郑兆昌 著

机械及结构动力学现代理论方法

——非线性动力学的模态变换与建模

科学出版社

机械及结构动力学现代理论方法

——非线性动力学的模态变换与建模

郑兆昌 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书秉承钱学森科学技术思想，历经工程实践，总结了大型机械与结构动力学的理论方法和研究经验。第1章给出三类连续体动力学变分原理。第2、3章分析力学第二类拉氏方程，建立牛顿欧拉方程。在第一类拉氏方程中引入约束微分-代数方程，处理刚性问题。第4、5章介绍大型矩阵本征值问题以及线性模态振动。第6章给出模态分析综合的动力子结构方法。本书给出各类复杂系统动力分析的新方法，预测并优化系统的固有特性、响应、稳定性分析，并可另辟蹊径使奇异摄动法成为广泛应用于无自由度和大、小参数限制的工程实际非线性动力学系统。

本书可作为力学、数学、物理等专业的研究生教材，也可作为相关专业教师及工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机械及结构动力学现代理论方法：非线性动力学的模态变换与建模/郑兆昌著. —北京：科学出版社，2016

ISBN 978-7-03-047547-3

Ⅰ.①机… Ⅱ.①郑… Ⅲ.①机械-结构动力学-研究 Ⅳ.①TH113

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第044424号

责任编辑：张海娜 王晓丽 / 责任校对：蒋 萍
责任印制：张 倩 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

新科印刷有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2016年6月第 一 版 开本：720×1000 1/16
2016年6月第一次印刷 印张：21 3/4 插页：1
字数：430 000

定价：128.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

作者简介

郑兆昌，生于1933年，江苏常熟人，机械振动与结构动力学专家。1952年任清华大学助教，1957年被选送至工程力学研究班学习，1958～1960年在上海机电设计研究院任室副主任并主管火箭控制研究，1960年任清华大学讲师，1984年任固体力学教授、博士生导师。围绕国民经济发展和国防建设急需的大型工程设计，创导从工程经验设计转向以动力学理论为指导的动力设计。从工程实际中提炼出大量动力学问题，在远落后于国外的计算条件下，建立了动力子结构模态减缩建模、设计分析的系统理论方法，成功为国内大型复杂机械、结构系统研制了各类专用动力设计、分析、验证的实用软件，这些软件达到国际先进水平，打破了国外垄断并具有自主知识产权。长期从事教学与研究，“固体力学重点学科建设和高水平博士生规模培养”获1993年普通高校优秀教学成果奖国家级特等奖(第五名，黄克智、郑兆昌为学术带头人)。获国家教育委员会及其他部委等科技进步奖等九项(二等奖四项)。主编《机械振动》上册(获机械类优秀教材一等奖)、中册。曾任中国振动工程学会副理事长(第1～4届)、全国非线性振动学会副会长(第1～4届)、全国模态分析与试验学会副会长(第1届)、美国机械工程师协会(ASME)海洋工程力学和极区工程(OMAE)分组成员、国际海洋工程和极区工程协会(ISOPE)会员及技术委员、《振动工程学报》副主编(第1～4届)、《振动与冲击》副主编(第2～5届)。现任中国振动工程学会顾问以及《应用力学学报》编委。历任亚太振动学术会议(APVC)第1～13届指导委员会中方委员。1994年在清华大学主持召开国际振动会议，为国内青年学者提供了国际交流平台，1985～2009年先后到英国、美国、俄罗斯、法国、日本、德国、意大利、印度、新西兰等18个国家70多所院校、研究所访问，进行国际合作研究以及学术交流。在国际会议上做过近百次学术讲演，多次被邀做大会主题报告。主持完成国家自然科学基金重大项目4项，完成863计划、973计划、国家攀登计划、国家科技攻关等项目50余项。设计的60余个通道由五台计算机联网实现高度数字化，完成了旋转机械在线监测诊断系统并安装到武汉钢铁公司冷轧厂。领导研制的相应专用软件已成为中国大型机械/结构动力分析设计的有力工具。全面论述了强非线性振动是由非线性函数本质决定的，可称为本质非线

