1 静不定问题的概念与方法	242
12.2 力法与正则方程	246
12.3 对称性与反对称性在求解静不定问题中的应用	254
12.4 空间静不定结构的特殊情形	260
12.5 结论与讨论	261
第13章 动载荷与动应力概述	268
13.1 达朗贝尔原理与动静法	268
13.2 等加速度直线运动时构件上的惯性力与动应力	269
13.3 旋转构件的受力分析与动应力计算	270
13.4 构件上的冲击载荷与冲击应力计算	273
13.5 结论与讨论	277
第14章 疲劳强度概述	282
14.1 疲劳强度概述	282
14.2 疲劳失效特征	285
14.3 疲劳极限与应力-寿命曲线	287

- 14.4 影响疲劳寿命的因素 288
- 14.5 基于无限寿命的疲劳强度设计方法 289
- 14.6 提高构件疲劳强度的途径 291
- 附录 294
 - 附录 A 型钢规格表 294
 - 附录 B 习题答案 307
 - 附录 C 中英名词对照 315
- 参考文献 319

第1章 引 论

材料力学主要研究变形体受力后发生的变形;研究由于变形而产生的附加内力;由此而产生的失效以及控制失效的准则。在此基础上导出工程构件静力学设计的基本方法。

本章介绍材料力学的基础知识、研究方法以及材料力学对于工程设计的重要意义。

1.1 材料力学的基础性及其工程应用价值

1.1.1 材料力学的研究内容

材料力学(mechanics of materials)的研究内容分属于两个学科。第一个学科是固体力学(solid mechanics),研究物体在外力作用下的应力、变形和能量,统称为应力分析(stress analysis)。但是,材料力学的研究范围仅限于杆、轴、梁等物体,其几何特征是纵向尺寸(长度)远大于横向(横截面)尺寸,这类物体统称为杆或杆件(bars 或 rods)。大多数工程结构的构件或机器的零部件都可以简化为杆件。第二个学科是材料科学(materials science)中的材料的力学行为(mechanical behavior of materials),研究材料在外力和温度作用下所表现出的力学性能(mechanical properties)和失效(failure)行为。但是,材料力学的研究范围仅限于材料的宏观力学行为,不涉及材料的微观机理。

以上两方面的结合使材料力学成为工程设计(engineering design)的重要组成部分,即设计出杆状构件或零部件的合理形状和尺寸,以保证它们具有足够的强度(strength)、刚度(stiffness)和稳定性(stability)。

强度(strength)是指构件或零部件具有的一种能力:在确定的外力作用下,不发生破坏或过量塑性变形的能力。

刚度(rigidity)是指构件或零部件具有的另一种能力:在确定的外力作用下,其弹性变形或位移不超过工程允许范围的能力。

稳定性(stability)是指构件或零部件在某些受力形式(例如轴向压力)下具有的能力:构件或零部件的平衡形式不会发生突然转变的能力。

构件的强度、刚度和稳定性与构件的尺寸、形状以及材料的力学性能有关。同时,不同的受力形式及构件的变形形式不同,破坏方式也不同。若构件形状尺寸不合理,或材料选用不当,将不能满足强度、刚度、稳定性的要求;相反,也不应不恰当地一味加大横截面尺寸或选用优质材料,造成成本的增加和资源的浪费。

例如,各种桥的桥面结构(见图1-1),采取什么形式才能保证不发生破坏,也不发生过大的弹性变形,使桥梁不仅具有足够的强度、刚度,同时还要具有重量轻、节省材料等优点。

又如,建筑施工的脚手架(见图 1-2)不仅需要有足够的强度和刚度,而且还要保证有足够的稳定性,否则在施工过程中会由于局部杆件或整体结构的不稳定而导致整个脚手架的倾覆与坍塌,造成人员伤亡。



