

# The Integration of Equations of Motion of a Heavy Rigid Body about a Fixed Point



俄罗斯数学精品译丛

“十二五”国家重点图书

## 重刚体绕不动点运动 方程的积分法

[俄罗斯] 戈卢别夫 著 何衍璇 张燮 译



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

0311.2  
1



俄罗斯数学精品译丛

“十二五”国家重点图书

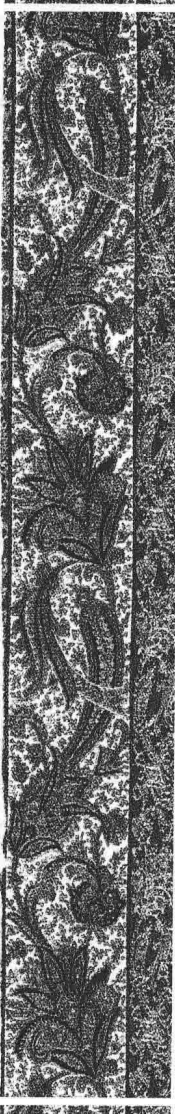
# *The Integration of Equations of Motion of a Heavy Rigid Body about a Fixed Point*

# 重刚体绕不动点运动方程的积分法

• [俄罗斯] 戈卢别夫 著 • 何衍璇 张燮 译



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



## 内 容 简 介

本书的内容为叙述近代复变函数论的方法对于力学的一个特殊问题(重刚体绕不动点运动的问题)的应用,也就是微分方程的解析理论的方法对于动力学方程的积分法的应用.

本书大体分为:第一部分,讲理论力学的基本知识;第二部分,讲重刚体绕不动点运动的各种情形以及在这些情形之下的积分法;第三部分,讲的是复变函数的基本知识;最后一部分提到运动方程积分法的某些补充.

本书可供数学、力学、物理各专业的一般参考之用.

## 图书在版编目(CIP)数据

重刚体绕不动点运动方程的积分法/(俄罗斯)戈卢别夫著;  
何衍璇,张燮译. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2016.4  
ISBN 978-7-5603-5496-5

I. ①重… II. ①戈… ②何… ③张… III. ①刚体运动学  
IV. ①O311.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 319478 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 李宏艳

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 17.25 字数 323 千字

版 次 2016 年 4 月第 1 版 2016 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-5496-5

定 价 68.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 序 言

多年以来,作者在莫斯科国立罗蒙诺索夫大学对本科生与研究生作过多次演讲,本书即根据这些演讲而写成,也是《微分方程的解析理论讲义》<sup>①</sup>的续篇.本教程的内容,是将解析函数论的方法与微分方程的解析理论的方法应用于古典的力学问题——重刚体绕不动点的运动问题.

在编写本教程时,作者抱着这样的目的.在数学的发展中,有一种问题占着主导地位,此种问题在使数学的内容近代化,特别,在将最普遍的问题与结论添到数学里去.在近代教育学中,也有同样的趋势.按照克莱因(F. Klein)的天才的说法,数学的许多部门,颇为类似于制造大炮与其他武器的兵工厂的武器模型的陈列窗;尽管发明家们发挥了极大的智慧,但是一旦发生了真的战争,这些新奇的武器往往会由于各种原因而不适用,因此一切都要重新做过,并且要考察到实际情形的各种特点.在数学的近代教学法中,也有很相似的情形;学者们亲手做出了非常完备而有力的数学研究工具,在他们的毕业论文与博士论文中,学者们往往参与了发展与改进数学的工作,但他们以后却一点也不知道,在什么地方与如何用这些有力而聪敏的方法,来解决整个科学的基本问题——认识环绕我们的宇宙以及人类的创造力对于它的影响的问题.柴霍甫(А. П. Чехов)当年曾经说过,如果在剧本的第一幕里面出现了一支枪,那么至少在第三幕里面它是要发射的.这种说法对

---

<sup>①</sup> Голубев В. В., Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений, Гостехиздат 1950 年第 2 版.

于数学的教学法也完全适用:如果教了学生某种理论,那么迟早总要指出来,这种理论在力学、物理、工程以及其他部门中究竟有什么用。

从这种观点来看,重刚体的运动问题在由著名的柯瓦列夫斯卡雅(С. В. Ковалевская)的研究所得到的那个方向,是具有独到的丰富材料的.学者由这里非常容易指出,古典力学的问题乍一看来与纯粹数学的问题相距虽然很远,但它们之间却有极其密切的关系;但后者的问题是:黎曼曲面的理论,泽塔函数,超椭圆积分的反转法问题,微分方程论中的微小参数法,等等。

在本书内,作者推演了解决力学问题所必须的纯粹解析理论,并指出它们是用来解决力学问题而获得成功的工具,这是本书的特点之一.我们知道,在重刚体绕不动点运动的理论中,虚拟运动的任何研讨是占着本质的地位的.这种研究开始于卜安索(Poinsot)的古典著作,其后19世纪有许多学者继续研究而做了许多工作,特别是茹可夫斯基(Н. Е. Жуковский),阿别里罗特(Г. Г. Аппельрот),贾普利金(С. А. Чаплыгин)的美妙的结果;这些结果是讨论阿别里罗特-赫斯(W. Hess)情形、С · В · 柯瓦列夫斯卡雅情形以及歌里雅切夫(Д. Н. Горячев) - 贾普利金情形中的运动的几何解释的,它们都不在本书的范围以内,因为本书专讲问题的解析方面.读者如果打算由几何的观点来补充这种问题的研究,可以参看苏斯洛夫(Г. К. Суслов)的专著《理论力学》以及Н · Е · 茹可夫斯基、Г · Г · 阿别里罗特与С · А · 贾普利金的专门研究,其中有详细的叙述。

