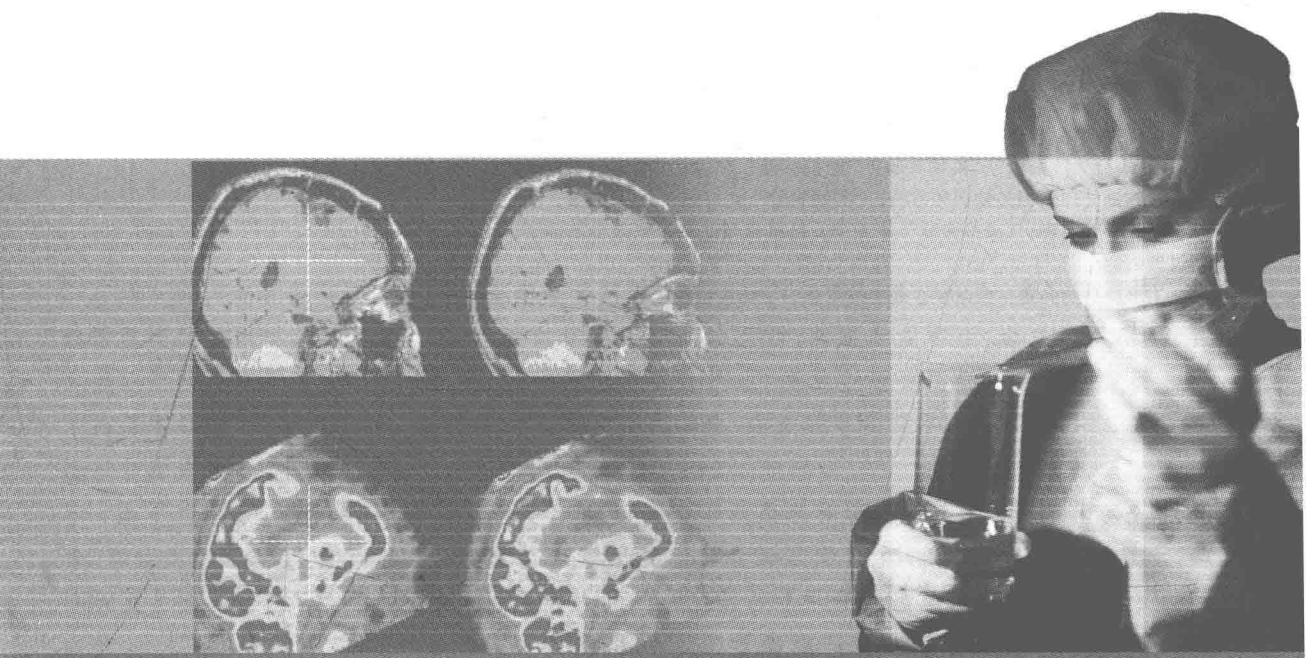


# 医用物理学实验

■ 主编 薛康 计晶晶

高等教育出版社



# 医用物理学实验

YIYONG WULIXUE SHIYAN

- 主 编 薛 康 计晶晶
- 副主编 敖敦格日乐 李忠贤 周 涛 罗利霞
- 编 委 薛 康 计晶晶 敖敦格日乐 李忠贤 周 涛  
罗利霞 鲍秀珍 石 磊 栾江宁 张海霞  
张 磊 何 佳 韩永平 陆改玲 陈 霞  
周 霁 高云飞 马兴星 林凤云 文 巍  
何宝胜 贾海涛 李红梅

## 内容提要

本书由内蒙古医科大学和包头医学院根据本地区医用物理实验课程教学的实际需要,结合现有仪器设备及多年的教学、教研经验共同编写而成。全书分为“绪论”“实物实验”“虚拟实验”三章。“绪论”主要介绍实验数据处理的相关知识和方法;“实物实验”共19个,涉及力学、光学、电磁学等内容;“虚拟实验”共4个,是结合当前数字化教学的需要而设置的。

本书可作为高等学校医学、药学等专业的物理实验教材。

## 图书在版编目(CIP)数据

医用物理学实验/薛康,计晶晶主编. --北京:  
高等教育出版社,2016.10

ISBN 978-7-04-046050-6

I. ①医… II. ①薛… ②计… III. ①医用物理学-  
实验-高等学校-教材 IV. ①R312-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第173474号

策划编辑 王 硕  
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 程福平  
责任校对 刘丽娟

封面设计 姜 磊  
责任印制 田 甜

版式设计 于 婕

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
印 刷 北京宏伟双华印刷有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 11.75  
字 数 230千字  
购书热线 010-58581118  
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>  
<http://www.hepmall.com>  
<http://www.hepmall.cn>

