



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

材料力学 II

(第 4 版)

单辉祖 编著

高等教育出版社



面

教材

Textbook Series for 21st Century

材料力学 II

CAILIAO LIXUE

(第 4 版)

单辉祖 编著

高等教育出版社·北京

内容简介

本教材仍保持第3版模块式的特点,由《材料力学Ⅰ》与《材料力学Ⅱ》两部分组成。《材料力学Ⅰ》包括材料力学的基本部分,涉及杆件变形的基本形式与组合形式,涵盖强度、刚度与稳定性问题。《材料力学Ⅱ》包括材料力学的加深与扩展部分。

本书为《材料力学Ⅱ》,包括弯曲问题进一步研究、能量法、静不定问题分析、动载荷、疲劳、应力分析的实验方法、杆与杆系分析的计算机方法与考虑材料塑性的强度计算等八章。各章均附有复习题与习题,对于其中部分难题,给出了较详细的求解提示或解法要点。

本书具有体系合理、论述严谨、文字精炼、层次分明、重视基础与应用、重视学生能力培养、专业面向宽与教学适用性强等特点,而且,在选材与论述上,特别注意与近代力学的发展相适应。

本书可作为高等工科学校多学时类材料力学课程教材,也可供大专院校、职工大学、成人高校及工程技术人员参考。

与本书配套的相关教学资源有《材料力学课堂讲授电子教案与习题解答》、《材料力学问题与范例分析》(第2版)、《材料力学学习指导书》、《材料力学网上作业系统》与《材料力学网络课程》等,以上教学资源均由高等教育出版社出版发行。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学.Ⅱ / 单辉祖编著. --4版. --北京:
高等教育出版社, 2016.9
ISBN 978-7-04-045665-3

I. ①材… II. ①单… III. ①材料力学-高等学校-
教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 136897 号

策划编辑	黄 强	责任编辑	黄 强	封面设计	杨立新	版式设计	范晓红
插图绘制	杜晓丹	责任校对	陈 杨	责任印制	朱学忠		

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	高教社(天津)印务有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	16	版 次	1999 年 9 月第 1 版
字 数	280 千字		2016 年 9 月第 4 版
购书热线	010-58581118	印 次	2016 年 9 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	25.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 45665-00

第4版前言

本教材是《材料力学Ⅰ,Ⅱ》的第4版,仍保持模块式教材体系,由《材料力学Ⅰ》与《材料力学Ⅱ》两部分组成。前者涵盖材料力学的基本内容,后者为材料力学的加深与扩展部分。

在这次修订中,对全书进行了全面修改,使论述更严谨规范,文字更精炼流畅,层次更分明。在这次修订中,对于某些学生较难接受的内容,进行了较大改写,使阐述更容易理解。在这次修订中,还特别注意更新内容与传统内容的融合与贯通。

为了帮助读者深入理解与掌握材料力学的基本概念与理论,提高分析与解决问题的能力,本书编者新近编著的《材料力学问题与范例分析》(第2版,高等教育出版社),可作为本书的配套参考教材。

本书承大连理工大学郑芳怀教授审阅,提出了许多精辟中肯的意见。在本书的编写与修订中,先后得到了北京航空航天大学吴鹤华、蒋持平、方汝溶与崔德裕等教授的积极参与和协助。谨此一并致谢。

本书虽经多次修订,疏漏与欠妥之处仍感难免,欢迎使用本书的教师与读者批评指正。

编 者

2015年11月

第3版前言

本书属于普通高等教育“十一五”国家级规划教材,也是“北京高等教育精品教材”的立项项目。

第3版仍保持模块式教材体系,仍由《材料力学Ⅰ》与《材料力学Ⅱ》两部分组成。

《材料力学Ⅰ》为材料力学的基本部分,包括绪论、轴向拉压应力与材料的力学性能、轴向拉压变形、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变状态分析、强度理论、组合变形与压杆稳定问题等11章。

《材料力学Ⅱ》为材料力学的加深与扩展部分,包括弯曲问题进一步研究、能量法、静不定问题分析、动载荷、疲劳、应力分析的实验方法、杆与杆系分析的计算机方法与考虑材料塑性的强度计算等8章。