图 1-1 大型桥梁

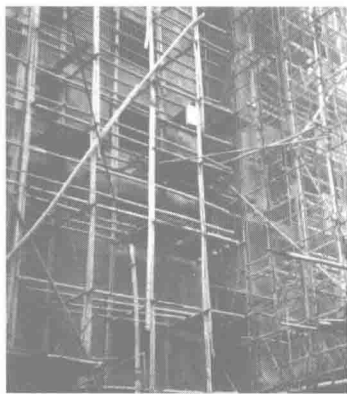


图 1-2 建筑施工中的脚手架

此外,各种大型水利设施、核反应堆容器、计算机硬盘驱动器、航空航天器及其发射装置等都有大量的强度、刚度和稳定性方面的要求。

1.1.2 材料力学的研究对象

材料力学所研究的物体主要是杆件。所谓杆件,即一个方向上的尺寸远大于另外两个方向上尺寸的构件。杆件是由轴线和横截面两个几何要素构成的。设想某一平面图形在其形心处穿过一曲线,平面图形与曲线正交且沿此曲线运动,则平面图形的轨迹即形成一杆件。杆件的轴线为直线者称为直杆,轴线为曲线者称为曲杆。杆件的横截面可以是任意形状,而且可以沿轴线变化。

工程结构中的构件与机械中的零件或部件,很多都属于杆件或者可以简化为杆件。

1.2 材料力学的基本假定

在研究科学和工程问题时,由于研究的侧重面不同,每门学科只研究事物特性某个或某些方面的规律,故可将与研究方向无关的属性进行合理简化,只保留与研究方向有关的属性,在此基础上建立本学科的研究模型,这一过程称为“建模”。

建立材料力学研究模型,需对变形固体作一些合理的基本假定,包括:均匀连续性假定、各向同性假定和小变形假定。其中均匀连续与各向同性是关于材料宏观力学行为的假定,小变形则是关于材料力学研究领域的假定。

1.2.1 均匀连续性假定

实际材料的微观结构并不是处处都是均匀连续的,但是,当所考察的物体几何尺度足够大,而且所考察的物体上的点都是宏观尺度上的点时,则可以假定所考察的物体的全部体积

内,材料在各处均匀、连续分布。这一假定称为**均匀连续性假定**(homogenization and continuity assumption)。

根据这一假定,物体因受力和变形而产生的内力和位移都将是连续的,因而可以表示为各点坐标的连续函数,从而有利于建立相应的数学模型。所得到的理论结果便于应用于工程设计。

1.2.2 各向同性假定

在所有方向上均具有相同的物理和力学性能的材料,称为**各向同性**(isotropy)材料。

如果材料在不同方向上具有不同的物理和力学性能,则称这种材料为**各向异性**(anisotropy)材料。

大多数工程材料虽然微观上不是各向同性的,例如金属材料,其单个晶粒呈**结晶各向异性**(anisotropy of crystallographic),但当它们形成多晶聚集体的金属时,呈随机取向,因而在宏观上表现为各向同性。“材料力学”中所涉及的金属材料都假定为各向同性材料。这一假定称为**各向同性假定**(isotropy assumption)。就总体的力学性能而言,这一假定也适用于混凝土材料。

1.2.3 小变形假定

在外力作用下,物体尺寸和形状的改变称为**变形**(deformation)。对于由满足胡克定律的材料制成的构件,受力后产生的变形量都不大。作为应用于工程设计的材料力学,假定:物体在外力作用下所产生的变形与物体本身的几何尺寸相比是很小的。这一假定称为**小变形假定**(assumption of small deformation)。根据这一假定,在考虑与物体本身尺寸有关的几何关系时(如建立静力学平衡方程时),可以忽略物体的变形,仍沿用刚体概念,按原有几何关系考虑;而在其他场合,必须使用变形体的概念。

同时,基于小变形假定,将大大简化材料力学的分析过程,而且可以得到工程师们乐于接受和采用的理论结果与设计公式。

1.3 弹性杆件的外力与内力

1.3.1 外力

来自构件外部的力,主要指作用在构件上的载荷和约束反力,统称为**外力**(external force)。按照外力的作用方式可分为体积力和表面力。体积力作用在构件内部的每一个点上,一般用单位体积上力的大小来表示,所以其量度单位为 N/m^3 或 kN/m^3 。重力和惯性力都是体积力。表面力是作用于物体表面一个区域内连续分布的力,如作用在建筑物外墙上的风压、水坝深处的水压等。表面力的量度单位是 N/m^2 或 kN/m^2 。对于杆件,通常把体积力和表面力简化为沿杆件轴线分布的力,用单位长度上的力表示,称为**载荷集度**(intensity of the loading),用 q 表示。 q 的单位为 N/m 或 kN/m 。当分布力的作用面积与构件尺寸相比足够