版 次 2016年10月第1版  
印 次 2016年10月第1次印刷  
定 价 21.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物料号 46050-00

# 前 言

本书由内蒙古医科大学和包头医学院共同编写,立足于“医用物理学实验”教学的特点和本地区医学院校物理课程的教学实际,面向非物理专业的医学、药学专业学生,力求简明扼要,在有限的课时内培养学生的科学素养、动手能力和实验技能,使学生能够更好地理解和掌握物理学的基本思想、方法和知识。除传统的基本实验内容外,结合数字化教学的需要,本书还加入了虚拟仿真实验内容,以期达到更好的教学效果。

本书由薛康、计晶晶担任主编,薛康、陈霞负责全书的整理和统稿。薛康负责编写第一章绪论、实验 5.1;薛康、何佳负责编写实验 1;敖敦格日乐负责编写实验 15、实验 16;敖敦格日乐、鲍秀珍负责编写实验 3.1;李忠贤负责编写实验 17;李忠贤、韩永平负责编写实验 12;周涛负责编写实验 18、实验 19;周涛、张海霞负责编写实验 13;石磊负责编写实验 11;石磊、栾江宁负责编写实验 4.1;张磊、林凤云、文巍、何宝胜、贾海涛、李红梅负责编写附录;计晶晶负责编写实验 3.2;陆改玲负责编写实验 6、实验 20、实验 21、实验 22;陈霞负责编写实验 8、实验 9、实验 10;周灏负责编写实验 5.2、实验 2;罗利霞负责编写实验 4.2、实验 7;高云飞负责编写实验 14;马兴星负责编写实验 23。

由于编者水平所限,错误和疏漏之处在所难免,恳请广大教师和读者批评指正。

编 者

2016年4月

# 目 录

第一章 绪论 .....	(1)
第一节 医用物理学实验课的意义与基本要求 .....	(1)
第二节 实验数据处理 .....	(3)
思考与练习 .....	(16)
第二章 实物实验 .....	(17)
实验 1 游标卡尺与螺旋测微器的使用 .....	(17)
实验 2 显微镜测量微小物体长度 .....	(25)
实验 3 液体黏度的测量 .....	(29)
实验 3.1 比较法测液体的黏度 .....	(29)
实验 3.2 落球法测液体的黏度 .....	(33)
实验 4 液体表面张力系数的测量 .....	(37)
实验 4.1 拉脱法测定液体的表面张力系数 .....	(37)
实验 4.2 毛细管法测定液体表面张力系数 .....	(41)
实验 5 刚体转动惯量的测量 .....	(49)
实验 5.1 扭摆法测刚体的转动惯量 .....	(49)
实验 5.2 三线摆法测刚体的转动惯量 .....	(53)
实验 6 杨氏模量的测量 .....	(59)
实验 7 人耳听阈曲线的实验 .....	(65)
实验 8 用牛顿环测量透镜的曲率半径 .....	(71)
实验 9 分光计的调整及应用 .....	(77)
实验 10 用分光计测光栅常量和光波的波长 .....	(85)
实验 11 用分光光度计测定溶液浓度 .....	(89)
实验 12 用旋光仪测定糖溶液的浓度 .....	(95)
实验 13 示波器的使用 .....	(99)
实验 14 万用电表的使用 .....	(109)
实验 15 补偿法测电动势 .....	(119)
实验 16 用电势差计校正电表 .....	(123)
实验 17 验证基尔霍夫定律 .....	(127)
实验 18 静电场的描绘 .....	(129)
实验 19 磁场的描绘 .....	(137)
第三章 虚拟实验 .....	(143)
实验 20 超声声速测定 .....	(143)

实验 21	霍尔效应 .....	(151)
实验 22	用光电效应测定普朗克常量 .....	(159)
实验 23	热敏电阻温度特性实验 .....	(167)
附录	.....	(173)
附录 1	部分实验参量 .....	(173)
附录 2	主要实验仪器及参量 .....	(175)
附录 3	物理实验室守则 .....	(177)
附录 4	部分实验仪器实物图 .....	(179)
参考文献	.....	(181)