在这次修订中,对部分教学内容与体系稍作调整。例如,为与理论力学的教学进度相协调,将原来分散在各章的动载荷问题集中成一章,并放置在《材料力学Ⅱ》中。又如,为适应众多任课教师的教学习惯,组合变形也独立成章。在这次修订中,对全书文字表述(包括插图)进行了进一步修改与润色,使论述更严谨,文字更精炼流畅,层次更分明。在这次修订中,还增加了大量的例题与带有详细提示或解法要点的习题,同时,进一步加强了解题思路分析与结果讨论。

为了帮助读者深入理解与掌握材料力学的基本概念与理论,提高分析与解题的能力,本书编者编写的《材料力学问题、例题与分析方法》(高等教育出版社),可作为本书的配套参考辅助教材。

本教材承大连理工大学郑芳怀教授审阅,提出了许多精辟而中肯的意见。在编写过程中,北京航空航天大学蒋持平教授参加了编写讨论,吴鹤华、方汝蓉与崔德裕等教授对书稿进行了校订。谨此一并致谢。

本教材虽经修订,但疏漏与欠妥之处仍感难免,欢迎使用本书的教师与读者批评指正。

编 者

2009年2月

第2版前言

本书是单辉祖编著《材料力学》(Ⅰ)与《材料力学》(Ⅱ)的第二版,属于普通高等教育“十五”国家级规划教材。

本书第一版于1999年出版,自出版以来,得到兄弟院校广大教师与学生的欢迎与好评,并获“2000年度中国高校科学技术奖自然科学奖(教材类)二等奖”和2002年全国普通高等学校优秀教材二等奖。第二版仍保持模块式教材体系,仍由《材料力学》(Ⅰ)与《材料力学》(Ⅱ)两部分组成。

《材料力学》(Ⅰ)为材料力学的基本部分,包括绪论、轴向拉压应力与材料的力学性能、轴向拉压变形、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变状态分析、复杂应力状态强度问题以及压杆稳定问题等十章。《材料力学》(Ⅱ)为材料力学的加深与扩展部分,包括非对称弯曲与特殊梁、能量法(一)、能量法(二)、静不定问题分析、杆与杆系分析的计算机方法、应力分析的实验方法、疲劳与断裂以及考虑材料塑性的强度计算等八章。

编者在修订本书时,仍秉承编者的一贯风格,力求论述严谨、文字精炼、层次分明、重视基础与应用、重视学生能力培养、广泛联系工程实际与教学适用性强等,并在选材与阐述上,注意与近代力学的发展相适应。

在这次修订中,为便于教学,对部分教学内容与体系稍作调整,例如,将拉压杆的弹塑性分析以简介的形式移至第三章,对构件作等加速运动与匀速转动的应力计算有所增强,将轴力与扭矩分析独立成节,弯曲内力独立成章,将截面几何性质全部集中在《材料力学》(Ⅰ)的附录A中,等等。

这次修订中,在扩大专业面向方面也作了一些改进,希望本教材既符合机械与航空等类专业的教学需要,也基本满足土建与水利等类专业的教学要求。实际上,材料力学作为高等工科院校的一门重要基础技术课程,使学生广泛了解工程实际是必要的。

本书在修订过程中,北京航空航天大学吴鹤华与方汝蓉教授对书稿进行了校订,谨此致谢。

本书虽经修订,但疏漏与欠妥之处仍感难免,欢迎使用本书的教师与读者批评指正。

编 者

2004年5月

第 1 版前言

本教材属于“面向 21 世纪课程教材”，也是普通高等教育“九五”国家级重点教材。

《材料力学 I》为材料力学的基本部分，包括基本概念、轴向拉压应力与材料的力学性能、轴向拉压变形、扭转、弯曲应力、弯曲变形、应力应变分析、复杂应力状态强度问题以及压杆稳定等 9 章。

《材料力学 II》为材料力学的加深与扩展部分，包括非对称弯曲与特殊梁、能量法（一）、能量法（二）、静不定问题分析、杆与杆系分析的计算机方法、应力分析的实验方法、疲劳与断裂以及考虑材料塑性的强度计算等 8 章。

