

“十二五”国家级规划图书

“SHIERWU” GUOJIAJI GUIHUA TUSHU

计算岩石力学

JISUAN
YANSHI
LIXUE

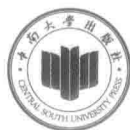
曹平 编著



中南大学出版社
www.csupress.com.cn

计算岩石力学

曹 平 编著



中南大学出版社

www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

计算岩石力学/曹平编著. —长沙:中南大学出版社,2016.8
ISBN 978-7-5487-2135-2

I. 计... II. 曹... III. 岩石力学-数值计算-计算方法
IV. TU45

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第001988号

计算岩石力学
JISUAN YANSHI LIXUE

曹平 编著

-
- 责任编辑 刘辉
责任印制 易红卫
出版发行 中南大学出版社
社址:长沙市麓山南路 邮编:410083
发行科电话:0731-88876770 传真:0731-88710482
印装 长沙印通印刷有限公司
-
- 开本 787×1092 1/16 印张 21.5 字数 547千字
版次 2016年8月第1版 印次 2016年8月第1次印刷
书号 ISBN 978-7-5487-2135-2
定价 58.00元
-

图书出现印装问题,请与经销商调换

前言

Foreword

本书是国家“十二五”规划图书、湖南省重点出版图书，主要用作研究生计算岩石力学课程的教材或教学参考书。

计算岩石力学是岩石力学、数值分析理论、方法和计算相结合的一门学科。众所周知，岩石和岩体是非连续、非均质、各向异性的介质，其力学特性比一般人工材料的力学特性复杂，且一般情况下的岩体工程大多是三维问题，在开挖前就受到地应力和地下水等的作用，这使得岩体工程问题一般难以通过解析方法进行力学求解，因此，数值计算和模拟成为求解复杂岩体工程力学问题的重要途径之一。

数值模拟理论与方法为定量分析岩土工程力学问题创造了条件。岩石力学数值模拟可以有效地模拟材料的应力和应变关系，还可以处理复杂的边界条件以及材料的非均匀性和各向异性，分析岩体内的应力分布、塑性区的范围和位移场分布等。有限单元法应用于研究岩石力学问题始于20世纪60年代，取得了很多的研究成果，随后，发展形成了边界单元法、离散元法、不连续变形分析、数值流形方法、运动单元法、快速拉格朗日法等数值方法。随着数值分析方法的发展，出现了不同数值方法的相互耦合，如有限元、边界元、无限元、离散元与块体元等相互耦合，数值解与解析解的结合，以及非确定性的数值方法，如随机有限元法、模糊有限元、概率数值分析等。本书在对岩石力学基础理论和模型进行介绍的基础上，对目前岩石力学中应用较多的有限单元法、边界元法、离散单元法和颗粒流离散单元法、快速拉格朗日分析进行了较详细的介绍，给出了部分计算算例。

2 / 计算岩石力学

本书由中南大学曹平教授编著。欧可参与了第1章的编写，曹日红参与了第2章、第6章的编写，李凯辉参与了第3、4章的编写，郝瑞卿、陈冲参与了第5章的编写，曹日红、孟京京、张春阳参与了第7章的编写，范文臣参与了第4章、第8章的编写，陈锐、郝瑞卿、陈瑞文参与了第9章的编写。郝瑞卿、曹日红参与了全书的文字校订工作。

本书内容丰富，理论、方法与应用结合，实用性强，既可作为土木工程、矿山工程、水电工程、地质工程等专业研究生的教材和参考书，又可供相关专业领域从事研究、设计的工程技术人员使用和参考。

由于编著者水平有限，书中不当之处恳请读者和各方面专家批评指正。

编著者

2015年9月于中南大学

目 录

Contents

第 1 章 岩石与岩体力学基础	(1)
1.1 岩石、结构面与岩体	(1)
1.2 岩石的基本物理力学性质	(1)
1.3 岩石的变形特性	(2)
1.4 岩石的强度特性	(4)
1.5 岩石的强度理论	(5)
1.6 岩体的强度特征	(15)
1.7 岩体的破坏机理及判据	(16)
1.8 结构面的剪切变形特征	(18)
1.9 岩体力学参数的工程处理	(20)
参考文献	(27)
第 2 章 岩石的弹性	(30)
2.1 弹性力学基本概念和假定	(30)
2.2 弹性力学平面问题	(31)
2.4 极坐标平面问题	(43)
2.5 空间问题的基本理论	(47)
2.6 巷道/隧道围岩应力分布弹性求解	(58)
2.7 三角形水坝应力分布	(60)
参考文献	(62)
第 3 章 岩石的塑性和流变及模型	(63)
3.1 岩石的塑性	(63)
3.2 岩石流变	(73)
参考文献	(98)
第 4 章 有限单元法	(100)
4.1 有限单元法的基本原理	(100)
4.2 单元分析	(104)
4.3 整体分析	(114)