# 第一章 绪论

## 第一节 医用物理学实验课的意义与基本要求

### 一、医用物理学实验课的意义

医用物理学是高等学校为医学、药学等专业本、专科学生开设的一门重要的公共基础课程,包括理论教学和实验教学两部分。虽然实验学时相对较少,但在医用物理学的教学当中是不可或缺的。物理学的建立和发展是以严格的科学实验为基础的,从物理概念的确立到物理规律的发现,都必须以大量的实验事实和数据为依据,物理定律适用的条件及应用范围也必须要通过更严密的实验来验证。物理学实验的理论和方法被广泛应用于其他科学研究中,渗透于人们生产和生活的各个领域。

物理学的实验方法、仪器和测量技术使现代医学在诊断方法、治疗手段、药物分析与鉴定等方面取得了巨大的进步,不断地将医学研究水平推上新的高度。现代医学要求医务工作者能够操作先进的医疗仪器,如 X-CT、磁共振、彩超、肠镜、胃镜等影像设备;能够利用设备得出准确的测量结果,同时依据测量结果合理判断患者的病情;能够在仪器辅助之下,顺利进行手术以及非介入式治疗等。因此,为培养合格的医务工作者,物理学实验是医学、药学等专业学生所必须接受的基本技能训练之一。

### 二、物理实验教学的目标及基本要求

#### 1. 目标

医用物理学实验以培养医学、药学等专业学生的科学素养、严谨求实的工作态度 and 作风、动手能力、创新精神以及初步的科研能力为主要目标。

#### 2. 基本要求

(1) 培养学生阅读和理解实验教材、仪器使用说明的能力,使学生能利用网络、图书馆等资源搜集、分析和整理与实验相关的参考资料。

(2) 使学生熟悉一些基本的物理实验方法,学会正确使用和调整物理实验仪器。

(3) 巩固和加深学生对物理现象及规律的认识,使学生掌握一些基本物理量的测量方法和实验技能,如:

① 会使用游标卡尺、螺旋测微器等仪器测量长度;用停表测量时间;用温度计读取温度。

② 会使用安培计、伏特计、万用电表、电子示波器、常用电源等,测量电路参量、观测和分析信号波形.

③ 能按简单线路图连接电路;能根据实验数据画出曲线,并能利用曲线分析实验结果.

④ 能大体分析误差产生的原因,学会有效数字的记录和相关运算.

(4) 培养学生正确观察实验现象、准确记录并合理分析与处理实验数据的能力. 培养学生规范地书写实验报告的能力.

(5) 初步培养学生根据现有实验仪器和材料自主设计物理实验的能力. 使学生逐步建立起科学探索和创新精神.

(6) 通过实验使学生养成严谨、细致、实事求是的学习态度和勤于动手、认真思考的精神. 要求学生必须要事先预习、准备充分,在理论指导下有目的、有计划地进行实验,不可盲目操作;清晰、真实地记录原始数据,严肃认真地进行数据处理与分析,绝不允许随意篡改、编造实验数据.



## 第二节 实验数据处理

### 一、测量与误差

#### (一) 测量

测量是物理学中进行定量研究的基本要求,是物理实验的基础.在物理实验中,通过使用专门的仪器设备、进行一系列操作来获取被测物理量的量值的过程称为测量.测量结果由被测量与标准量比较得出.用来进行比较的与被测物理量同类的标准量叫做单位.求出被测物理量是单位的多少倍,将倍数后面附上单位名称,记录为读数,又叫做数据.

根据实验中数据获取的不同方式,物理量的测量可分两类:直接测量和间接测量.用游标卡尺测长度、用秒表测时间、用天平称质量、用温度计测温度、用安培表测电流等,这样可以由仪器直接读出被测物理量量值的测量,称为直接测量.然而,很多物理量的量值往往不能用仪器直接测量得到.必须先得到某些直接测量数据,再利用直接测量数据和被测物理量的函数关系,通过一定的数学运算,得到测量结果.这样的测量就叫间接测量.如想要测量某个长方体的体积,可以先分别测出长方体的长、宽、高的值,再利用公式:体积=长×宽×高,即可求出长方体体积.另外,根据测量条件相同与否,也可将测量分为等精度和不等精度测量.物理实验中经常采用在同一实验条件下多次测量取平均值的测量方法,就是等精度测量.等精度测量可保证每次测量的结果具有相同的可靠程度.

