

奥赛
急先锋

系列丛书 之 库
奥赛急先锋 题



新概念

学科竞赛完全设计

XUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

奥赛 急先锋 题库



学科主编 刘汉文



九年级数学

● 适用于初中三年级

中国少年儿童出版社

奥赛
急先锋

系列丛书 之
奥赛急先锋 题

库】

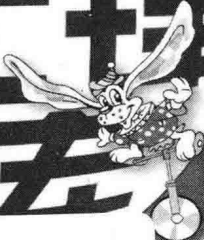
最新
NEW

新概念

学科竞赛完全设计

XUEKEJINGSAI WANQUANG SHEJI

奥赛 急先锋 题库



九年级数学

学科主编：刘汉文
本书主编：刘汉文
编者：查立新
邓仁江
田福政
陈杰志
秦耕

刘汉刚
李水兵
向小玲
朱逸
艾素学

朱尚安
刘汉刚
姜限中
扬彬
石坚

朱尚安
郭茂保
武龙人
郝学

中国少年儿童出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

奥赛急先锋题库丛书. 初中数学/ 师达主编. —北京:
中国少年儿童出版社
ISBN 7-5007-6538-X

I. 奥... II. 师... III. 数学课—初中—习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 026907 号

AOSAI JIXIANFENG TIKU

九年级数学

 出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 海 飞

主 编: 师 达	封面设计: 徐 徐
责任编辑: 惠 玮	版式设计: 徐 徐
责任校对: 刘 新	责任印务: 栾永生
社 址: 北京东四十二条二十一号	邮政编码: 100708
总 编 室: 010-64035735	传 真: 010-65012366
发 行 部: 010-65535233	010-64661322
http://www.ccppg.com.cn	E-mail: zbs@ccppg.com.cn
印 刷: 山西新华印业有限公司人民印刷分公司	
经 销: 全国新华书店	
开 本: 850×1168 1/32	印 张: 12.5 印张
2005 年 5 月第 2 版	2005 年 6 月第 3 次印刷
字 数: 287 千字	印 数: 10000 册

ISBN 7-5007-6538-X/G·5084

总定价: 41.00 元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。

出版说明

——新课标课堂同步与竞赛完美结合

随着新的课程标准在全国的逐渐推行，新的教学理念也在逐步完善，在平时教学和各种竞赛中对学生的各方面要求也有所改变。为了帮助同学们恰当处理竞赛与课堂的关系，拥有竞赛的水平，并能够在课堂、考试中得以体现，我们研究了最新的中小学教学大纲和考试大纲，参照各种版本的中小学教材，最早出版了这样的一套把课堂同步教学与竞赛完美结合的实用丛书。

为了使本丛书成为一套严谨的、科学的竞赛与考试结合读本，所有作者，包括主编刘汉文老师和全体参编人员——全国各地重点中小学的奥赛教练、一线特高级教师，尤其是湖北省黄冈市的众多老师，多年来一直不断的搜集资料，全心准备，勤奋工作着，使得这套丛书三年来畅销不衰。

在本丛书与广大读者见面的这三年里，我们收到了全国各地雪片般的读者来电来函，好评如潮，甚至有福建省福州市的一位读者和家长专程亲自到我们这里来向编辑致谢，告诉我们使用这套书两年多，她的学习成绩突飞猛进。我们还相互探讨怎样零距离适合学生学习使用。这给了我们更加足够的信心和力量，不断把这套丛书修订成为适合广大学生使用的常备书！

现把本丛书的多样化实用性一一简单介绍给大家，这也是作者的写作主旨和读者对本套书的认定：

◎**适应课堂教学：**循序渐进地进行针对性训练和提高，可以用于平时课堂教学配套练习，夯实你的基础知识；

◎**适应各类考试：**采用了大量的考试真题为例题或者练习，可以作为最实用的备考用书，提高你的考试成绩；

◎**适应素质教育：**可以增强学生的学习兴趣，尤其能够开拓学生的思维，提高动脑能力，培养你的创新能力；

◎**适应各种竞赛：**提取历年竞赛题中的精华题，按照专题分门别类，渗透多种解题技巧，帮助你创出竞赛佳绩。

欢迎您继续关注我们的“奥赛急先锋”系列丛书！并把她介绍给你身边的每一个人！

知心·导读

——初中版

我——“奥赛急先锋”系列丛书——已经3岁了！这3年来，由于在体例设计和内容编写上的高起点、新视角和确凿的实效性，一直受到广大读者朋友的表扬。为了不辜负大家对我的期望，我也在不断的成长壮大，目前我已经拥有了多个兄弟姐妹，请允许我分别介绍给大家：