小时,可认为分布力作用在构件的一个点上,将分布力简化为集中力,其单位为 N 或 kN。

1.3.2 内力

材料力学中的内力是指由外力作用引起的物体内部的相互作用力。实际上,在物体不受外力时,为维持其整体性,其分子、原子之间也都存在一定的相互作用力。但材料力学中的内力是指由于外力作用而产生的附加内力,简称内力(internal force)。在静力平衡状态下,内力可由平衡条件决定。

利用一假想截面将弹性体截开,内力即可显示出来,如图 1-3 所示。根据连续性假定,一般情形下,杆件横截面上的内力组成一分布力系。

由于整体平衡的要求,对于截开的每一部分也必须是平衡的。因此,作用在每一部分上的外力必须与截面上分布内力相平衡。这表明,弹性体由变形引起的内力不是任意的,而是必须满足平衡条件的。这是弹性体受力、变形的第一个特征。

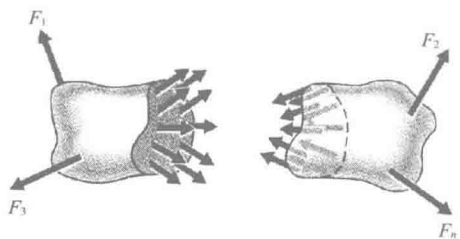


图 1-3 弹性体的分布内力

应用假想截面将弹性体截开,分成两部分,考虑其中任意一部分平衡,从而确定横截面上内力的方法,称为截面法(the method of sections)。材料力学中的截面法类似于静力学中的隔离体方法。隔离体方法确定的是不同物体之间的相互作用力,截面法则是确定同一物体中两部分之间的相互作用力。

1.4 弹性体受力与变形特点

上一节已经提到满足平衡条件是弹性体受力、变形的第一重要特征,弹性体受力、变形的另一个重要特征:满足协调条件,即整体和局部变形都必须协调。

以一端固定,另一端自由的悬臂梁为例,图 1-4(a)所示为变形协调的情形——梁变形后,整体为一连续光滑曲线,在固定端处曲线具有水平切线(无折点)。图 1-4(b)、图 1-4(c)所示分别为整体变形不协调和局部不协调的情形。

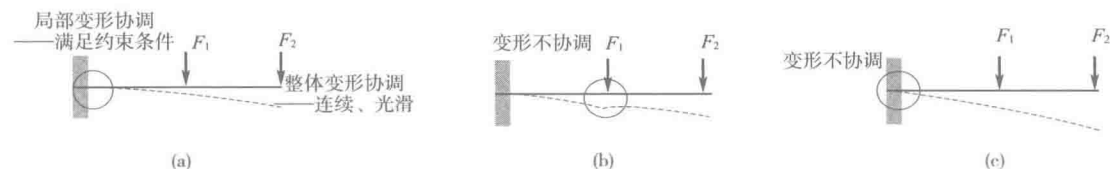


图 1-4 弹性体变形协调与不协调情形

变形协调在弹性体内部表现为各相邻部分既不能断开,也不能发生重叠。图 1-5 所示为从一弹性体中取出的两相邻部分的三种变形状况,其中图 1-5(a)、图 1-5(b)所示的两种变形不协调,因而是错误的,只有图 1-5(c)所示的情形是正确的。

此外,弹性体受力后发生的变形还与物性有关,这表明,受力与变形之间存在确定的关系,称为物性关系。

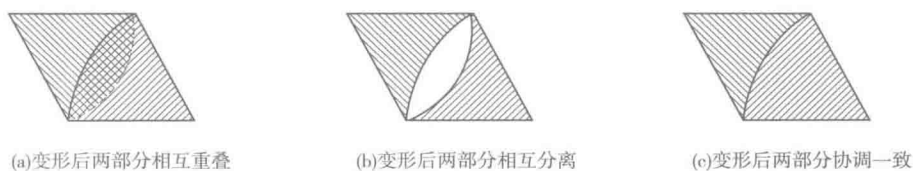


图 1-5 弹性体变形后各相邻部分之间的相互关系

【例题】 等截面直杆 AB 两端固定, C 截面处承受沿杆件轴线方向的力 F_P , 如图 1-6 所示。关于 A 、 B 两端的约束力有图 1-6(a)、(b)、(c)、(d) 4 种答案, 请判断哪一种是正确的。