性。首次证明级数的收敛性决定于非线性函数本质，而非参数的大小。

培养硕士、博士、博士后约50名。所培养的学生中，有的已成为国内外院士、IUTAM委员、CSME主席、长江学者、教授、公司总经理、主任工程师等。2010年送走了关门弟子张永杰，2013年她于美国荣获“青年科学家总统奖”。祖武争当选加拿大应用科学研究院院士，并于2013年当选为院长。邢景棠任英国南安普顿大学教授、数学及应用研究院院士。与荷兰联合培养的刘平，获荷兰首位海洋工程学博士学位，任荷兰INTECSEA总经理，主持俄罗斯黑海深海输油管道及采油平台的建造项目；为祖国在荔湾做了第一个深水1400m的项目，是哈斯基石油公司的特别顾问。程永明在清华大学获工程力学博士学位，后在美国麻省理工学院获海洋工程学博士学位，现任职于美国得州石油工程公司，成为该国际公司的首席科学家、副总裁，现已入选我国“千人计划”。从事直升机研究的博士任革学留校后，在航空、航天、航海等方面研发出多体系统动力学求解器，并通过上百项理论计算与国内外工程实践应用的考验。王浩文在清华大学专攻直升机研究获博士学位后返回南京航空航天大学任教，获国防技术发明奖一、二、三等奖4项，2008年回到清华大学后突破了前飞气动力瞬态响应稳定性的难点，开发的软件与美国NASA开发的新一代2GCHAS有同等的计算精度，且效率更高；2014年与隆鑫通用动力股份有限公司携世界一流水平清华无人直升机XV-1亮相珠海参加航展，全机独立研发且实现国产化的11个子系统，拥有完整的自主知识产权。

作者简介大部分摘自《20世纪中国知名科学家学术成就概览·力学卷·第二分册》(主编：郑哲敏，616～626页)

前　言

从 20 世纪人类向浩瀚的宇宙空间扩展，以宇航为代表的大型航天器的建造，带动了各领域大型工程、装备从静力设计向动力设计过渡，相应电子计算机和高速运算器的迅速发展为这种过渡提供了工具；同时以计算机的发展为契机，各种数值计算软件也应运而生。近代有限元法和随之发展的动力子结构模态分析综合法，成为大型复杂机械/结构动力分析设计的有效手段。

自改革开放以来，作者在清华大学工程力学系振动研究室以大型复杂机械振动及结构动力学为研究方向，在当时极其落后的计算机条件下，为解决国民经济发展中遇到的各种振动问题，以“建模要逼真，运算量要少”为原则，推动发展了系统的理论方法，为工程单位研制出满意的分析设计软件，把硬件的动力学特性及改进用软件仿真来实现。例如，海洋工程中有导管架式固定平台、移动式海洋平台的静(动)力设计为美国 ABS 船级社和挪威 DNV 船级社认可，并成功建造和投产，进而对深海立管、浅海储罐式平台进行研究；将耦合分析研究推广到工业透平、双转子航空发动机-机匣系统、水轮发电机组-轴承-基础系统中水流随机激励下的响应分析，以及航天器中捆绑式运载火箭、航海舰艇发射装置和直升机机身-旋翼系统的气弹性稳定性分析。

本书的形成始自 20 世纪 70 年代末作者的工程实践，以及在创新的框架下对大型机械振动与结构动力学在理论方法和研究经验的总结，在落后的计算条件下，另辟蹊径展示了非线性科学的风貌。

全书共 6 章，内容如下。

第 1 章为各类连续体动力学变分原理，是近代计算方法的理论基础，由此导出离散系统的格式，建立了从连续体动力学发展起来的有限元法和多体元法，使分属两个学科的融合有更宽广的前景。

第 2 章为计算动力学有限元法，基于拉格朗日第二类方程建立牛顿-欧拉方程，把理论上发展成熟的应用(工程)力学以有限元法应用到工程实际。

第 3 章为计算多体系统动力学导引。首先择要介绍分析力学，包括第一类和第二类拉格朗日方程的多体系统动力学建模；同时引入约束代数方程，处理接触碰撞过程；进而介绍基于第一类拉格朗日方程和绝对节点坐标多体元法，摩擦、控制等各种因素的相互作用的称为刚性问题，建立系统动力学的微分-代数方程(DAE)，通过数值积分，实现复杂动力学过程的仿真，研制的多体动力学求解器 THUSolver 为中国航天、航空和航海工程分析和设计服务。