《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》

性格：从基础抓起，强筋健骨的好伙伴

特长：踏踏实实，稳扎稳打，手把手教你掌握学习技巧要领的旗舰

家庭小成员					
	语文	英语	数学	物理	化学
一年级	☆	☆	☆		
二年级	☆	☆	☆	☆	
三年级	☆	☆	☆	☆	☆
全一册	语文基础、语文阅读、语文写作、计算机信息工程				

《奥赛急先锋——ABC卷》

性格：包括基础题、提高题、拓展题的分阶段步步提高最佳方案

特长：分级的设计是你的成绩实现三级跳的踏板

家庭小成员					
	语文	英语	数学	物理	化学 生物
一年级	☆	☆	☆		
二年级	☆	☆	☆	☆	
三年级	☆	☆	☆	☆	☆
全一册					☆

《奥赛急先锋——题库》

性格：囊括适应同步课堂、考试、竞赛的精华题库

特长：大量丰富的练习是你考场上游刃有余的必经之路

家庭小成员		
	数学	物理 化学
一年级	☆	
二年级	☆	☆
三年级	☆	☆

《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》

性格：用竞赛真题和你过招

特长：最新精选的竞赛题是检验你阶段能力的试金石

家庭小成员				
	英语	数学	物理	化学 生物
一年级	☆	☆	☆	☆

我的家庭住址遍布全国各地新华书店、民营书店，欢迎您成为我们这个大家庭的好朋友！



目 录

第一章 一元二次方程	(1)
1.1 判别式及根与系数关系	(1)
1.2 整式方程与分式方程	(5)
1.3 绝对值方程	(10)
1.4 一元二次方程公共根	(12)
1.5 一元二次方程的整数根及有理根	(14)
1.6 构造一元二次方程	(18)
1.7 方程组有关问题	(21)
1.8 一元二次方程有关应用题	(25)
本章综合练习	(30)
第二章 函数及其图象	(35)
2.1 坐标与几何	(35)
2.2 函数基础知识	(39)
2.3 一次函数与反比例函数性质及图象	(44)
2.4 一次函数应用题	(51)
2.5 二次函数性质及图象	(58)
2.6 二次函数应用题	(61)
2.7 函数与方程综合题	(67)
2.8 绝对值函数	(70)
2.9 函数最值	(72)
2.10 构造函数解题	(75)
本章综合练习	(77)
第三章 解直角三角形	(81)
3.1 锐角三角函数	(81)

3.2 解直角三角形及应用	(84)
3.3 构造直角三角形解题	(87)
3.4 三角法证几何题	(89)
本章综合练习	(91)
第四章 圆	(95)
4.1 圆的基本性质	(95)
4.2 与圆有关的角	(101)
4.3 辅助圆	(106)
4.4 四点共圆与圆内接四边形	(109)
4.5 直线与圆	(114)
4.6 圆与圆	(120)
本章综合练习	(125)
第五章 三角形的四心	(132)
5.1 重心	(132)
5.2 垂心	(135)
5.3 内心	(137)
5.4 外心	(140)
本章综合练习	(143)
第六章 代数与几何综合题	(146)
6.1 一元二次方程与几何	(146)
6.2 函数与几何	(150)
本章综合练习	(156)
第七章 开放性问题	(163)
7.1 开放性问题	(163)
7.2 阅读理解题	(170)
7.3 探求性问题(一)	(179)
7.4 探求性问题(二)	(184)
本章综合练习	(189)
第八章 四种重要数学思想方法	(195)



8.1 反证法	(195)
8.2 极端原理	(198)
8.3 统计思想方法	(201)
8.4 数学建模	(209)
本章综合练习	(215)
参考答案与提示	(218)