在编辑本书与准备付印时,吉西涅夫斯基(Кишиневский)大学的老教师柯洛索夫斯卡雅(А. К. Колосовская)以及莫斯科大学的许多本科生与研究生都出了很大的力,他们提出了不少的意见.又布洛赫(Θ. П. Блох)在正文中做了许多重要的修正.作者在此谨向他们衷心地致谢。

戈卢别夫

# ◎ 引 论

关于重刚体绕不动点运动的研究的问题,与另一个所谓三体问题的古典力学问题同为理论力学里面的最有名的问题之一.这两个问题之所以有名,是因为它们是一些问题的直接推广,而这些问题是可以完全解决的,并且只需利用极为简单的古典数学分析的工具;又这两个问题都有重大的困难,虽然在十八九世纪中,有许多数学家在解决它们的时候得到了不少的美妙的结果,但是距离完全解决的境界还远得很.三体问题,或者在一般情形之下的 $n$ 体问题,是两个受牛顿引力作用的物体的运动问题的直接推广;后一个问题牛顿早已美妙地完全解决了,但三体问题却非常困难,一直到20世纪,在庞加莱(H. Poincaré)、松德曼以及其他等人的工作中才得到了部分的克服.同样,重刚体绕不动点的运动问题,是摆的振动问题的自然推广;这里也和上面一样,摆的振动问题已经利用近代的数学工具而美妙地完全解决了,但重刚体绕不动点的运动问题却不然,尽管欧拉(L. Euler)、拉格朗日(J. L. Lagrange)、卜瓦松(S. O. Poisson)、卜安索(Poinsot)以及更近代的C·B·柯瓦列夫斯卡雅、庞加莱和其他的许多近代学者都得到了很美妙的结果,但距离完全解决的境地还非常遥远.

关于刚体绕不动点运动的问题,最初的结果远在18世纪的50年代便已经得到了.当时欧拉导出了著名的以他的名字命名的方程,

并指出了当支撑点是物体的重心时的最简单情形<sup>①</sup>;但一直过了80年之久,卜安索才将欧拉的运动情形做了美妙的几何解释<sup>②</sup>.其后雅可比(Jacobi)利用他所创造的椭圆函数论<sup>③</sup>而给出了欧拉情形下的运动方程的完全积分法;又拉格朗日也指出了这个问题的一种特殊情形的解法,此种情形后来会为卜瓦松所研究.

在上列作者的著作以后,有很长的一个时期,关于这方面并未有任何本质的进一步的结果——虽然数学家们经常注意到这个问题,而且巴黎科学院还设立了特别的波尔登奖金,来奖给对这个理论有本质的贡献的人.一直到1988年,才初次跨了具有决定性的一步,当时巴黎科学院的波尔登奖金奖给了C·B·柯瓦列夫斯卡雅的论文;这篇著作标志着上述问题的解法中的重大进步<sup>④</sup>.

表面上看起来,这里对于力学问题的解法初次利用了近代的复变函数论的观念(这种观念是柯西(Cauchy)、黎曼(B. Riemann)、魏尔斯特拉斯(Weierstrass)以及其他学者所创造的);此外,在所论问题的方程的积分法问题中,得到了新的原始产品,这种产品足以决定所谓微分方程的解析理论.C·B·柯瓦列夫斯卡雅的著作的主导观念是这样的.在所有以前的熟知的情形下,重刚体绕不动点的运动方程,其积分均为在变量 $t$ 的整个复数平面上的单值逊整函数,原因是这种积分可以用椭圆函数表示出来.C·B·柯瓦列夫斯卡雅在她的著作中提出了下面的基本问题:

求出一切使重刚体的运动方程的积分为变量 $t$ 的整个平面上的单值逊整函数的情形.

问题的这种提法,是原有力学问题的本质的扩张,并且这种扩张只有纯粹数学的特性而无任何力学的意味.事实上,就力学的观点而言,解答当然要是单值的,因为在力学上不可能有这种情形,在同样的初始条件下,发生不同的运动;但由于力学问题中的时间是实数,所以任何多值函数都可以满足这种条件,

---

① Euler L., Découverte d'un nouveau principe de mécanique. Mém. de l'Acad. des sciences de Berlin, 1750, 1758.

② Poincot, Théorie nouvelle de la rotation des corps. Journ. de Liouville, т. XVI, 1851.

③ Jacobi, Sur la rotation d'un corps. Journ. de Crelle, т. 39, 页 293.

④ Ковалевская С. В., Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки. 参看 Ковалевская С. В., Научные работы. Изд-во АН СССР, 1948, 页 152-220.

只要它们的临界点不在实数轴上即可。 $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅对于积分所作的逊整性的限制,其力学根据更少.就力学的观点而言,我们没有任何根据来对方程的积分作出任何限制,除了在力学中的时间所变化的实轴上以外.

$C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅在这个问题中,首先作了这样的扩张:考虑函数在变量  $t$  的整个复数平面上的展开式.这是原有力学问题的美妙的纯数学的扩张,此种扩张对于近代复变函数论在实际问题中的应用而言,是非常突出的一点;这种观念后来被利用了而且得到完全的成功.例如庞加莱以及稍后的松德曼在三体问题中,又  $H \cdot E \cdot$  茹可夫斯基与  $C \cdot A \cdot$  贾普利金在应用空气动力学中都这样做过<sup>①</sup>.

$C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅将时间看作复变量的这种概念,使得成熟而优美的复变函数论的工具能够进一步地应用于研究中,在这方面,它标志着近代分析方法在力学中的应用的新的纪元.

事实证明,这种观念使  $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅得到了美妙的结果:除了古典的情形以外, $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅的条件在另一种特殊情形之下也能成立,此时积分也是在变量  $t$  的整个复数平面上的逊整函数.用这种纯数学的方法又找出了一种情形,使得重刚体绕不动点的运动方程能有完全的积分法.像  $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅所指出的,在她所发现的情形下,方程组除了具有古典的代数的第一积分(动量积分与动能积分)以外,还有一个特殊的代数积分;而由古典的研究可知,在重刚体绕不动点的运动方程的积分法的所有以前已知的情形中,也都有这样的情况发生.现在,从这种积分的存在性即可使问题得到完全的积分法——此点由雅可比的所谓后添因子的古典研究可以推出来.