各章均附有复习题与习题，在许多章的习题中，还安排了利用计算机解题的作业。

本教材除重视加强基础外，还特别重视概念的更新与拓宽、工程应用的加强以及教学内容的精选与体系的重组，并在妥善处理传统内容的继承与现代科技成果的引进以及知识的传授与能力、素质的培养方面，进行了积极探索。力求使新编教材具有新的内容、新的体系、论述严谨、重视基础与应用（包括计算机应用）、重视学生能力培养并便于教师选用。

本教材由单辉祖编著。参加本书编写讨论与校订的有吴鹤华、郭明洁、蒋持平、孟庆春与王奇志，参加编写讨论的还有张行、方汝蓉、杨乃文、吴国勋、李焕喜与张英世等。

本教材是教育部“面向 21 世纪教学内容与课程体系改革计划”的研究成果，同时还得到北京市教育工作委员会的关心与支持。

本教材承西南交通大学孙训方教授、大连铁道学院陶学文教授以及大连理工大学郑芳怀教授审阅，提出了许多精辟而中肯的意见。在编写过程中，还得到了北京航空航天大学许多同志的支持与帮助。谨此一并致谢。

限于编者水平，书中难免存在一些不足之处，欢迎读者批评指正。

编 者

1999 年 3 月

作者简介

编者单辉祖,北京航空航天大学教授。

历任教育部工科力学教材编审委员、国家教委工科力学课程教学指导委员会委员、中国力学学会教育工作委员会副主任委员、北京航空航天大学校务委员会委员与校教学指导委员会委员等。

主要讲授材料力学、材料力学方法、工程力学、复合材料力学、复合材料结构力学与有限元素法等课程,编写出版《材料力学I,II》、《材料力学教程》、《工程力学》与《材料力学问题、例题与分析方法》等教材多种。这些教材或属于“普通高等教育‘九五’、‘十五’、‘十一五’国家级规划教材”,或属于“教育科学‘十五’国家级规划课题研究成果”,或属于“北京市精品教材”。

科研工作主要集中在复合材料力学、有限元素法、边界元素法、各向异性弹性力学与细观力学等方面,承担与主持相关科研课题约20项,在《力学学报》与国际复合材料等期刊上,发表科研论文60余篇。

编写的教材获“国家教委优秀教材一等奖”、“中国高校科学技术自然科学奖二等奖”与“航空航天工业部优秀教材一等奖”等;主持负责的教学研究项目《材料力学优质课程建设》与《面向21世纪工科基础力学系列课程教学内容、课程体系与教学方法改革的研究与实践》,分别获“国家级教学优秀成果”一等奖与二等奖。

1992年被授予航空航天工业部“有突出贡献专家”称号,同年起享受国务院颁发的政府特殊津贴。



郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第十二章 弯曲问题进一步研究	1
§ 12-1 非对称弯曲正应力	1
§ 12-2 薄壁截面梁的弯曲切应力	5
* § 12-3 截面剪心	8
* § 12-4 复合梁	13
* § 12-5 曲梁	19
* § 12-6 计算梁位移的奇异函数法	26
复习题	30
习题	30
第十三章 能量法	37
§ 13-1 外力功, 应变能与克拉珀龙定理	37
§ 13-2 互等定理	43
§ 13-3 卡氏定理	45
§ 13-4 变形体虚功原理	50
§ 13-5 单位载荷法	53
* § 13-6 图形互乘法	62
* § 13-7 剪力对梁位移的影响	66
* § 13-8 确定压杆临界载荷的能量法	69
复习题	72
习题	73
第十四章 静不定问题分析	85
§ 14-1 引言	85
§ 14-2 用力法分析静不定问题	86
§ 14-3 对称与反对称静不定问题分析	91
§ 14-4 静不定刚架空间受力分析	97
* § 14-5 连续梁与三弯矩方程	99
复习题	105