第一章 一元二次方程

1.1 判别式及根与系数关系

A 级

- (2000, “新世纪杯”广西初赛题) 下列方程中有实数根的方程是 (D).
 A. $x^2 + 1 = 0$ B. $x^2 + x + 1 = 0$
 C. $\frac{x-1}{x^2-x} = 0$ D. $-x^2 + x + 1 = 0$
- (1996, “祖冲之杯”邀请赛题) 设 t 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个实数根, 则判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 与平方式 $M = (2at + b)^2$ 的大小关系是 (B).
 A. $\Delta > M$ B. $\Delta = M$ C. $\Delta < M$ D. 不能确定
- (1996, “祖冲之杯”邀请赛题) 如果方程 $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 只有一个实数根, 那么方程 $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (C).
 A. 没有实数根 B. 有两个不同的实数根
 C. 有两个相等的实数根 D. 实数根的个数不能确定
- (1998, 全国竞赛题) 如果方程 $x^2 + px + 1 = 0$ ($p > 0$) 的两根之差为 1, 那么 p 等于 (D).
 A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$



5. (1999, 江苏省竞赛题) 已知关于 x 的二次方程 $2x^2 - 5x - a = 0$ (其中 a 为常数). 若两根之比 $x_1 : x_2 = 2 : 3$, 则 $x_2 - x_1$ 为

(A).

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

6. (2001, 全国联赛初赛题) 若关于 x 的二次方程 $(b-c)x^2 + (a-b)x + c - a = 0$ 有相等的二实数根, 则 a, b, c 间关系是

().

- A. $a = \frac{b+c}{2}$ B. $b = \frac{a+c}{2}$
C. $c = \frac{a+b}{2}$ D. $a + b + c = 0$

7. (2002, 广西赛区初赛题) 如果对于任何实数 x , 分式 $\frac{1}{-x^2 + 2x + c}$ 总有意义, 那么 c 的取值范围是_____.

8. (1996, 上海市竞赛题) 若关于 x 的方程 $12x^2 - 30x + c = 0$ 的两实根的立方和是两实根平方和的 3 倍, 则 c 的值是_____.

9. (1996, 四川省联赛题) 若方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两根 α, β 也是方程 $x^4 - px^2 + q = 0$ 的根, 则 $p + q =$ _____.

10. (1998, 全国联赛题) 已知 m, n 是有理数, 并且方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有一个根是 $\sqrt{5} - 2$, 那么 $m + n$ 的值是_____.

11. (1998, 上海市竞赛题) 已知 b, c 为方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两个根, 且 $c \neq 0$, 则 $(b, c) =$ _____.

B 级

12. (1996, 四川省联赛题) 若方程 $x^2 - (a-3)x - 3a - b^2 = 0$ 有两个等根, 则方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根分别是 ().



A. 0, 3

B. 0, -3

C. 1, 4

D. 1, -4

13. (1996, 江苏省竞赛题) 已知 $x^2 - ax + 3 - b = 0$ 有两个不相等的实数根, $x^2 + (6 - a)x + 6 - b = 0$ 有两个相等的实数根, $x^2 + (4 - a)x + 5 - b = 0$ 没有实数根, 则 a, b 的取值范围是 ().

A. $2 < a < 4, 2 < b < 5$ B. $1 < a < 4, 2 < b < 5$ C. $1 < a < 4, 1 < b < 5$ D. $2 < a < 4, 1 < b < 5$

14. (1997, 江苏省竞赛题) 已知 a, b, c 是不全为零的三个实数, 那么关于 x 的方程 $x^2 + (a + b + c)x + (a^2 + b^2 + c^2) = 0$ 的根的情况是 ().

A. 有两个负根

B. 有两个正根

C. 有两个异号的实根

D. 无实根

15. (1997, “学习报”初三公开赛) 如果 x_1, x_2 是二次方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个实数根, Δ 是方程的判别式, 则 Δ 与两根的关系为 (B).