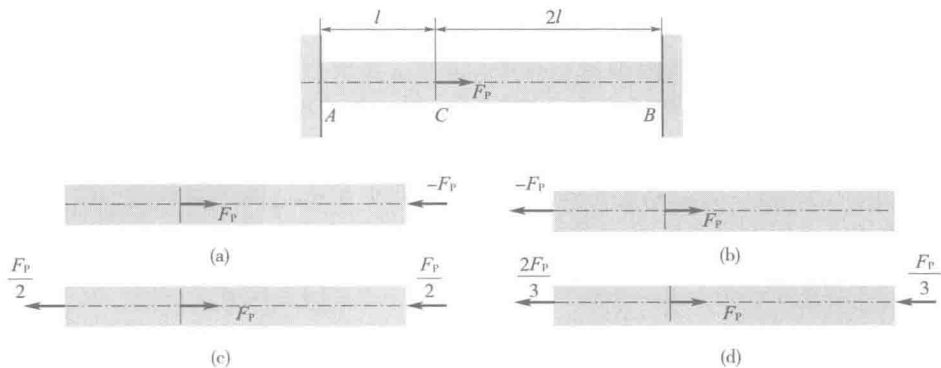


图 1-6 例题图

解: 根据约束的性质, 以及外力 F_P 作用线沿着杆件轴线方向的特点, A 、 B 两端只有沿杆件轴线方向的约束力, 分别用 F_A 和 F_B 表示, 如图 1-7 所示。

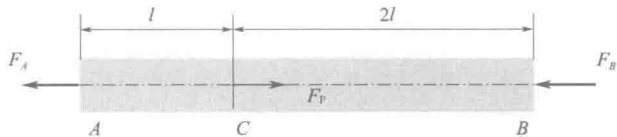


图 1-7 例题解图

根据平衡条件 $\sum F_x = 0$, 有

$$F_A + F_B = F_P$$

其中 F_A 和 F_B 都是未知量, 仅由一个平衡方程不可能求出两个未知量。对于刚体模型, 这个问题是无法求解的。但是, 对于弹性体, 这个问题是有解的。

作用在弹性体上的力除了满足平衡条件外, 还必须使其所产生的变形满足变形协调的要求。本例中, AC 段杆将发生伸长变形, CB 段杆则发生缩短变形, 由于 AB 杆两端固定, 杆件的总变形量必须等于零。

显然, 图 1-6 中的答案 (a) 和 (b) 都不能满足上述条件, 因而是错误的。

对于满足胡克定律的材料, 其弹性变形都与杆件受力以及杆件的长度成正比。在答案 (c) 中, 平衡条件虽然满足, 但 CB 段杆的缩短量大于 AC 段杆的伸长量, 因而不能满足总变形量等于零的变形协调要求, 所以也是错误的。答案 (d) 的约束力, 既满足平衡条件, 也满足变形协调的要求, 因此, 答案 (d) 是正确的。

1.5 应力、应变以及应力-应变关系

1.5.1 应力的概念与定义

分布内力在一点的集度称为**应力** (stress)。作用线垂直于截面的应力称为**正应力** (normal stress), 用希腊字母 σ 表示; 作用线位于截面内的应力称为**剪应力**或**切应力** (shearing stress), 用希腊字母 τ 表示。应力的单位为 Pa 或 MPa, 工程上多用 MPa。1 MPa = 1 N/mm² = 1 MN/m²。

一般情形下, 横截面上的附加分布内力, 总可以分解为两种: 作用线垂直于截面的; 作用线位于横截面内的。图 1-8 所示为作用在微元面积 ΔA 上的总内力 ΔF_R 及其分量, 其中 ΔF_N 和 ΔF_Q 的作用线分别垂直和作用于横截面内。于是上述正应力和切应力的定义可以表示为下列极限表达式

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} \quad (1-1)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_Q}{\Delta A} \quad (1-2)$$

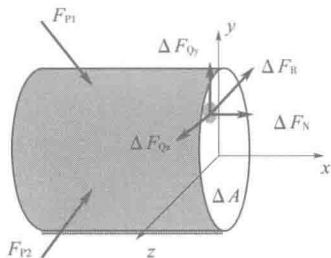


图 1-8 作用在微元面积上的内力及其分量

需要指出的是, 上述极限表达式的引入只是为了说明应力作用于一点的概念, 二者在应力计算中没有实际意义。

1.5.2 应变的概念与定义

如果将弹性体看作由许多微单元体 (简称微元体或微元) 所组成, 弹性体整体的变形则是所有微元体变形累加的结果。而单元体的变形则与作用在其上的应力有关。

围绕受力弹性体中的任意点截取微元体 (通常为正六面体), 一般情形下微元体的各个面上均有应力作用。下面考察两种最简单的情形, 分别如图 1-9(a)、图 1-9(b) 所示。