习题	105
第十五章 动载荷	114
§ 15-1 引言	114
§ 15-2 惯性力引起的应力	114
§ 15-3 冲击应力	118
* § 15-4 振动应力	125
复习题	130
习题	130
第十六章 疲劳	137
§ 16-1 引言	137
§ 16-2 循环应力及其类型	139
§ 16-3 $S-N$ 曲线与材料的疲劳极限	140
§ 16-4 影响构件疲劳极限的主要因素	142
§ 16-5 对称循环应力下的疲劳强度计算	146
* § 16-6 非对称与弯扭组合循环应力下的疲劳强度计算	148
* § 16-7 变幅循环应力与累积损伤理论概念简介	152
* § 16-8 断裂与裂纹扩展概念简介	154
复习题	158
习题	159
* 第十七章 应力分析的实验方法	162
§ 17-1 引言	162
§ 17-2 电测法的基本原理	163
§ 17-3 应变测量与应力计算	167
§ 17-4 光弹性仪与偏振光场	173
§ 17-5 光弹性法的基本原理	175
§ 17-6 边界应力计算与数字光弹性法简介	178
复习题	180
习题	180
* 第十八章 杆与杆系分析的计算机方法	182
§ 18-1 位移法概念	182
§ 18-2 刚度矩阵与等效节点载荷概念	183
§ 18-3 刚架单元的特性分析	190
§ 18-4 梁与桁架单元的特性分析	195
§ 18-5 杆与杆系的计算机分析	197

复习题	202
习题	202
计算机作业	202
*第十九章 考虑材料塑性的强度计算	204
§ 19-1 引言	204
§ 19-2 拉压静不定问题的极限载荷	204
§ 19-3 圆轴的极限扭矩与极限载荷	208
§ 19-4 梁的极限弯矩	211
§ 19-5 梁的极限载荷	213
复习题	217
习题	218
参考文献	221
习题答案	223
索引	232
Synopsis	235
Contents	237
作者简介	

第十二章 弯曲问题进一步研究

第六章详细研究了匀质直梁对称弯曲时的应力,本章进一步研究一般非对称截面梁的弯曲正应力,一般薄壁截面梁的弯曲切应力,以及与其相关的所谓截面剪心问题。此外,本章还将研究复合梁与曲梁等的弯曲正应力,以及计算梁位移的奇异函数法。

§ 12-1 非对称弯曲正应力

前面所研究的梁,或属于对称弯曲,或属于双对称截面梁的非对称弯曲。本节研究非对称弯曲的一般情况。

一、平面弯曲正应力分析

考虑图 12-1a 所示非对称截面梁,坐标轴 y 与 z 为截面主形心轴,弯矩 M_z 用矢量表示。试验表明,在非对称弯曲时,平面假设与单向受力假设仍成立。因此,弯曲正应力沿横截面线性分布,坐标为 (y, z) 的任一点处的弯曲正应力可表示为

$$\sigma = a + by + cz \quad (\text{a})$$

式中, a, b 与 c 为待定常数。

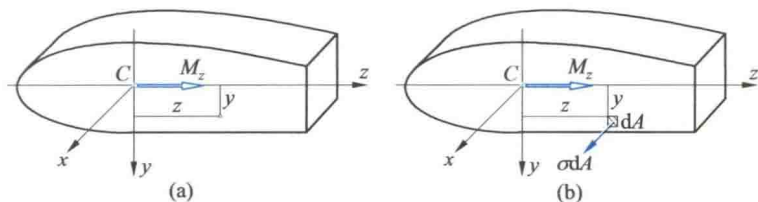


图 12-1

如图 12-1b 所示,横截面上各点处的法向微内力 σdA 构成一空间平行力系,而且,由于横截面上仅存在弯矩 M_z ,因此,

$$\int_A \sigma dA = 0 \quad (b)$$

$$\int_A z \sigma dA = 0 \quad (c)$$

$$\int_A y \sigma dA = -M_z \quad (d)$$

将式(a)代入式(b),(c)与式(d),分别得

$$aA + bS_z + cS_y = 0$$

$$aS_y + bI_{yz} + cI_y = 0$$

$$aS_z + bI_z + cI_{yz} = -M_z$$

由于坐标轴 y 与 z 为主形心轴,静矩 $S_y = S_z = 0$,惯性积 $I_{yz} = 0$,解上述方程组得

$$a = 0, \quad c = 0, \quad b = -\frac{M_z}{I_z}$$

代入式(a),于是得

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} \quad (12-1)$$

上式表明,正应力为零的点均位于主形心轴 z 上,即中性轴沿该主形心轴,并垂直于弯矩 M_z 的作用面。中性轴垂直于弯矩作用面的变形形式,称为平面弯曲。显然,对称弯曲也是一种平面弯曲。