第 4、5 章讨论大型矩阵本征值问题，是线性振动中本质的模态分析方法，简要回顾了历史上发展取得的成功方法。主要目的是针对近代工程出现的对称、非对称大型矩阵，提出适用于高速发展的计算机的实用方法，求解部分有意义的低阶实、复本征模态，避开了复数运算的困境。

第 6 章为模态分析综合的动力子结构方法，早期称为部件模态综合法或简称模态综合分析法。国外大致在 20 世纪 60 年代开始从宇航工程发展起来的，构成大型机械与结构动力学建立物理、计算数学模型的有效方法。既能用高阶系统逼近真实的物理模型，又能按实际需要充分减缩为低阶求解方程。动力子结构方法的结构保持性和子结构分析的天然平行性将越来越显示其对大型结构工程分析的优越性。提出对于各类机械、结构、电机、电子等复杂系统进行详细的动力分析的新要求，包括系统固有特性、响应分析、稳定性分析，以及对某些参数变化进行再分析、预测并优化系统的动力特性。这种分析不仅对于已经生产的产品和建造好的工程是重要的，而且能够在设计和试验阶段使设计对象达到经济合理和安全可靠的要求，因此对于复杂结构系统进行动力分析、动力设计和动力再分析、动力再设计，无疑是防患于未然的良策；此外在今后运行过程中，在线监测其状态的变化，进行故障诊断分析、报警等，并为现场处理和维修决策提供依据，以防止事故的发生。由于明显的经济效益，已经逐渐受到人们的重视。

适用于简单结构元件的分析方法，差不多已研究并应用于实际问题中有一个世纪了，但是要对整体的飞机、导弹、宇航器、直升机、航天飞机、舰艇、车辆、挖掘机、汽轮机-发电机-基础系统，以及为海洋石油开发而建造的海洋平台等大型复杂结构系统，进行详细的动力分析并不是一件容易的事。近代计算机的迅速发展和试验分析手段的不断进步，为上述要求提供了一定的硬件基础，但仍然面临着很多的困难，例如，载荷的随机性和动载荷很不容易确定，各种非线性因素引起的复杂现象和分析的困难，整体系统的复杂性和计算机容量与所耗机时(经济性)的矛盾。本书在学科上以时不变确定性线性振动为基础，扩展到时变、随机、非线性振动，以计算机高速发展为契机，国民经济和国防建设中大型工程的建造为动力，总结计算技术方法的现代理论，结合实践经验，所研制的软件广为各工程动力设计研究单位应用。

全书安排自成体系，各章几乎是独立的研究专题。作者在实现从工程经验的静力设计转向基于动力学理论指导的动力设计的六十余年生涯中，证明了小参数法收敛性决定于非线性函数，另辟蹊径以从限于研究单、双自由度性非线性系统的奇异摄动法，成为广泛应用于无自由度和大、小参数限制的工程实际系统。本书最主要的创新是突破高自由度非线性动力学发展的历史性的国际难题，希望能为同行抛砖引玉。

衷心感谢清华大学工程力学系振动研究室的教师和近 50 名研究生的辛勤劳

动和密切合作,共同完成课题约 50 项。感谢夫人宋培芝对作者工作的支持和理解,以及生活中无微不至的照顾。感谢各工程单位领导及科研人员的大力支持,通过实际工程项目,严格考核,才能验收交付使用。感谢国家自然科学基金委等的支持和资助。

清华大学的侯之超、王浩文和郭丹教授分别对相关内容进行了修改和校核,王勖成教授对本书的梁、板壳单元作了校核。任革学教授及其研究团队进行了绘图和校核,并进行了多次有益的讨论,最后完成了第 3 章的改写,并审阅了全书。上海交通大学龙新华教授组织瞿叶高等研究生对书稿进行了读校。在此一并表示感谢,本书的出版与他们的努力工作是分不开的。