#### (二) 测量的误差

##### 1. 误差的定义

任何测量的结果都不可能是绝对准确的,只能得到被测量的近似值,称为测量值.物理量的测量值和真实值之间的差异称为误差.常可表示为绝对误差和相对误差,如(1-2-1)式和(1-2-2)式所示:

$$\delta = x - T \quad (1-2-1)$$

$$E = \frac{\delta}{T} = \frac{x - T}{T} \times 100\% \quad (1-2-2)$$

以上公式中 $\delta$ 表示绝对误差(可正可负), $x$ 和 $T$ 分别表示测量值和真实值, $E$ 表示相对误差.

##### 2. 误差的分类

误差按其产生的原因不同,一般分为系统误差、偶然误差(随机误差)和粗大误差(过失误差).

#### (1) 系统误差

系统误差是指由于仪器本身缺陷、实验环境条件限制、测量方法不严密或实验理论的不完善等因素所产生的误差。例如：用天平测量质量时，砝码因磨损使其实际质量小于标称值，造成被测物体的质量测量值总是偏大。这种误差通常表现出一定的规律性，测量结果总是偏大或总是偏小。这种误差无法通过多次重复实验取平均值的方法消除；但通过仔细分析误差成因、完善实验理论、改进实验设计和方法、采用更精良的仪器等，可有效减少甚至消除系统误差。

### (2) 偶然误差

偶然误差是指由于测量者感官的限制以及实验过程中一些不可控制的随机因素所引起的误差。例如：环境的温度、湿度、气压、电磁场等在实验过程中发生了偶然的微小变化，多次读取数据时最后一位估读数字总不一致等都表现为一定的偶然误差。其特点是测量值时大、时小，时正、时负，在某一值附近跳变；误差总体随测量次数增加趋向于正态分布，当测量次数趋于无限大时相互抵消，服从统计规律。因此，对一个物理量的测量，通常要重复多次并取其平均值，就是为了减少偶然误差。

### (3) 粗大误差

粗大误差表现为测量值异常偏离真实值并与同等实验条件下多次测量的其他测量值有较大差异，往往是由于人为因素造成的。例如：由于实验者仪器使用不当、注意力不集中导致读数错误、未经充分准备而盲目操作等均可导致粗大误差的产生。只要充分加强对实验者的系统培训，培养其认真负责的工作态度，就可以最大限度地避免粗大误差。实验中表现为粗大误差的明显异常的数据，在条件允许的情况下，可考虑剔除。

## 3. 测量的精度

通常用精度衡量误差对测量结果的影响：误差愈小，测量精度愈高，反之则精度愈低。精度包含准确度、精密度和精确度三个方面。准确度对应于系统误差，表示测量结果对真值的偏离程度，系统误差小则准确度高；精密度对应于偶然误差，表示同等条件下进行多次测量获得的各测量值之间的集中程度，偶然误差小则精密度高；精确度则是对偶然误差和系统误差的综合评价。在具体的实验中，测量结果的准确度高不一定精密度就高，反之亦然；但若两者都高，精确度就高。测量结果的精确度有时以系统误差影响为主，有时以偶然误差影响为主，具体问题要具体分析。

### (三) 误差估算与测量结果的表示

依据公式(1-2-1)，理想情况下测量的结果应表示为  $x = T + \delta$ 。然而，客观上无法获得被测物理量的真值，进而也无法得到准确的误差值，只能通过各种方法对真值和误差加以估计。因此，实验中通常采用一个真值的最佳近似值和一个用于表示近似程度的误差范围来定量给出测量结果：

$$x = x_0 \pm \Delta x \quad (1-2-3)$$

$x$  表示测量结果;  $x_0$  表示最佳值, 可以是多次等精度测量的平均值、公认或约定值、标准值、由更高精度测量仪器所得的测量值等;  $\pm \Delta x$  表示误差的估计值, 可知真值的取值范围在  $x_0 - \Delta x$  至  $x_0 + \Delta x$  之间. 测量结果也可用相对误差表示, 即

$$x = x_0 \left( 1 \pm \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\% \right) \quad (1-2-4)$$

误差的估算是测量结果的重要组成部分, 国际上对误差的分析及对测量结果可靠性的评价有一套科学而严格的体系. 通常依据国际标准化组织等联合发布的《测量不确定度表示指南》(后简称《指南》)来处理实验中的误差并表示测量结果. 下面我们就学生实验中, 假设系统误差、粗大误差得以修正或消除的前提下, 简略地讨论一下直接与间接测量的误差估算问题. (在测量要求比较严格的情况下, 应参照“《指南》”中的要求来处理实验结果.)