由  $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅的著作,又引起了第二个原则性的重要问题.严格说来,积分的逊整性条件与方程组能够完全积分的可能性并无直接的联系.但现在由于多得了一个积分,便使方程完全可积.于是与  $C \cdot B \cdot$ 柯瓦列夫斯卡雅的研究有关,又发生了原则上很重要的问题:在何种条件下,重刚体绕不动点运动的方程具有一个附加的第一积分,而且它可以简单地表示出来,也就是说,它是变量的代数函数或者单值函数?

---

<sup>①</sup> 在机翼的理论中,机翼断面的最初形式并不是由力学的论据来决定的,而是由保角映照的实施的可能性来决定的.

在与 C·B·柯瓦列夫斯卡雅的研究同时,布隆斯解决了三体问题中的类似的问题<sup>①</sup>,他证明了,除去古典的积分(也就是面积积分与动能积分)以外,在三体问题或者更一般的  $n$  体问题中,别无其他的第一积分存在.

对于重刚体绕不动点运动的问题而言,这种类似的问题已经被庞加莱、海顿以及其他诸家的研究所解决<sup>②</sup>. 此时事实告诉我们,只有在古典情形与 C·B·柯瓦列夫斯卡雅的情形下,也就是说,当方程的积分是逊整函数的时候,才有第四个单值积分存在. 一直到目前我们还不知道,这种情形究竟是偶然的还是有这样的一般定理存在:微分方程组具有单的第一积分的必要条件是,它具有可以用逊整函数表示出来的通积分. 班勒卫(P. Painlevé)曾经注意到这个问题的的重要性<sup>③</sup>.

本书讲的便是上列作者所得到的结果. 这样,本书的内容即为叙述近代复变函数论的方法对于力学的一个特殊问题(重刚体绕不动点运动的问题)的应用,也就是微分方程的解析理论的方法对于动力学方程的积分法的应用.

---

① 例如参看 Whittaker E. T., Аналитическая динамика(俄译本). ОНТИ, 1937, 页 392.

② 参看 Полубаринова-Кочина П. Я., Об однозначных решениях и алгебраических интегралах задачи о вращения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. Сборник «Движение твердого тела вокруг неподвижной точки». Изд-во АН СССР, 1940

③ Painlevé P., Sur les équations différentielles du second ordre à points critiques fixes. Bull. de la Société math. de France, 1899.



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

## 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                    | 出版时间    | 定 价   | 编号  |
|------------------------|---------|-------|-----|
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)上卷    | 2007-09 | 38.00 | 7   |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)中卷    | 2007-09 | 48.00 | 8   |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(一) | 2007-09 | 42.00 | 17  |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(二) | 2007-09 | 38.00 | 18  |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(三) | 2010-06 | 58.00 | 73  |
| 新编中学数学解题方法全书(初中版)上卷    | 2008-01 | 28.00 | 29  |
| 新编中学数学解题方法全书(初中版)中卷    | 2010-07 | 38.00 | 75  |
| 新编中学数学解题方法全书(高考复习卷)    | 2010-01 | 48.00 | 67  |
| 新编中学数学解题方法全书(高考真题卷)    | 2010-01 | 38.00 | 62  |
| 新编中学数学解题方法全书(高考精华卷)    | 2011-03 | 68.00 | 118 |
| 新编平面解析几何解题方法全书(专题讲座卷)  | 2010-01 | 18.00 | 61  |
| 新编中学数学解题方法全书(自主招生卷)    | 2013-08 | 88.00 | 261 |

|        |         |       |     |
|--------|---------|-------|-----|
| 数学眼光透视 | 2008-01 | 38.00 | 24  |
| 数学思想领悟 | 2008-01 | 38.00 | 25  |
| 数学应用展现 | 2008-01 | 38.00 | 26  |
| 数学建模导引 | 2008-01 | 28.00 | 23  |
| 数学方法溯源 | 2008-01 | 38.00 | 27  |
| 数学史话览胜 | 2008-01 | 28.00 | 28  |
| 数学思维技术 | 2013-09 | 38.00 | 260 |

|             |         |        |     |
|-------------|---------|--------|-----|
| 从毕达哥拉斯到怀尔斯  | 2007-10 | 48.00  | 9   |
| 从迪利克雷到维斯卡尔迪 | 2008-01 | 48.00  | 21  |
| 从哥德巴赫到陈景润   | 2008-05 | 98.00  | 35  |
| 从庞加莱到佩雷尔曼   | 2011-08 | 138.00 | 136 |

|                       |         |       |     |
|-----------------------|---------|-------|-----|
| 数学奥林匹克与数学文化(第一辑)      | 2006-05 | 48.00 | 4   |
| 数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(竞赛卷) | 2008-01 | 48.00 | 19  |
| 数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(文化卷) | 2008-07 | 58.00 | 36' |
| 数学奥林匹克与数学文化(第三辑)(竞赛卷) | 2010-01 | 48.00 | 59  |
| 数学奥林匹克与数学文化(第四辑)(竞赛卷) | 2011-08 | 58.00 | 87  |
| 数学奥林匹克与数学文化(第五辑)      | 2015-06 | 98.00 | 370 |