A. $\Delta > (x_1 - x_2)^2$ B. $\Delta = (x_1 - x_2)^2$ C. $\Delta < (x_1 - x_2)^2$ D. 不能确定 Δ 与 $(x_1 - x_2)^2$ 的大小关系

16. (1997, “学习报”初三公开赛题) 若方程 $x^2 + 3x + m + 2 = 0$ 有一个正根 x_1 , 一个负根 x_2 , 则以 $|x_1|, |x_2|$ 为根的方程为 (C).

A. $x^2 - 3x - m - 2 = 0$ B. $x^2 + 3x - m - 2 = 0$ C. $x^2 - \sqrt{1 - 4m}x - m - 2 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{1 - 4m}x + m + 2 = 0$

17. (1997, 黄冈市竞赛题) p, q 为质数且是方程 $x^2 - 13x + m = 0$

的根,那么 $\frac{q}{p} + \frac{p}{q}$ 的值是

(C).

A. $\frac{121}{22}$

B. $\frac{123}{22}$

C. $\frac{125}{22}$

D. $\frac{127}{22}$

18. (1997, “祖冲之杯”邀请赛题) 已知二次方程 $(ab - 2b)x^2 + 2(b - a)x + 2a - ab = 0$, 有两个相等的实数根, 那么 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$ _____.

19. (1997, 天津市竞赛题) 若关于 x 的方程 $x^2 + (m + 2)x + m + 5 = 0$ 有两个正数根, 则 m 的取值范围是 _____.

20. (1998, 江苏竞赛题) 已知关于 x 的二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有实数根, 甲由于看错了二次项系数误求得两根为 2 和 4; 乙由于看错了某一项系数的符号, 误求得两根为 -1 和 4, 则 $\frac{b + 2c}{3a}$ 的值为 _____.

21. (1998, 重庆市初三竞赛题) 若方程 $(x - a)(x - b) = M$ 的两个根为 α, β , 则方程 $(x - \alpha)(x - \beta) = -M$ 的两个根的平方和为 _____.

22. (2000, 重庆市竞赛初赛题) 若方程 $x^2 - 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ 的两个根为 α, β , 它也是方程 $x^4 + px^2 + q = 0$ 的两个根, 则 $p =$ _____.

23. (2001, 绍兴联赛题) 已知 α, β 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个实数根, 则代数式 $\alpha^2 + \alpha(\beta^2 - 2)$ 的值为 _____.

24. (2002, 全国竞赛题) 设 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax + a = 2$ 的两个实数根, 则 $(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1)$ 的最大值为 _____.

C 级

25. (1996, “祖冲之杯”邀请赛题) 已知 α, β 是方程 $x^2 - 7x + 8 =$



0 的两根,且 $\alpha > \beta$. 不解方程,利用根与系数的关系,求 $\frac{2}{\alpha} + 3\beta^2$ 的值.

26. (1997, 全国联赛题) 已知 a, b 为整数, 且 $a > b$, 方程 $3x^2 + 3(a+b)x + 4ab = 0$ 的两个根 α, β 满足关系式 $\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1) = (\alpha+1)(\beta+1)$. 试求所有整数点对 (a, b) .
27. (2000, 全国竞赛题) 设 m 是不小于 -1 的实数, 使得关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 3m + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .
- (1) 若 $x_1^2 + x_2^2 = 6$, 求 m 的值;
- (2) 求 $\frac{mx_1^2}{1-x_1} + \frac{mx_2^2}{1-x_2}$ 的最大值.
28. (2000, “我爱数学”初中生夏令营竞赛题) 已知 m, n 为整数, 方程 $x^2 + (n-2)\sqrt{n-1}x + m + 18 = 0$ 有两个不相等的实数根, 方程 $x^2 - (n-6)\sqrt{n-1}x + m - 37 = 0$ 有两个相等的实数根, 求 n 的最小值, 并说明理由.
29. (2001, 全国竞赛“创新杯”广西赛区题) 已知关于 x 的方程 $(a^2-1)(\frac{x}{x-1})^2 - (2a+7)(\frac{x}{x-1}) + 1 = 0$ 有实根.
- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 若原方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $\frac{x_1}{x_1-1} + \frac{x_2}{x_2-1} = \frac{3}{11}$, 求 a 的值.