本书的完成是在近年来我国科技高速发展的进程中进行的,其中难免有疏漏之处,特别是具有创新的内容,本属百家争鸣,读者提出质疑或者批评都是对作者的信任,在此表示由衷的感谢。

郑兆昌

2015 年岁末于清华园

目　录

第 1 章　连续体动力学变分原理

基于能量观点的拉格朗日分析力学的发展，建立了统一的 Hamilton 变分原理，在连续介质力学中占有重要地位，这与熟知的以牛顿-欧拉力学为基础取微体建立微分方程是另辟蹊径，两者各有特点，是力学工作者应该研学的一般性理论方法。

在线性弹性静力学中有最一般形式的变分原理是含有位移、应力和应变三类自变函数的 Hu-Washizu(胡海昌-鹫津)广义变分原理[1-3]，以位移为自变函数的最小势能原理，以应力为自变函数的最小余能原理，以及以位移和应力为自变函数的 Hillinger[4]-Reissner[5]变分原理，这在一些专著中已论述得很清楚了。

本章从线性弹性动力学基本方程出发，主要目的是介绍其相应的线性弹性动力学变分原理，作为首次近似的线性静、动力学，解决了大量工程实际问题，因而也称应用力学或工程力学，经历了相当长的历史历程。线性化由于其近似性而只在一定条件下适用，从分析力学的角度也不难推广得出非线性动力学变分原理。这些原理和牛顿定律相应，既适用于线性系统也适用于非线性系统，只是表述弹性动力学基本方程及界面条件从线性推广到非线性，在域内、边界引入几何非线性和(或)引入材料非线性，形成广泛的正在迅速发展的非线性动力学，可以建立一般非线性系统的各类变分原理。当引入非线性本构关系和非线性几何关系后不论域内或边界上出现非线性关系时，就可以研究非线性动力学问题。实际上静、动力学问题一般都是非线性问题，线性化作为首次近似描述物体的平衡和动力学性态，自然仅限于小范围内适用。显然两者的本质区别，其求解的难易，相对简单和复杂也就大不相同，非线性系统解的唯一性定理不一定成立，与 20 世纪发现非线性确定性系统可能出现内在的内秉随机性分岔混沌，构成了丰富多彩的非线性现象，21 世纪称为非线性科学的世纪，伴随着 IT 时代将大大加速新科技的发展。研究非线性动力学问题仍属牛顿-欧拉力学方程，应用分析力学建立方程有第一类拉格朗日方程和广为应用的第二类拉格朗日方程，最近成为建立多体动力学的重要手段。

最早建立的一般线性动力学变分原理，始于 Hamilton 的两篇论文：On a general method in dynamics(发表于 1834 年)，Second essay on a general method in dynamics(发表于 1835 年)。各种动力学方程都可从一个变分式推出，自然首先可得到以位移为自变函数的势能型变分原理，也称 Hamilton 变分原理，1952 年 Toupin[6]以应力为自变函数得到余能型变分原理，胡海昌认识到应力-应变也不

一定事先满足，于是独创以含位移、应力和应变的三类自变函数的 Hu-Washizu 广义变分原理，本章推广到动力学都是顺理成章之事。在弹性动力学中泛函不正定，因此是驻值原理，即研究一阶变分 $\delta H=0$，作为近似解法将化为常微分方程或代数方程的求解问题。胡海昌[7]证明了“一切等价变分原理泛函之间都只相差某种加权残差项”，这对建立各种等价变分原理给出了极其简便和统一的方法。钱伟长[8]基于变分原理论述了近代有限元法。