### 1. 直接测量的误差

#### (1) 多次测量

通常为尽量减小偶然误差, 使测量结果更可靠, 一般要对某物理量在同一实验条件下进行多次重复的测量. 设测量次数为  $n$ ,  $n$  次测量所得的量值可以用一个集合  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  表示, 这个集合称为一个测量列. 按照数理统计理论可以证明测量列中各数据的算术平均值与真值最为接近, 即为多次测量的最佳值. 可表示为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-5)$$

(1-2-5) 式中当测量次数  $n \rightarrow \infty$  时,  $\bar{x} \rightarrow$  真值.

用  $\nu_i = x_i - \bar{x}$ , 表示第  $i$  次测量值与算术平均值之差, 称为残余误差(残差)或偏差. 测量列中的每个数据都对应一个偏差, 偏差值反映了每次测量的偶然误差, 具有随机性. 用某次测量的残余误差来估计  $n$  次测量结果的总体误差可靠性较差, 不能反映各测量值间的分散程度. 可用贝塞尔(Bessel)公式来表征有限次测量中一个测量数据对真值的分散程度, 即

$$S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \nu_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-6)$$

$S(x)$  称为实验标准偏差. 算术平均值的实验标准偏差可表示为

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \nu_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-7)$$

$S(\bar{x})$  可表征平均值  $\bar{x}$  在真值附近的误差范围. 在不考虑非统计学分析方法估算误差的情况下, 测量结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm t \cdot S(\bar{x}) \quad (1-2-8)$$

公式(1-2-8)中系数  $t$  能够反映误差分布的概率,一般可取值为 1、2 或 3。 $t=1$  时,平均值与真值之差的绝对值有 68.3% 的概率小于  $S(\bar{x})$ ;  $t=2$  时,有 95.4% 的概率小于  $2S(\bar{x})$ ;  $t=3$  时,有 99.7% 的概率小于  $3S(\bar{x})$ ; 可根据实际情况选择不同的  $t$  值,通常取  $t=2$ ; 取  $t=3$  时,  $3S(\bar{x})$  称为极限误差,若测量列中某次测量值的残余误差大于  $3S(\bar{x})$ , 则此测量值视为坏值,应从测量列中剔除。

误差估算的方法并不唯一,在学生实验课上,仅要求学生能够简单粗略地进行误差分析,因此常采用算术平均偏差(算术平均误差)来估算绝对误差,表示为

$$\Delta x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |v_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (1-2-9)$$

**例 1-2-1** 用米尺测量某物长度,共测 5 次,测量数据分别 2.32 cm, 2.33 cm, 2.35 cm, 2.31 cm, 2.36 cm。求其绝对误差与相对误差,并表示出测量结果。

**解:** 测量结果的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{2.32+2.33+2.35+2.31+2.36}{5} \text{cm} = 2.33 \text{ cm}$$

算术平均误差即绝对误差为

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{|2.32-2.33| + |2.33-2.33| + |2.35-2.33| + |2.31-2.33| + |2.36-2.33|}{5} \text{cm} \\ &= \frac{0.01+0.00+0.02+0.02+0.03}{5} \text{cm} \\ &= 0.02 \text{ cm} \end{aligned}$$

相对误差可表示为

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = \frac{0.02}{2.33} \times 100\% = 0.9\%$$

测量结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = (2.33 \pm 0.02) \text{ cm} \quad \text{或} \quad x = 2.33(1 \pm 0.9\%) \text{ cm}$$

需要说明的是:直接误差一般取 1 位有效数字,且算术平均值的最后一位应与绝对误差所在位对齐;相对误差一般可取 1 位或 2 位有效数字。用相对误差比用绝对误差能更好地反映出测量结果的准确度;比如在被测量的长度分别是 10 cm 和 100 cm 的两次测量中,绝对误差都是 0.1 cm,相对误差却分别是 1% 及 0.1%,显而易见,后一个测量的结果较好。

## (2) 单次测量

实际工作中,往往由于实验条件限制或测量准确度要求不高等原因,测量

不能重复或不必要重复,便采用一次测量的读数作为结果.如需写出误差,要根据仪器分度值的大小、测量条件和环境等因素适当加以估算,不能一概而论.比较简化的方法是把仪器的最大允许误差(误差限)作为绝对误差的估计值,可以通过查阅仪器说明书获得或由实验室给出.可根据情况用仪器分度值或其分度值的0.5、0.2、0.1倍来表示单次测量的绝对误差.