## 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                           | 出 版 时 间 | 定 价    | 编 号   |
|-------------------------------|---------|--------|-------|
| 世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(上)    | 2009-06 | 48.00  | 49    |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(下)    | 2011-01 | 88.00  | 80    |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉(民国平面几何老课本)     | 2011-03 | 38.00  | 113   |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉(建国初期平面三角老课本)   | 2015-08 | 38.00  | 507   |
| 世界著名解析几何经典著作钩沉——平面解析几何卷       | 2014-01 | 38.00  | 264   |
| 世界著名数论经典著作钩沉(算术卷)             | 2012-01 | 28.00  | 125   |
| 世界著名数学经典著作钩沉——立体几何卷           | 2011-02 | 28.00  | 88    |
| 世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷Ⅰ)         | 2010-06 | 28.00  | 69    |
| 世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷Ⅱ)         | 2011-01 | 38.00  | 78    |
| 世界著名初等数论经典著作钩沉(理论和实用算术卷)      | 2011-07 | 38.00  | 126   |
| 发展空间想象力                       | 2010-01 | 38.00  | 57    |
| 走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第1版) | 2007-01 | 68.00  | 11,12 |
| 走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第2版) | 2010-02 | 98.00  | 63,64 |
| 平面几何证明方法全书                    | 2007-08 | 35.00  | 1     |
| 平面几何证明方法全书习题解答(第1版)           | 2005-10 | 18.00  | 2     |
| 平面几何证明方法全书习题解答(第2版)           | 2006-12 | 18.00  | 10    |
| 平面几何天天练上卷·基础篇(直线型)            | 2013-01 | 58.00  | 208   |
| 平面几何天天练中卷·基础篇(涉及圆)            | 2013-01 | 28.00  | 234   |
| 平面几何天天练下卷·提高篇                 | 2013-01 | 58.00  | 237   |
| 平面几何专题研究                      | 2013-07 | 98.00  | 258   |
| 最新世界各国数学奥林匹克中的平面几何试题          | 2007-09 | 38.00  | 14    |
| 数学竞赛平面几何典型题及新颖解               | 2010-07 | 48.00  | 74    |
| 初等数学复习及研究(平面几何)               | 2008-09 | 58.00  | 38    |
| 初等数学复习及研究(立体几何)               | 2010-06 | 38.00  | 71    |
| 初等数学复习及研究(平面几何)习题解答           | 2009-01 | 48.00  | 42    |
| 几何学教程(平面几何卷)                  | 2011-03 | 68.00  | 90    |
| 几何学教程(立体几何卷)                  | 2011-07 | 68.00  | 130   |
| 几何变换与几何证题                     | 2010-06 | 88.00  | 70    |
| 计算方法与几何证题                     | 2011-06 | 28.00  | 129   |
| 立体几何技巧与方法                     | 2014-04 | 88.00  | 293   |
| 几何瑰宝——平面几何500名题暨1000条定理(上、下)  | 2010-07 | 138.00 | 76,77 |
| 三角形的解法与应用                     | 2012-07 | 18.00  | 183   |
| 近代的三角形几何学                     | 2012-07 | 48.00  | 184   |
| 一般折线几何学                       | 2015-08 | 48.00  | 203   |
| 三角形的五心                        | 2009-06 | 28.00  | 51    |
| 三角形的六心及其应用                    | 2015-10 | 68.00  | 542   |
| 三角形趣谈                         | 2012-08 | 28.00  | 212   |
| 解三角形                          | 2014-01 | 28.00  | 265   |
| 三角学专门教程                       | 2014-09 | 28.00  | 387   |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                      | 出版 时间   | 定 价    | 编 号    |
|--------------------------|---------|--------|--------|
| 距离几何分析导引                 | 2015-02 | 68.00  | 446    |
| 圆锥曲线习题集(上册)              | 2013-06 | 68.00  | 255    |
| 圆锥曲线习题集(中册)              | 2015-01 | 78.00  | 434    |
| 圆锥曲线习题集(下册)              | 即将出版    |        |        |
| 近代欧氏几何学                  | 2012-03 | 48.00  | 162    |
| 罗巴切夫斯基几何学及几何基础概要         | 2012-07 | 28.00  | 188    |
| 罗巴切夫斯基几何学初步              | 2015-06 | 28.00  | 474    |
| 用三角、解析几何、复数、向量计算解数学竞赛几何题 | 2015-03 | 48.00  | 455    |
| 美国中学几何教程                 | 2015-04 | 88.00  | 458    |
| 三线坐标与三角形特征点              | 2015-04 | 98.00  | 460    |
| 平面解析几何方法与研究(第1卷)         | 2015-05 | 18.00  | 471    |
| 平面解析几何方法与研究(第2卷)         | 2015-06 | 18.00  | 472    |
| 平面解析几何方法与研究(第3卷)         | 2015-07 | 18.00  | 473    |
| 解析几何研究                   | 2015-01 | 38.00  | 425    |
| 解析几何学教程. 上               | 2016-01 | 38.00  | 574    |
| 解析几何学教程. 下               | 2016-01 | 38.00  | 575    |
| 几何学基础                    | 2016-01 | 58.00  | 581    |
| 初等几何研究                   | 2015-02 | 58.00  | 444    |
| 俄罗斯平面几何问题集               | 2009-08 | 88.00  | 55     |
| 俄罗斯立体几何问题集               | 2014-03 | 58.00  | 283    |
| 俄罗斯几何大师——沙雷金论数学及其他       | 2014-01 | 48.00  | 271    |
| 来自俄罗斯的5000道几何习题及解答       | 2011-03 | 58.00  | 89     |
| 俄罗斯初等数学问题集               | 2012-05 | 38.00  | 177    |
| 俄罗斯函数问题集                 | 2011-03 | 38.00  | 103    |
| 俄罗斯组合分析问题集               | 2011-01 | 48.00  | 79     |
| 俄罗斯初等数学万题选——三角卷          | 2012-11 | 38.00  | 222    |
| 俄罗斯初等数学万题选——代数卷          | 2013-08 | 68.00  | 225    |
| 俄罗斯初等数学万题选——几何卷          | 2014-01 | 68.00  | 226    |
| 463个俄罗斯几何老问题             | 2012-01 | 28.00  | 152    |
| 超越吉米多维奇. 数列的极限           | 2009-11 | 48.00  | 58     |
| 超越普里瓦洛夫. 留数卷             | 2015-01 | 28.00  | 437    |
| 超越普里瓦洛夫. 无穷乘积与它对解析函数的应用卷 | 2015-05 | 28.00  | 477    |
| 超越普里瓦洛夫. 积分卷             | 2015-06 | 18.00  | 481    |
| 超越普里瓦洛夫. 基础知识卷           | 2015-06 | 28.00  | 482    |
| 超越普里瓦洛夫. 数项级数卷           | 2015-07 | 38.00  | 489    |
| 初等数论难题集(第一卷)             | 2009-05 | 68.00  | 44     |
| 初等数论难题集(第二卷)(上、下)        | 2011-02 | 128.00 | 82, 83 |
| 数论概貌                     | 2011-03 | 18.00  | 93     |
| 代数数论(第二版)                | 2013-08 | 58.00  | 94     |
| 代数多项式                    | 2014-06 | 38.00  | 289    |
| 初等数论的知识与问题               | 2011-02 | 28.00  | 95     |
| 超越数论基础                   | 2011-03 | 28.00  | 96     |
| 数论初等教程                   | 2011-03 | 28.00  | 97     |
| 数论基础                     | 2011-03 | 18.00  | 98     |
| 数论基础与维诺格拉多夫              | 2014-03 | 18.00  | 292    |