基于建立的弹性动力学泛函变分驻值原理，可以得到弹性动力学域内的偏微分方程，一般称为运动方程或动力学方程，也可统称为欧拉方程或控制方程，以及相应的边界条件。从泛函的驻值原理出发求近似解，往往比从微分方程出发更为方便，作为求近似解的基础具有更重要的意义，在引入由已知函数构成近似函数后，问题将由泛函驻值原理化为多元函数的驻值问题，我们熟知的函数是依赖于自变量而变化的因变量，泛函则是函数概念的推广，它是依赖于函数变化而变化的因变函数，在近似解中这些待求的自变函数可以由一些已知函数用待定系数经线性组合而成，其系数在弹性运动力学中可视为以时间为自变量的广义函数(坐标)，这就构成了多元函数的驻值问题。近代有限元法的发展更是建立在各种变分原理的基础上，它区别于以往的近似方法，不是在全域上寻求统一的近似解，而是在分区(子区域)上构造近似插值函数。常用的有限元是离散位移，Pian[9]创建了多变量杂交/混合有限元法，该法离散应力，或两者并有。其理论基础就是 Hillinger-Reissner 变分原理，从广义而言则是 Hu-Washizu 广义变分原理。构造不同的有限元有所谓协调元和非协调元，视区域间满足或不满足某些条件，这都和变分原理密切相关。

由于动力学问题和静力学问题存在本质上的区别，分析方法必须从整体性出发，在弹性动力学有限元法发展的基础上，由于为计算的精确性而加密网格的划分，造成过高的自由度，而对应生成了这些毫无意义的高阶模态，为此又发展动力子结构方法，取对子结构低阶模态和静力模态综合而成减缩系统动力学方程，因此早期称为部件模态综合法。由于界面坐标不同的选取和各种允许模态的选取，从而发展了各种形式的方法，邢京堂和郑兆昌[10]基于弹性动力学变分原理的模态综合法研究，也纳入了以变分原理为基础的理论体系。本章将介绍位能型分区变分原理，作为动力子结构方法的理论基础。Zheng 等[11]给出离散型分区变分原理，为动力子结构法对部件给出了界面固定、自由和内部三类广义坐标的统一格式，并计算了相应的模态。

本章还介绍 Gurtin[12]卷积变分原理，Herrara 等[13]和 Sandhu 等[14]作了进一步的讨论，Zheng 和 Tan[15,16]采用模态分析综合方法建立 Gurtin 卷积计算公式，得到瞬态响应。经几位博士生谢耕、陈夫尧、林曦的努力，对非线性弹性动力学广义变分原理作了简述，并研究了流体-固体耦合问题变分原理[17-19]，给出了海洋单

桩的流固耦合算例[18]，作为平面问题水库算例说明水对坝体的影响[18,19]。还以 TLD 简化模型为例说明减振作用[20,21]。

在证明这些变分原理中将遵循微分、积分和变分算子的可交换性。用卡氏张量表达场变量，经常要用到格林定理将体积分化为面积分。

1.1　线性弹性动力学基本方程

符号约定：为简便起见，采用正交笛卡儿坐标系以表达空间任意点 p 的位置 x_i、位移 u_i、速度 $\dot{u}_i$、加速度 $\ddot{u}_i$、体积力 $\bar{f}_i$ 以及方向余弦 n_j 等矢量，应变张量 e_{ij} 和应力张量 σ_{ij} 的表达式。

空间坐标 $x_i(i=1,2,3)$ 相应于直角坐标(x,y,z)的对应关系，即(x,y,z)表达为(x_1,x_2,x_3)。这些函数 $F(x_i,t)$ 对空间坐标 x_i 和时间 t 的偏导数分别记为

$$F_{,i}=\frac{\partial F}{\partial x_i},\quad \dot{F}=\frac{\partial F}{\partial t}$$

图 1.1.1 所示定义在空间 V 域内及外表面 S 边界上，包括位移边界 S_u 和力边界 S_σ 上的连续弹性体，边界面上 $\boldsymbol{n}_j$ 为外法向单位矢量，在空间发生运动时，在任意时刻 t 在其 V 域内任意点 P 的应满足以下三大线性关系。