## 2. 间接测量的误差

设某物理量的量值  $Z$  为间接测量量,与  $m$  个相互独立的直接测量量  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$  之间满足函数关系:

$$Z=f(u_1, u_2, u_3, \dots, u_m) \quad (1-2-10)$$

各直接测量量的测量结果可表示为

$$u_i = \bar{u}_i \pm \Delta u_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, m) \quad (1-2-11)$$

则在有限次测量的条件下,间接测量量的平均值即最佳值为

$$\bar{Z}=f(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \dots, \bar{u}_m) \quad (1-2-12)$$

公式(1-2-12)表示将各直接测量量的算术平均值代入函数表达式即可求得间接测量量的最佳值.

由于各直接测量量存在误差,每个直接测量量的误差必然因函数关系的制约传递给间接测量量.间接测量的误差可通过微分法估算.对公式(1-2-10)求全微分可得

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial Z}{\partial u_2} du_2 + \frac{\partial Z}{\partial u_3} du_3 + \dots + \frac{\partial Z}{\partial u_m} du_m \quad (1-2-13)$$

对公式(1-2-10)两边取对数,再求全微分可得  $d(\ln Z) = d(\ln f)$ , 即

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_2} du_2 + \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_3} du_3 + \dots + \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_m} du_m \quad (1-2-14)$$

根据公式(1-2-13),任意一个直接测量量  $u_i (i=1, 2, 3, \dots, m)$  的绝对误差对间接测量量  $Z$  的绝对误差的贡献可表示为  $\frac{\partial Z}{\partial u_i} \Delta u_i$ . 学生实验中,进行简单的误差估算时,可以将可能出现的最大误差作为  $Z$  的绝对误差.具体做法是,将公式(1-2-13)中各量的微分替换为其绝对误差,等号右侧各项分别取绝对值后再相加.

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial Z}{\partial u_1} \Delta u_1 \right| + \left| \frac{\partial Z}{\partial u_2} \Delta u_2 \right| + \left| \frac{\partial Z}{\partial u_3} \Delta u_3 \right| + \dots + \left| \frac{\partial Z}{\partial u_m} \Delta u_m \right| \quad (1-2-15)$$

将各直接测量的平均值和绝对误差代入公式(1-2-15)即可求得间接测量量

的绝对误差. 同理, 根据公式(1-2-14)相对误差的计算公式如下:

$$E = \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_1} \Delta u_1 \right| + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_2} \Delta u_2 \right| + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_3} \Delta u_3 \right| + \dots + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial u_m} \Delta u_m \right| \quad (1-2-16)$$

一般为简化运算, 若函数表达式以加减运算为主时, 可先由式(1-2-15)求出绝对误差  $\Delta Z$ , 再用绝对误差除以平均值表示相对误差, 即  $E = \frac{\Delta Z}{\bar{Z}}$ ; 若函数表达式以乘除运算或幂运算为主时可先由公式(1-2-16)求出相对误差  $E$ , 再求出绝对误差, 即  $\Delta Z = E \bar{Z}$ .

**例 1-2-2** 为测量某质量分布均匀的球体的密度  $\rho$ , 已测得直径  $D = (15.636 \pm 0.004) \text{ mm}$  和质量  $m = (88.21 \pm 0.01) \text{ g}$ . 请写出测量球体密度的数学表达式, 并表示出密度测量的最终结果.