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室



## 已出版(即将出版)图书目录

| 书 名                             | 出版 时间   | 定 价    | 编 号      |
|---------------------------------|---------|--------|----------|
| 解析数论基础                          | 2012-08 | 28.00  | 216      |
| 解析数论基础(第二版)                     | 2014-01 | 48.00  | 287      |
| 解析数论问题集(第二版)(原版引进)              | 2014-05 | 88.00  | 343      |
| 解析数论问题集(第二版)(中译本)               | 2016-04 | 88.00  | 607      |
| 数论入门                            | 2011-03 | 38.00  | 99       |
| 代数数论入门                          | 2015-03 | 38.00  | 448      |
| 数论开篇                            | 2012-07 | 28.00  | 194      |
| 解析数论引论                          | 2011-03 | 48.00  | 100      |
| Barban Davenport Halberstam 均值和 | 2009-01 | 40.00  | 33       |
| 基础数论                            | 2011-03 | 28.00  | 101      |
| 初等数论 100 例                      | 2011-05 | 18.00  | 122      |
| 初等数论经典例题                        | 2012-07 | 18.00  | 204      |
| 最新世界各国数学奥林匹克中的初等数论试题(上、下)       | 2012-01 | 138.00 | 144, 145 |
| 初等数论(I)                         | 2012-01 | 18.00  | 156      |
| 初等数论(II)                        | 2012-01 | 18.00  | 157      |
| 初等数论(III)                       | 2012-01 | 28.00  | 158      |
| 平面几何与数论中未解决的新老问题                | 2013-01 | 68.00  | 229      |
| 代数数论简史                          | 2014-11 | 28.00  | 408      |
| 代数数论                            | 2015-09 | 88.00  | 532      |
| 数论导引提要及习题解答                     | 2016-01 | 48.00  | 559      |
| 谈谈素数                            | 2011-03 | 18.00  | 91       |
| 平方和                             | 2011-03 | 18.00  | 92       |
| 复变函数引论                          | 2013-10 | 68.00  | 269      |
| 伸缩变换与抛物旋转                       | 2015-01 | 38.00  | 449      |
| 无穷分析引论(上)                       | 2013-04 | 88.00  | 247      |
| 无穷分析引论(下)                       | 2013-04 | 98.00  | 245      |
| 数学分析                            | 2014-04 | 28.00  | 338      |
| 数学分析中的一个新方法及其应用                 | 2013-01 | 38.00  | 231      |
| 数学分析例选:通过范例学技巧                  | 2013-01 | 88.00  | 243      |
| 高等代数例选:通过范例学技巧                  | 2015-06 | 88.00  | 475      |
| 三角级数论(上册)(陈建功)                  | 2013-01 | 38.00  | 232      |
| 三角级数论(下册)(陈建功)                  | 2013-01 | 48.00  | 233      |
| 三角级数论(哈代)                       | 2013-06 | 48.00  | 254      |
| 三角级数                            | 2015-07 | 28.00  | 263      |
| 超越数                             | 2011-03 | 18.00  | 109      |
| 三角和方法                           | 2011-03 | 18.00  | 112      |
| 整数论                             | 2011-05 | 38.00  | 120      |
| 从整数谈起                           | 2015-10 | 28.00  | 538      |
| 随机过程(I)                         | 2014-01 | 78.00  | 224      |
| 随机过程(II)                        | 2014-01 | 68.00  | 235      |
| 算术探索                            | 2011-12 | 158.00 | 148      |
| 组合数学                            | 2012-04 | 28.00  | 178      |
| 组合数学浅谈                          | 2012-03 | 28.00  | 159      |
| 丢番图方程引论                         | 2012-03 | 48.00  | 172      |
| 拉普拉斯变换及其应用                      | 2015-02 | 38.00  | 447      |
| 高等代数. 上                         | 2016-01 | 38.00  | 548      |
| 高等代数. 下                         | 2016-01 | 38.00  | 549      |
| 高等代数教程                          | 2016-01 | 58.00  | 579      |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名           | 出 版 时 间 | 定 价   | 编 号 |
|---------------|---------|-------|-----|
| 数学解析教程. 上卷. 1 | 2016-01 | 58.00 | 546 |
| 数学解析教程. 上卷. 2 | 2016-01 | 38.00 | 553 |
| 函数构造论. 上      | 2016-01 | 38.00 | 554 |
| 函数构造论. 下      | 即将出版    |       | 555 |
| 数与多项式         | 2016-01 | 38.00 | 558 |
| 概周期函数         | 2016-01 | 48.00 | 572 |
| 变叙的项的极限分布律    | 2016-01 | 18.00 | 573 |
| 整函数           | 2012-08 | 18.00 | 161 |
| 近代拓扑学研究       | 2013-04 | 38.00 | 239 |
| 多项式和无理数       | 2008-01 | 68.00 | 22  |
| 模糊数据统计学       | 2008-03 | 48.00 | 31  |
| 模糊分析与特殊泛函空间   | 2013-01 | 68.00 | 241 |
| 谈谈不定方程        | 2011-05 | 28.00 | 119 |
| 常微分方程         | 2016-01 | 58.00 | 586 |
| 平稳随机函数导论      | 2016-03 | 48.00 | 587 |
| 量子力学原理·上      | 2016-01 | 38.00 | 588 |