二、非对称弯曲正应力一般公式

在有些情况下,弯矩矢量并不平行于截面的主形心轴,这时,可将该弯矩沿主形心轴分解为 M_y 与 M_z 两个分量(图 12-2a),并应用叠加原理,即得横截面上坐标为 (y, z) 的任一点处的弯曲正应力为

$$\sigma = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} \quad (12-2)$$

在应用上述公式时,以矢量沿坐标轴正向的弯矩为正。

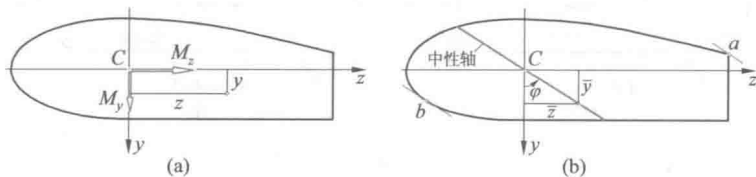


图 12-2

式(12-2)表明,中性轴通过截面形心(图 12-2b)。设中性轴上任一点的坐标为 $(\bar{y}, \bar{z})$,则由该式得中性轴方程为

$$\frac{M_y \bar{z}}{I_y} - \frac{M_z \bar{y}}{I_z} = 0$$

并由此得中性轴在坐标系 Cyz 内的斜率为

$$\tan \varphi = \frac{\bar{z}}{\bar{y}} = \frac{I_y M_z}{I_z M_y} \quad (12-3)$$

而横截面上的最大弯曲正应力,则发生在离中性轴最远的各点处(图 12-2b)。

例 12-1 图 12-3a 所示悬臂梁,自由端承受沿翼缘中心线的载荷 $F=6 \text{ kN}$ 作用。已知梁长 $l=1.2 \text{ m}$,截面尺寸如图 12-3b 所示,许用应力 $[\sigma]=160 \text{ MPa}$,试校核梁的强度。

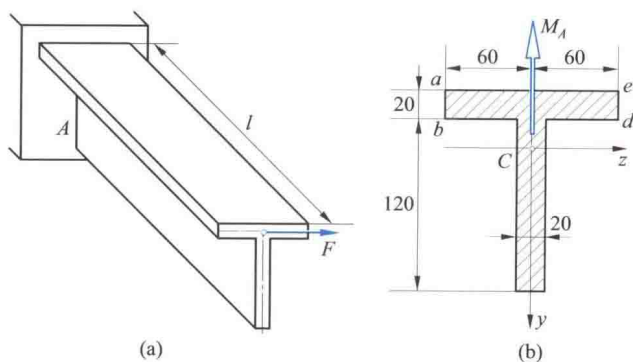


图 12-3

解: 1. 问题分析

固定端处横截面 A 的弯矩最大。由图 12-3b 可以看出,坐标轴 y 为截面主形心轴,而弯矩 M_A 的矢量又与该轴重合,所以,中性轴沿坐标轴 y ,最大弯曲正应力发生在横截面边缘 ab 与 ed 的各点处,其值则为

$$\sigma_{\max} = \frac{M_A z_{\max}}{I_y}$$

2. 应力计算

截面 A 的弯矩为

$$M_A = Fl = (6 \times 10^3 \text{ N})(1.2 \text{ m}) = 7.2 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

截面对坐标轴 y 的惯性矩为

$$I_y = \frac{(0.020 \text{ m})(0.120 \text{ m})^3}{12} + \frac{(0.120 \text{ m})(0.020 \text{ m})^3}{12} = 2.96 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

于是得

$$\sigma_{\max} = \frac{(7.2 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m})(0.060 \text{ m})}{2.96 \times 10^{-6} \text{ m}^4} = 1.46 \times 10^8 \text{ Pa} < [\sigma]$$

可见,梁的弯曲强度符合要求。

例 12-2 图 12-4a 所示横截面梁,弯矩 $M = 5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$,主形心轴 z 的方位角 $\alpha = -28^\circ 30'$,主形心惯性矩 $I_y = 0.385 \times 10^{-6} \text{ m}^4$, $I_z = 3.6 \times 10^{-6} \text{ m}^4$,试求横截面上的最大弯曲正应力。