**解:** 球体密度可由下式计算得出

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3} = \frac{6}{\pi} \frac{m}{D^3}$$

则密度测量的最佳值为

$$\bar{\rho} = \frac{6}{3.1416} \times \frac{88.21 \times 10^{-3} \text{ kg}}{(15.636 \times 10^{-3} \text{ m})^3} = 4.407 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

为估算相对误差可作如下计算:

$$\begin{aligned} \ln \rho &= \ln \left( \frac{6}{\pi} \frac{m}{D^3} \right) = \ln \frac{6}{\pi} + \ln m - 3 \ln D \\ E &= \left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} \Delta m \right| + \left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D} \Delta D \right| \\ &= \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + 3 \left| \frac{\Delta D}{D} \right| \\ &= \frac{0.004}{15.636} + 3 \times \frac{0.01}{88.21} \\ &= 0.06\% \end{aligned}$$

绝对误差为

$$\Delta \rho = \bar{\rho} \cdot E = 4.407 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 0.06\% = 0.003 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

则测量结果可表示为

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho = (4.407 \pm 0.003) \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

或

$$\rho = \bar{\rho} (1 \pm E) = 4.407 \times (1 \pm 0.06\%) \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

## 二、有效数字

### 1. 有效数字的概念

用仪器测量某一物理量时,应如何记录测量数据,测量的结果该取多少位数字呢?如图 1-2-1 所示,用分度值为 1 mm(即 0.1 cm)的卷尺,测量一个笔记本的长度,某次测量的读数为“25.16”cm,共有 4 位数字.从局部放大图可以看出笔记本的右侧边缘位于 25.1 cm 和 25.2 cm 之间.可以判断所测长度一定大于 25.1 cm 而小于 25.2 cm,那么“25.1”cm 是一个可靠的数字;而由于边缘所在处没有刻线,只能向 0.1 cm 的下一位估读一位数字“0.06”cm(不同的观察者可以估计出不同的读数如“0.05”“0.07”等),此数字称为存疑数字.因此,在实际测量中,像这样从仪器上读出的由可靠数字和最后一位存疑数字构成的数值称为有效数字.

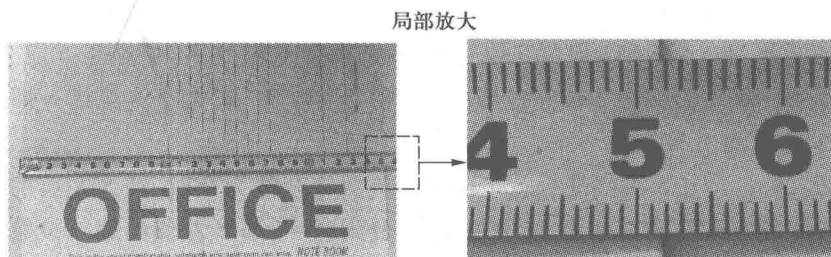


图 1-2-1 卷尺测量笔记本长度

在测量时,根据仪器的情况,如可能读到最小刻度的十分之一.图 1-2-1 中,卷尺的最小刻度为 0.1 cm,可以估读到 0.01 cm,读数“25.16”cm 是成立的;但不能估读到 0.001 cm,如读数“25.163”cm 的最后一位数字“3”是没有根据的.很明显,虽然有效数字的最后一位是估计出来的,存疑的数字,带有误差,但并非臆造,具有确定意义;有效数字位数的多少一般是由所使用测量仪器的精密度决定的,因此我们不能随意增减.通常有效数字位数越多,表示测量结果的越准确.使用有效数字可以避免不必要的繁复运算,同时便于选择适当精密程度的仪器,以满足实验要求.

### 2. 有效数字的表示

#### (1) 有效数字中的“0”

① 有效数字的第一位是非零数字.如“0.827”,从数字“8”开始到数字“7”结束共有三位有效数字.如“0.000 38”,虽然数字“3”前面有 4 个“0”但只有

“3”和“8”两位有效数字.但在数字“0.560 8”中“6”和“8”中间的“0”属于有效数字所以共有四位有效数字.

② 有效数字中最后一位如果是“0”不可省略.如“2.018”和“2.018 0”两个有效数字是不同的.前者四位有效数字,后者五位有效数字,后者所用仪器精密密度更高.

### (2) 用科学计数法表示有效数字

通常将有效数字用科学计数法表示更为方便,但必须保证有效数字的位数不变.如“0.000 38”可表示为“ $3.8 \times 10^{-4}$ ”.数字“0.023 0”可表示为“ $2.30 \times 10^{-2}$ ”,最后一位数字“0”不可省略.