|                     |         |       |     |
|---------------------|---------|-------|-----|
| 受控理论与解析不等式          | 2012-05 | 78.00 | 165 |
| 解析不等式新论             | 2009-06 | 68.00 | 48  |
| 建立不等式的方法            | 2011-03 | 98.00 | 104 |
| 数学奥林匹克不等式研究         | 2009-08 | 68.00 | 56  |
| 不等式研究(第二辑)          | 2012-02 | 68.00 | 153 |
| 不等式的秘密(第一卷)         | 2012-02 | 28.00 | 154 |
| 不等式的秘密(第一卷)(第2版)    | 2014-02 | 38.00 | 286 |
| 不等式的秘密(第二卷)         | 2014-01 | 38.00 | 268 |
| 初等不等式的证明方法          | 2010-06 | 38.00 | 123 |
| 初等不等式的证明方法(第二版)     | 2014-11 | 38.00 | 407 |
| 不等式·理论·方法(基础卷)      | 2015-07 | 38.00 | 496 |
| 不等式·理论·方法(经典不等式卷)   | 2015-07 | 38.00 | 497 |
| 不等式·理论·方法(特殊类型不等式卷) | 2015-07 | 48.00 | 498 |
| 不等式的分拆降维降幂方法与可读证明   | 2016-01 | 68.00 | 591 |
| 不等式探究               | 2016-03 | 38.00 | 582 |

|                 |         |       |     |
|-----------------|---------|-------|-----|
| 同余理论            | 2012-05 | 38.00 | 163 |
| $[x]$ 与 $\{x\}$ | 2015-04 | 48.00 | 476 |
| 极值与最值. 上卷       | 2015-06 | 28.00 | 486 |
| 极值与最值. 中卷       | 2015-06 | 38.00 | 487 |
| 极值与最值. 下卷       | 2015-06 | 28.00 | 488 |
| 整数的性质           | 2012-11 | 38.00 | 192 |
| 完全平方数及其应用       | 2015-08 | 78.00 | 506 |
| 多项式理论           | 2015-10 | 88.00 | 541 |

|                                |         |       |     |
|--------------------------------|---------|-------|-----|
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第一卷)1950-1954 | 2014-07 | 18.00 | 277 |
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第二卷)1955-1959 | 2014-04 | 18.00 | 278 |
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第三卷)1960-1964 | 2014-06 | 18.00 | 279 |
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第四卷)1965-1969 | 2014-04 | 28.00 | 280 |
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第五卷)1970-1972 | 2014-06 | 18.00 | 281 |
| 历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第七卷)1981-1986 | 2015-01 | 18.00 | 424 |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室



## 已出版(即将出版)图书目录

| 书 名                       | 出版 时间   | 定 价   | 编 号 |
|---------------------------|---------|-------|-----|
| 历届 IMO 试题集(1959—2005)     | 2006—05 | 58.00 | 5   |
| 历届 CMO 试题集                | 2008—09 | 28.00 | 40  |
| 历届中国数学奥林匹克试题集             | 2014—10 | 38.00 | 394 |
| 历届加拿大数学奥林匹克试题集            | 2012—08 | 38.00 | 215 |
| 历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强      | 2012—08 | 38.00 | 209 |
| 历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强(第2版) | 2016—03 | 48.00 | 592 |
| 历届波兰数学竞赛试题集,第1卷,1949~1963 | 2015—03 | 18.00 | 453 |
| 历届波兰数学竞赛试题集,第2卷,1964~1976 | 2015—03 | 18.00 | 454 |
| 历届巴尔干数学奥林匹克试题集            | 2015—05 | 38.00 | 466 |
| 保加利亚数学奥林匹克                | 2014—10 | 38.00 | 393 |
| 圣彼得堡数学奥林匹克试题集             | 2015—01 | 38.00 | 429 |
| 匈牙利奥林匹克数学竞赛题解,第1卷         | 2016—01 | 28.00 | 593 |
| 匈牙利奥林匹克数学竞赛题解,第2卷         | 即将出版    |       | 594 |
| 历届国际大学生数学竞赛试题集(1994—2010) | 2012—01 | 28.00 | 143 |
| 全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答       | 2007—03 | 28.00 | 15  |
| 全国大学生数学竞赛辅导教程             | 2012—07 | 28.00 | 189 |
| 全国大学生数学竞赛复习全书             | 2014—04 | 48.00 | 340 |
| 历届美国大学生数学竞赛试题集            | 2009—03 | 88.00 | 43  |
| 前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(上编)      | 2012—04 | 28.00 | 169 |
| 前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(下编)      | 2012—04 | 38.00 | 170 |
| 历届美国数学邀请赛试题集              | 2014—01 | 48.00 | 270 |
| 全国高中数学竞赛试题及解答,第1卷         | 2014—07 | 38.00 | 331 |
| 大学生数学竞赛讲义                 | 2014—09 | 28.00 | 371 |
| 亚太地区数学奥林匹克竞赛题             | 2015—07 | 18.00 | 492 |