1.2 整式方程与分式方程

A 级

1. 设 b, c 是整数, 当 x 依次取 $1, 3, 6, 11$ 时, 小明算得多项式 x^2

$+bx+c$ 的值分别为 3, 5, 21, 93. 经验证, 只有一个结果是错误的. 这个错误的结果是 ().

A. 当 $x=1$ 时, $x^2+bx+c=3$

B. 当 $x=3$ 时, $x^2+bx+c=5$

C. 当 $x=6$ 时, $x^2+bx+c=21$

D. 当 $x=11$ 时, $x^2+bx+c=93$

2. (2000, 美国犹他州竞赛题) 方程 $x^3-6x^2-x+6=0$ 所有根的积是 ().

A. 3

B. -3

C. 4

D. -6

3. (1999, 江苏省竞赛题) 已知 a, b 都是负实数, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a-b} = 0$, 那么 $\frac{b}{a}$ 的值是 ().

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

4. (2000, 湖北省选拔赛题) 方程 $x^2+3x-\frac{3}{x^2+3x-7}=9$ 的所有实数根之积为 ().

A. 60

B. -60

C. 10

D. -10

5. (1998, 全国竞赛广西赛区题) 已知关于 x 的方程 $(a+1)x^2+4ax+9=0$ 的根有且只有一个值, 则实数 $a=$ _____.

6. 方程 $(2000x)^2-1999 \times 2001x-1=0$ 的较大根为 a , $x^2+1999x-2000=0$ 的较小根为 b , 则 $a-b=$ _____.

7. (1998, 全国竞赛广西赛区题) 用换元法解方程: $\frac{5(x^2-x)}{x^2+1} + \frac{2(x^2+1)}{x^2-x} = 6$, 如果设 $\frac{x^2-x}{x^2+1} = y$, 那么原方程可变形为一元二次方程的一般形式是_____.

8. (1997, “学习报”初三公开赛题) 解方程 $\frac{2x^2-5x+3}{x^2-3x+2} = 1$, 得_____.



9. (1999, 武汉市选拔赛题) 方程 $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 3(x + \frac{1}{x}) = 1$ 的实数根是_____.
10. (1998, 全国初中竞赛广西赛区题) 当 $m =$ _____ 时, 关于 x 的方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{m}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 会产生增根..
11. 已知 a 是方程 $x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$ 的根, 求 $\frac{a^3-1}{a^3-a}$ 的根.
12. (2001, 大连市中考题) 阅读材料, 解答问题: 为解方程 $(x^2 - 1)^2 - 5(x^2 - 1) + 4 = 0$, 我们可以将 $x^2 - 1$ 视为一个整体, 然后使 $x^2 - 1 = y$, 则 $(x^2 - 1)^2 = y^2$, 原方程化为 $y^2 - 5y + 4 = 0$ ①, 解得 $y_1 = 1, y_2 = 4$, 当 $y = 1$ 时, $x^2 - 1 = 1$, 解得 $x = \pm\sqrt{2}$; 当 $y = 4$ 时, $x^2 - 1 = 4$, 解得 $x = \pm\sqrt{5}$, 故原方程的解为 $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}, x_3 = \sqrt{5}, x_4 = -\sqrt{5}$.

解答问题:

- (1) 填空: 在由原方程得到方程①的过程中, 利用_____法达到了降次的目的, 体现了_____的数学思想;
- (2) 解方程 $x^4 - x^2 - 6 = 0$.

B 级

13. (第八届“五羊杯”初三竞赛题) 如果关于 x 的方程 $k(k+1)(k-2)x^2 - 2(k+1)(k+2)x + (k+2) = 0$ 只有一个实数根 (相等的两根算作一个根), 那么实数 k 可取_____个不同值.
14. (1998, 黄冈市竞赛题) 如果方程 $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3px^2 - 9px + 2p^2 = 0$ 有且仅有一个实数满足, 则 p 的值为_____.
15. (第十届“五羊杯”初三竞赛题) 方程 $(x^3 - 3x^2 + x - 2)(x^3 -$