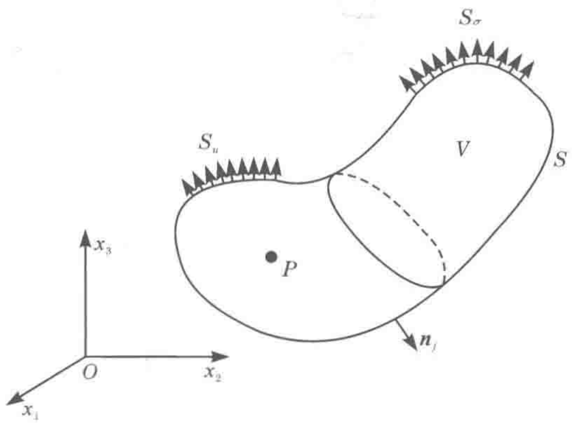

图 1.1.1　连续体域内任一点 P 及外表面 S 边界示意图

(1) 动力学微分方程，也称运动方程，控制方程或称欧拉方程

$$\sigma_{ij,j}+\bar{f}_i=\rho\,\ddot{u}_i,\quad 在 V 域内 \tag{1.1.1}$$

(2) 几何关系，或称应变-位移关系

$$e_{ij}=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}),\quad 在 V 域内 \tag{1.1.2}$$

(3) 本构关系，也称应力-应变关系或称物性关系，可以用弹性系数 a_{ijkl} 将应力张量表示成应变张量的函数

$$\sigma_{ij}=a_{ijkl}e_{kl},\quad 在 V 域内 \tag{1.1.3a}$$

反之则可用系数 a_{ijkl} 对应的逆矩阵系数 b_{ijkl} 将应变张量表达为应力张量的函数

$$e_{ij}=b_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{1.1.3b}$$

由于线性问题可以用应变能密度函数 $A(e_{ij})$ 或余能密度函数 $B(\sigma_{ij})$ 二次型表达，所以应力张量和应变张量之间是线性关系，也可以用导数关系表达为

$$\frac{\partial A(e_{ij})}{\partial e_{ij}}=\sigma_{ij} \tag{1.1.3c}$$

$$\frac{\partial B(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}=e_{ij} \tag{1.1.3d}$$

可证

$$A(e_{ij})+B(\sigma_{ij})=\sigma_{ij}e_{ij} \tag{1.1.3e}$$

以上式(1.1.3a)～式(1.1.3e)五种关系都是等价的，但在推导不同的变分原理时，根据需要可选择不同的表达式。

此外，弹性体运动时，除了在体内满足上述作为平衡条件(1.1.1)和几何连续条件(1.1.2)外，在相应的力边界 S_σ 和位移边界 S_u 上，分别满足以下关系：

$$T_i=\sigma_{ij}n_j=\bar{T}_i,\quad 在 S_\sigma 上 \tag{1.1.4}$$

$$u_i=\bar{u}_i,\quad 在 S_u 上 \tag{1.1.5}$$

其中，n_j 为边界外法线单位矢量 $\boldsymbol{n}_j$ 的三个方向余弦；$\bar{u}_j$ 和 $\bar{T}_i$ 为分别给定的位移边界 S_u 和外力边界 S_σ。

根据线性弹性力学解的唯一性定理，弹性体运动满足弹性力学三大关系，即动力学方程(1.1.1)，几何方程(1.1.2)和物理方程(1.1.3)，以及实际上是弹性体在域内和边界上的力的平衡和位移连续条件：表现为位移边界条件(1.1.4)和应力边界条件(1.1.5)。对于动力学问题，应同时指定初始时刻的位移 $u_{i0}=\bar{u}_{i0}$，速度 $\dot{u}_{i0}=\bar{u}_{i0}$，那么问题的解是唯一的，即任何时刻 t 的运动是唯一地被确定了。

以下将建立弹性体的各类变分原理，每类原理都有其前提，即写出泛函时三大关系中哪些已被满足，取哪类变量作为自变量函数，变分将得到什么结果，这是首先要明确的，而后才进行数学上的演绎推导。此外泛函推导中是按时端条件提出的，因此，这些原理不能直接用于求解响应问题，但能灵活得到各种连续弹性体的线性化动力学方程，并从变分式直接给出正确边界条件。这是平行于用微元建立平衡方程，但边界条件需从直观上写出。

1.2 Hamilton 势能型变分原理

1834 年，Hamilton 建立了一般动力学变分原理，各种动力学方程都可从一个变分式推出，应用于弹性动力学中，是最常用的以位移为自变函数的势能型变分