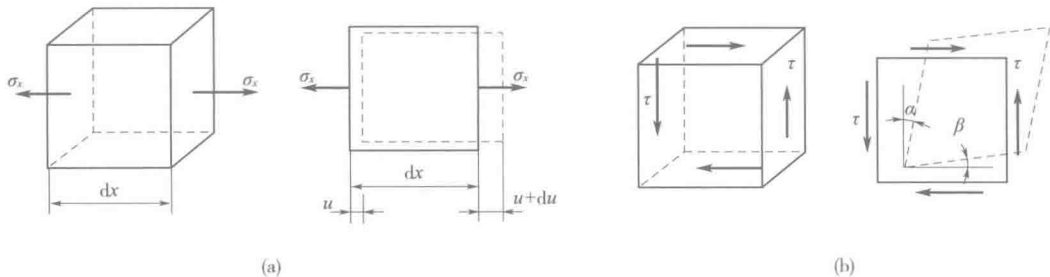


图 1-9 正应变与切应变

对于正应力作用下的微元体 [见图 1-9(a)], 沿着正应力方向和垂直于正应力方向将产生伸长和缩短, 这种变形称为**线变形**。表示弹性体在各点处线变形程度的量, 称为**正应变**或**线应变** (normal strain), 用 ε_x 表示。根据微元体变形前后 x 方向长度 dx 的相对改变量, 有

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (1-3)$$

式中: dx ——变形前微元体在正应力作用方向的长度;

du ——微元体变形后相距 dx 的两截面沿正应力方向的相对位移;

ε_x ——线应变, 下标 x 表示应变方向。

切应力作用下的微元体将发生剪切变形, 剪切变形程度用微元体直角的改变量度量。微元直角改变量称为剪应变 (shearing strain) 或切应变, 用 γ 表示。在图 1-9(b) 中, $\gamma = \alpha + \beta$, γ 的单位为 rad。

关于正应力和正应变的正负号, 一般约定: 拉应变为正; 压应变为负。产生拉应变的应力 (拉应力) 为正; 产生压应变的应力 (压应力) 为负。关于切应力和切应变的正负号将在以后介绍。

1.5.3 应力与应变之间的物性关系

对于工程中的常用材料, 实验结果表明: 若在弹性范围内加载 (应力小于某一极限值), 对于只承受单方向正应力或承受切应力的微元体, 正应力与正应变以及切应力与切应变之间存在着线性关系, 即

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \quad \text{或} \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (1-4)$$

$$\tau = G\gamma \quad \text{或} \quad \gamma = \frac{\tau}{G} \quad (1-5)$$

式中: E ——弹性模量 (modulus of elasticity) 或杨氏模量 (Young's modulus);

G ——切变模量 (shear modulus)。

式 (1-4) 和式 (1-5) 为描述线弹性材料物性关系的方程, 统称为胡克定律 (Hooke's law)。所谓线弹性材料是指弹性范围内加载时应力 - 应变满足线性关系的材料。图 1-10 中所示为弹性范围内加载时的应力 - 应变关系, 对于正应力与正应变、切应力与切应变, 上述关系均称为胡克定律。

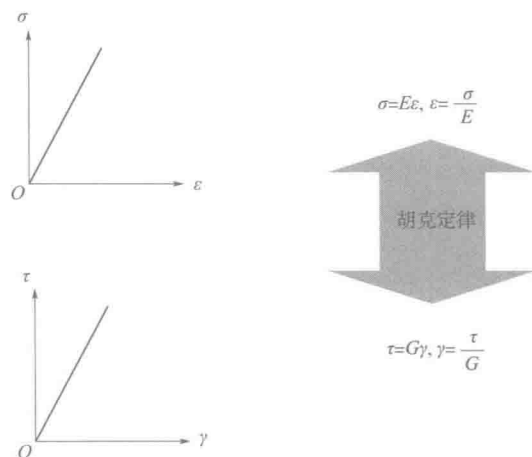


图 1-10 线弹性材料弹性范围内加载时的应力应变关系