|                              |         |       |     |
|------------------------------|---------|-------|-----|
| 高考数学临门一脚(含密押三套卷)(理科版)        | 2015—01 | 24.80 | 421 |
| 高考数学临门一脚(含密押三套卷)(文科版)        | 2015—01 | 24.80 | 422 |
| 新课标高考数学题型全归纳(文科版)            | 2015—05 | 72.00 | 467 |
| 新课标高考数学题型全归纳(理科版)            | 2015—05 | 82.00 | 468 |
| 王连笑教你怎样学数学:高考选择题解题策略与客观题实用训练 | 2014—01 | 48.00 | 262 |
| 王连笑教你怎样学数学:高考数学高层次讲座         | 2015—02 | 48.00 | 432 |
| 高考数学的理论与实践                   | 2009—08 | 38.00 | 53  |
| 高考数学核心题型解题方法与技巧              | 2010—01 | 28.00 | 86  |
| 高考思维新平台                      | 2014—03 | 38.00 | 259 |
| 30分钟拿下高考数学选择题、填空题(第二版)       | 2012—01 | 28.00 | 146 |
| 高考数学压轴题解题诀窍(上)               | 2012—02 | 78.00 | 166 |
| 高考数学压轴题解题诀窍(下)               | 2012—03 | 28.00 | 167 |
| 北京市五区文科数学三年高考模拟题详解:2013~2015 | 2015—08 | 48.00 | 500 |
| 北京市五区理科数学三年高考模拟题详解:2013~2015 | 2015—09 | 68.00 | 505 |
| 向量法巧解数学高考题                   | 2009—08 | 28.00 | 54  |
| 高考数学万能解题法                    | 2015—09 | 28.00 | 534 |
| 高考物理万能解题法                    | 2015—09 | 28.00 | 537 |
| 高考化学万能解题法                    | 2015—11 | 25.00 | 557 |
| 高考生物万能解题法                    | 2016—03 | 25.00 | 598 |
| 高考数学解题金典                     | 2016—04 | 68.00 | 602 |
| 高考物理解题金典                     | 2016—03 | 58.00 | 603 |
| 高考化学解题金典                     | 即将出版    |       | 604 |
| 高考生物解题金典                     | 即将出版    |       | 605 |
| 我一定要赚分:高中物理                  | 2016—01 | 38.00 | 580 |
| 数学高考参考                       | 2016—01 | 78.00 | 589 |



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室



## 已出版(即将出版)图书目录

| 书 名                                  | 出版 时间   | 定 价    | 编 号     |
|--------------------------------------|---------|--------|---------|
| 2011~2015 年全国及各省市高考数学文科精品试题审题要津与解法研究 | 2015-10 | 68.00  | 539     |
| 2011~2015 年全国及各省市高考数学理科精品试题审题要津与解法研究 | 2015-10 | 88.00  | 540     |
| 最新全国及各省市高考数学试卷解法研究及点拨评析              | 2009-02 | 38.00  | 41      |
| 2011 年全国及各省市高考数学试题审题要津与解法研究          | 2011-10 | 48.00  | 139     |
| 2013 年全国及各省市高考数学试题解析与点评              | 2014-01 | 48.00  | 282     |
| 全国及各省市高考数学试题审题要津与解法研究                | 2015-02 | 48.00  | 450     |
| 新课标高考数学——五年试题分章详解(2007~2011)(上、下)    | 2011-10 | 78.00  | 140,141 |
| 全国中考数学压轴题审题要津与解法研究                   | 2013-04 | 78.00  | 248     |
| 新编全国及各省市中考数学压轴题审题要津与解法研究             | 2014-05 | 58.00  | 342     |
| 全国及各省市 5 年中考数学压轴题审题要津与解法研究           | 2015-04 | 58.00  | 462     |
| 中考数学专题总复习                            | 2007-04 | 28.00  | 6       |
| 中考数学较难题、难题常考题型解题方法与技巧. 上             | 2016-01 | 48.00  | 584     |
| 中考数学较难题、难题常考题型解题方法与技巧. 下             | 2016-01 | 58.00  | 585     |
| 北京中考数学压轴题解题方法突破                      | 2016-03 | 38.00  | 597     |
| 助你高考成功的数学解题智慧: 知识是智慧的基础              | 2016-01 | 58.00  | 596     |
| 高考数学奇思妙解                             | 2016-04 | 38.00  | 610     |
| 数学奥林匹克在中国                            | 2014-06 | 98.00  | 344     |
| 数学奥林匹克问题集                            | 2014-01 | 38.00  | 267     |
| 数学奥林匹克不等式概论                          | 2010-06 | 38.00  | 124     |
| 数学奥林匹克不等式欣赏                          | 2011-09 | 38.00  | 138     |
| 数学奥林匹克超级题库(初中卷上)                     | 2010-01 | 58.00  | 66      |
| 数学奥林匹克不等式证明方法和技巧(上、下)                | 2011-08 | 158.00 | 134,135 |
| 新编 640 个世界著名数学智力趣题                   | 2014-01 | 88.00  | 242     |
| 500 个最新世界著名数学智力趣题                    | 2008-06 | 48.00  | 3       |
| 400 个最新世界著名数学最值问题                    | 2008-09 | 48.00  | 36      |
| 500 个世界著名数学征解问题                      | 2009-06 | 48.00  | 52      |
| 400 个中国最佳初等数学征解老问题                   | 2010-01 | 48.00  | 60      |
| 500 个俄罗斯数学经典老题                       | 2011-01 | 28.00  | 81      |
| 1000 个国外中学物理好题                       | 2012-04 | 48.00  | 174     |
| 300 个日本高考数学题                         | 2012-05 | 38.00  | 142     |
| 500 个前苏联早期高考数学试题及解答                  | 2012-05 | 28.00  | 185     |
| 546 个早期俄罗斯大学生数学竞赛题                   | 2014-03 | 38.00  | 285     |
| 548 个来自美苏的数学好问题                      | 2014-11 | 28.00  | 396     |
| 20 所苏联著名大学早期入学试题                     | 2015-02 | 18.00  | 452     |
| 161 道德国工科大学生必做的微分方程习题                | 2015-05 | 28.00  | 469     |
| 500 个德国工科大学生必做的高数习题                  | 2015-06 | 28.00  | 478     |
| 德国讲义日本考题. 微积分卷                       | 2015-04 | 48.00  | 456     |
| 德国讲义日本考题. 微分方程卷                      | 2015-04 | 38.00  | 457     |
| 中国初等数学研究 2009 卷(第 1 辑)               | 2009-05 | 20.00  | 45      |
| 中国初等数学研究 2010 卷(第 2 辑)               | 2010-05 | 30.00  | 68      |
| 中国初等数学研究 2011 卷(第 3 辑)               | 2011-07 | 60.00  | 127     |
| 中国初等数学研究 2012 卷(第 4 辑)               | 2012-07 | 48.00  | 190     |
| 中国初等数学研究 2014 卷(第 5 辑)               | 2014-02 | 48.00  | 288     |
| 中国初等数学研究 2015 卷(第 6 辑)               | 2015-06 | 68.00  | 493     |
| 中国初等数学研究 2016 卷(第 7 辑)               | 2016-04 | 68.00  | 609     |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名       | 出版 时间   | 定 价   | 编 号 |
|-----------|---------|-------|-----|
| 几何变换(I)   | 2014-07 | 28.00 | 353 |
| 几何变换(II)  | 2015-06 | 28.00 | 354 |
| 几何变换(III) | 2015-01 | 38.00 | 355 |
| 几何变换(IV)  | 2015-12 | 38.00 | 356 |