- $x^2 - 4x + 7) + 6x^2 - 15x + 18 = 0$ 的全部相异实根是_____.
16. 解方程 $(x^2 + 3x - 4)^2 + (2x^2 - 7x + 6)^2 = (3x^2 - 4x + 2)^2$. 这个方程的解为_____.
17. 若方程 $(x^2 - 1)(x^2 - 4) = k$ 有四个非零实数, 且它们在数轴上对应的四个点等距排列, 则 $k =$ _____.
18. (1998, 全国联赛) 满足 $1998^2 + m^2 = 1997^2 + n^2$ ($0 < m < n < 1998$) 的整数对 (m, n) 共有_____个.
19. (第十五届江苏省竞赛题) 自然数 n 满足 $(n^2 - 2n - 2)^{n^2 + 47} = (n^2 - 2n - 2)^{16n - 16}$, 这样的 n 的个数是 ().
A. 2 B. 1 C. 3 D. 4
20. (1998, “祖冲之杯”邀请赛题) 方程 $\frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} = \frac{4}{21}$ 的解是_____.
21. (第十二届“五羊杯”初中竞赛题) 方程 $\frac{13 - 2x}{11 - 2x} + \frac{17 - 2x}{15 - 2x} = \frac{19 - 2x}{17 - 2x} + \frac{11 - 2x}{9 - 2x}$ 的解是 $x =$ _____.
22. (第八届“五羊杯”初三试题) 解分式方程: $\frac{5x - 96}{x - 19} + \frac{x - 8}{x - 9} = \frac{4x - 19}{x - 6} + \frac{2x - 21}{x - 8}$, 得 $x =$ _____.
23. (第十一届“五羊杯”初三试题) 已知 $a = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)$, $b = -(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$, 在实数范围内, 方程 $\frac{2x}{1 - x^2} + \frac{2a}{1 - a^2} + \frac{2b}{1 - b^2} = \frac{2x}{1 - x^2} + \frac{2a}{1 - a^2} + \frac{2b}{1 - b^2}$ 的解 $x =$ _____.
24. (第十二届“五羊杯”初三竞赛题) 已知: $\frac{x + y - xy}{x + y + 2xy} = \frac{y + z - 2yz}{z + x - 3zx}$, 且 $\frac{2}{x} = \frac{3}{y} - \frac{1}{z}$, 则 $x =$ _____.



____, $y =$ _____, $z =$ _____.

25. (1999, 河南省竞赛题) 解方程 $\frac{x^2+3x}{2x^2+2x-8} + \frac{x^2+x-4}{3x^2+9x} = \frac{11}{12}$.

26. (第九届“祖冲之杯”邀请赛题) 解方程 $\frac{13x-x^2}{x+1} \left(x + \frac{13-x}{x+1}\right) = 42$.

27. (1994, 四川省竞赛题) 解方程 $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = \frac{40}{9}$.

28. 解关于 x 的方程 $(a-1)x^2 - 2ax + a = 0$.

29. 已知二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根和为 S_1 , 两根平方和为 S_2 , 两根立方和为 S_3 , 试求 $aS_3 + bS_2 + cS_1$.

C 级

30. (第十一届“五羊杯”初三题) 规定运算 $a * b$ 满足: $a * a = 1$ ($a \neq 0$), $a * (b * c) = (a * b)c$, 其中 $b, c \neq 0$, a, b, c 为实数, 则方程 $x^2 * 19 = 99x$ 的解 $x =$ _____.

31. (2000, 山东省聊城市中考题) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + \frac{m^2-1}{x^2+2x-2m} = 0$, 其中 m 为实数, 当 m 为何值时, 方程恰有三个互不相等的实数根? 求出这三个实数根.

32. 若方程 $\frac{(a+1)(b+1)}{x+1} + \frac{(a-1)(b-1)}{x-1} = \frac{2ab}{x}$ 无解, 且 $a \neq b$, 求 $a^2 + ab + b^2$ 的值.

33. 已知方程 $(ax + a^2 - 1)^2 + \frac{x^2}{(x+a)^2} + 2a^2 - 1 = 0$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.

34. (1995, 黄冈市竞赛题) 设关于 x 的方程 $x^2 + \left(\frac{a}{x}\right)^2 - 7x - \frac{7a}{x} + 2a + 12 = 0$ 有相等两根, 求 a 的值.