### (3) 单位换算不改变有效数字的位数

如“25.16 cm”,可表示成“251.6 mm”或“0.251 6 m”,这三个数字是等同的,均为四位有效数字.

## 3. 有效数字的运算

### (1) 有效数字的保留

处理实验数据时,往往需要保留一定位数的有效数字,根据我国科学技术委员会正式颁布的《数字修约规则》,可作如下处理.

#### ① 小于5舍去,大于5进一

如将数字6.486 542保留5位有效数字,因第6位数字“4”小于5应舍去,则记为6.486 5;若保留3位有效数字,因第4位数字“6”大于5应进一即将保留的末位数加1,则记为6.49.

② 等于5,且5右侧没有数字或5右侧数字全部为0时,若5左面的第一位数字(即所保留数字的最末一位)为奇数则进一;若5左面的第一位数字为偶数则舍去.

如6.75取2位有效数字记为6.8,6.245取3位有效数字记为6.24;  $3.905 00 \times 10^{-4}$ 取3位有效数字记为  $3.90 \times 10^{-4}$ ,  $7.343 50 \times 10^6$ 取4位有效数字记为  $7.344 \times 10^6$ .

#### ③ 等于5且5右侧数字并非全0数字,进一位.

如9.321 045 001 02取6位有效数字,应记为9.321 05.

④ 被处理的有效数字如果为负数,取其绝对值按上述①至③中所示方法处理后,再在前面加负号.

以上规则可以概括为“四舍六入五成双”.

### (2) 有效数字的运算规则

物理实验中,为保证测量结果的准确、避免带入附加误差,通常需要将获取的测量数据按照一定规则进行运算后才能获得最终实验结果.下面介绍几个常用的简单规则.

#### ① 加、减运算,以保留诸数中最高位存疑数字作为标准.



如  $10.3+5.287=15.6$

$$\begin{array}{r} 10.3 \quad (\text{小数点后第 1 位数字 3 为存疑数字}) \\ + 5.287 \quad (\text{小数点后第 3 位数字 7 为存疑数字}) \\ \hline 15.587 \quad (\text{小数点后第 1 位数字 5 为存疑数字}) \end{array}$$

结果记为: 15.6 (保留到小数点后第 1 位)

从以上竖式可以看出, 数字 10.3 中小数点后的第 1 位为存疑数字, 数字 5.287 中小数点后的第 3 位为存疑数字, 二者最高位存疑数字位于小数点后第 1 位. 虽然 5.287 中的 2 为可靠数字, 但与 10.3 中的存疑数字 3 相加后得 5 显然是一个存疑数字, 数字 5 后面的数字已无需保留. 因此, 计算结果中存疑数字的位置应与诸数中最高位存疑数字对齐. 同理, 可得  $10.3-5.287=15.0$ , 计算过程如下:

$$\begin{array}{r} 10.3 \\ - 5.287 \\ \hline 15.013 \end{array}$$

结果记为: 15.0

实际计算中, 除作为保留标准的数以外其他各数可以在最高位后多保留一位数字, 再参与运算, 最终结果仍与最高位对齐. 如  $6.3+7.26+5.287=18.8$ , 计算过程如下:

$$\begin{array}{r} 6.3 \quad (\text{最高位存疑数字 3, 位于小数点后第 1 位}) \\ 7.26 \\ + 5.28 \quad (\text{将 5.287 保留到小数点后第 2 位, 再参与运算}) \\ \hline 18.84 \end{array}$$

结果记为: 18.8 (最终结果保留到小数点后第 1 位)

② 乘、除运算, 以诸数中有效数字最少的位数作为标准.

如  $3.728 \times 10.1 = 37.7$ , 计算过程如下:

$$\begin{array}{r} 3.728 \quad (\text{4 位有效数字}) \\ \times 10.1 \quad (\text{3 位有效数字, 所有数中位数最少}) \\ \hline 0.3728 \\ + 37.28 \\ \hline 37.6528 \end{array}$$

结果记为: 37.7 (保留 3 位有效数字)

同理可得  $10.1 \div 4.178 = 2.42$ , 结果为 3 位有效数字.

在乘除时也可采用下列比较简化的手段: 以所有数值中的有效数字最少的位数为标准, 先将其他各数比有效数字位数最少者多保留一位有效数字, 然后再进行乘除, 计算结果的取位与参与运算的各有效数字位数最少者