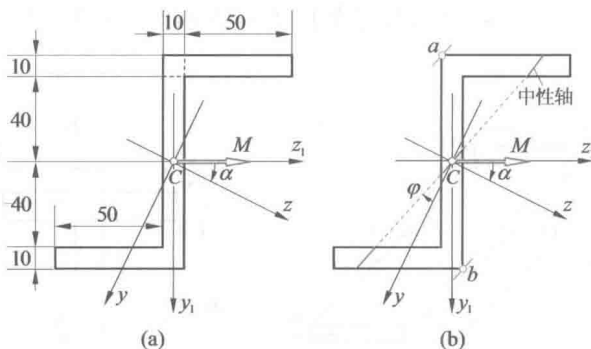


图 12-4

解: 1. 确定危险点的位置

弯矩 M 沿主形心轴 y 与 z 的分量分别为

$$M_y = -(5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}) \sin 28^\circ 30' = -2.39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_z = (5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}) \cos 28^\circ 30' = 4.39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

根据式(12-3),得中性轴的方位角为

$$\varphi = \arctan \frac{I_y M_z}{I_z M_y} = \arctan \frac{(0.385 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(4.39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m})}{(3.60 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(-2.39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m})} = -11^\circ 7'$$

可见,横截面上的角点 a 与 b 为危险点(图 12-4b),其上分别作用有最大弯曲拉应力与最大弯曲压应力。

2. 计算最大弯曲正应力

在坐标系 Cy_1z_1 内, a 点的坐标为

$$y_{1a} = -0.050 \text{ m}, \quad z_{1a} = -0.005 \text{ m}$$

根据坐标变换公式(见《材料力学 I》§A-6),得该点在坐标系 Cyz 内的坐标为

$$y_a = y_{1a} \cos \alpha + z_{1a} \sin \alpha$$

$$z_a = z_{1a} \cos \alpha - y_{1a} \sin \alpha$$

代入相关数据,得

$$y_a = -0.0416 \text{ m}, \quad z_a = -0.0283 \text{ m}$$

根据式(12-2),于是得 a 点处的正应力即最大弯曲拉应力为

$$\begin{aligned} \sigma_{t,\max} &= \left[\frac{(-2.39 \times 10^3)(-0.0283)}{0.385 \times 10^{-6}} - \frac{(4.39 \times 10^3)(-0.0416)}{3.60 \times 10^{-6}} \right] \text{ Pa} \\ &= 2.26 \times 10^8 \text{ Pa} = 226 \text{ MPa} \end{aligned}$$

同理,得 b 点处的正应力即最大弯曲压应力为

$$\sigma_{c,\max} = 226 \text{ MPa}$$

§ 12-2 薄壁截面梁的弯曲切应力

在工程结构中,广泛采用薄壁截面梁,本节研究薄壁截面梁的弯曲切应力。

考虑图 12-5a 所示开口薄壁梁,坐标轴 y 与 z 为截面主形心轴。在平行于主形心轴 y 的载荷作用下^①,梁发生平面弯曲。

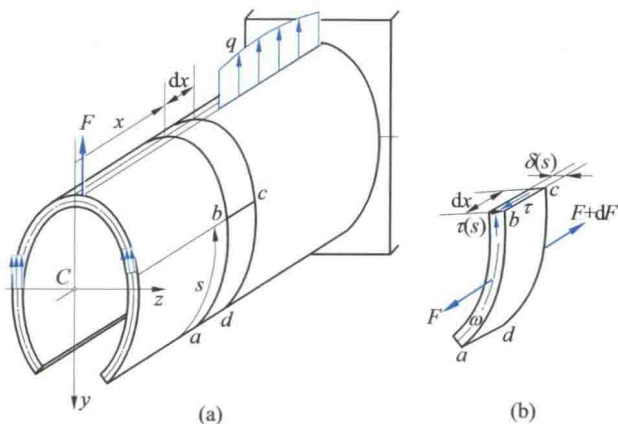


图 12-5

对于薄壁梁的弯曲切应力,可作如下假设:横截面上各点处的弯曲切应力,平行于该点处的周边或截面中心线的切线,并沿壁厚均匀分布。现在,利用上述

^① 关于载荷的作用位置将在 § 12-3 中讨论。