|                            |         |        |     |
|----------------------------|---------|--------|-----|
| 博弈论精粹                      | 2008-03 | 58.00  | 30  |
| 博弈论精粹·第二版(精装)              | 2015-01 | 88.00  | 461 |
| 数学 我爱你                     | 2008-01 | 28.00  | 20  |
| 精神的圣徒 别样的人生——60位中国数学家成长的历程 | 2008-09 | 48.00  | 39  |
| 数学史概论                      | 2009-06 | 78.00  | 50  |
| 数学史概论(精装)                  | 2013-03 | 158.00 | 272 |
| 数学史选讲                      | 2016-01 | 48.00  | 544 |
| 斐波那契数列                     | 2010-02 | 28.00  | 65  |
| 数学拼图和斐波那契魔方                | 2010-07 | 38.00  | 72  |
| 斐波那契数列欣赏                   | 2011-01 | 28.00  | 160 |
| 数学的创造                      | 2011-02 | 48.00  | 85  |
| 数学美与创造力                    | 2016-01 | 48.00  | 595 |
| 数海拾贝                       | 2016-01 | 48.00  | 590 |
| 数学中的美                      | 2011-02 | 38.00  | 84  |
| 数论中的美学                     | 2014-12 | 38.00  | 351 |
| 数学王者 科学巨人——高斯              | 2015-01 | 28.00  | 428 |
| 振兴祖国数学的圆梦之旅:中国初等数学研究史话     | 2015-06 | 78.00  | 490 |
| 二十世纪中国数学史料研究               | 2015-10 | 48.00  | 536 |
| 数字谜、数阵图与棋盘覆盖               | 2016-01 | 58.00  | 298 |
| 时间的形状                      | 2016-01 | 38.00  | 556 |

|                  |         |       |     |
|------------------|---------|-------|-----|
| 数学解题——靠数学思想给力(上) | 2011-07 | 38.00 | 131 |
| 数学解题——靠数学思想给力(中) | 2011-07 | 48.00 | 132 |
| 数学解题——靠数学思想给力(下) | 2011-07 | 38.00 | 133 |
| 我怎样解题            | 2013-01 | 48.00 | 227 |
| 数学解题中的物理方法       | 2011-06 | 28.00 | 114 |
| 数学解题的特殊方法        | 2011-06 | 48.00 | 115 |
| 中学数学计算技巧         | 2012-01 | 48.00 | 116 |
| 中学数学证明方法         | 2012-01 | 58.00 | 117 |
| 数学趣题巧解           | 2012-03 | 28.00 | 128 |
| 高中数学教学通鉴         | 2015-05 | 58.00 | 479 |
| 和高中生漫谈:数学与哲学的故事  | 2014-08 | 28.00 | 369 |

|                           |         |       |     |
|---------------------------|---------|-------|-----|
| 自主招生考试中的参数方程问题            | 2015-01 | 28.00 | 435 |
| 自主招生考试中的极坐标问题             | 2015-04 | 28.00 | 463 |
| 近年全国重点大学自主招生数学试题全解及研究·华约卷 | 2015-02 | 38.00 | 441 |
| 近年全国重点大学自主招生数学试题全解及研究·北约卷 | 即将出版    |       |     |
| 自主招生数学解证宝典                | 2015-09 | 48.00 | 535 |

|                          |         |       |     |
|--------------------------|---------|-------|-----|
| 格点和面积                    | 2012-07 | 18.00 | 191 |
| 射影几何趣谈                   | 2012-04 | 28.00 | 175 |
| 斯潘纳尔引理——从一道加拿大数学奥林匹克试题谈起 | 2014-01 | 28.00 | 228 |
| 李普希兹条件——从几道近年高考数学试题谈起    | 2012-10 | 18.00 | 221 |
| 拉格朗日中值定理——从一道北京高考试题的解法谈起 | 2015-10 | 18.00 | 197 |
| 闵科夫斯基定理——从一道清华大学自主招生试题谈起 | 2014-01 | 28.00 | 198 |
| 哈尔测度——从一道冬令营试题的背景谈起      | 2012-08 | 28.00 | 202 |