4.4	弹性力学的有限单元法	(118)
4.5	轴对称问题	(128)
4.6	等参元及其特性	(131)
4.7	节理单元问题	(139)
4.8	基于有限单元法的工程反分析	(142)
4.9	有限元单元法的工程应用实例	(146)
	参考文献	(152)
第5章	岩石断裂力学与有限单元法计算	(153)
5.1	线弹性断裂力学基础	(153)
5.2	边界配置法计算应力强度因子	(170)
5.3	有限单元法求解应力强度因子	(176)
	参考文献	(183)
第6章	快速拉格朗日分析	(185)
6.1	基本概念	(186)
6.2	FLAC ^{3D} 基本原理	(188)
6.3	FLAC ^{3D} 求解问题一般方法与流程	(190)
6.4	工程实例	(204)
	参考文献	(226)
第7章	离散元与颗粒体离散元	(228)
7.1	离散元的发展	(228)
7.2	块体单元离散元	(229)
7.3	颗粒体离散元	(238)
	参考文献	(259)
第8章	岩土工程非线性问题的求解	(260)
8.1	非线性问题的求解方法	(260)
8.2	非线性问题的求解实例——岩石流变问题的有限单元法求解	(271)
	参考文献	(276)
第9章	边界单元法	(278)
9.1	弹性问题的间接边界元方法	(278)
9.2	弹性问题的直接边界单元法	(307)
9.3	边界元法中线性方程组的拟波阵分块求解	(325)
9.4	岩体闭合节理摩擦滑动的不连续位移法模拟	(330)
	参考文献	(336)

第1章 岩石与岩体力学基础

岩体力学研究的对象是在各种地质作用下形成的天然岩体。这些岩体,尤其是与人类工程活动密切相关的地壳表层岩体的物理力学性质和力学属性,在很大程度上受形成和改造岩体的各种地质作用过程所控制,往往表现出非均质、非连续、各向异性和多相等特征。

1.1 岩石、结构面与岩体

岩石或岩块是指不含显著结构面的岩石块体,岩石是由各种造岩矿物或岩屑在地质作用下按一定规律组合而形成的多种矿物颗粒的集合体,是组成地壳的基本物质。岩石样品可以由钻探获得的岩芯、爆破或其他方式获得的岩石碎块得到。我们平时所称的岩石,在一定程度上都指的是岩块。

结构面是指岩体中存在着的各种不同成因和不同特性的地质界面,包括物质的分界面、不连续面,如节理、片理、断层、不整合面等。

按照地质成因的不同,可将结构面划分为原生结构面、构造结构面和次生结构面三类。原生结构面主要指在成岩过程中形成的构造面,如岩浆岩体冷却收缩时形成的原生节理面、流动构造面、与早期岩体接触的各种接触面;沉积岩体内的层理;不整合风化变质岩体内的片理、片麻理构造面等。构造结构面是在岩体形成后,地壳运动的过程中,在岩体内产生的各种破裂面或破碎带。它包括断层面、错动面、节理面及劈理面等。次生结构面是指岩体受卸荷作用、风化作用和地下水活动所产生的结构面,如卸荷裂隙、风化裂隙以及各种泥化夹层、次生夹层等。

岩体是指在地质历史过程中形成的,由岩石单元体(或称岩块)和结构面网络组成的,具有一定的结构并赋存于一定的天然应力状态和地下水等地质环境中的地质体。

1.2 岩石的基本物理力学性质

岩石物理力学性质包括物理性质和力学性质。岩石由固体、液体和气体三相介质组成,其物理性质有密度、孔隙率、水理性质等。岩石的力学性质包括变形特性、强度特性和强度准则。表征岩石力学性质的参数包括岩石的变形模量、弹性模量、剪切模量、泊松比和流变性参数等;强度特性参数有岩石抗拉、抗弯、抗剪、抗压等强度极限。这些参数通过对岩石试件进行室内试验的方法获得。

考虑到岩石多处于压应力场环境中,岩石力学中习惯规定:压应力符号为正,拉应力符号为负;与此相应的压应变为正,拉应变为负。剪应力规定为使受力物体沿逆时针方向转动为正,反之为负。

1.3 岩石的变形特性

岩石的变形可分为弹性变形、塑性变形和黏性(流动)变形三种。

1.3.1 岩石单向压缩应力-应变曲线特征

岩石在单向压缩条件下的应力-应变关系,可通过在材料试验机上加载试件测得,如图1-1所示。

图中 ε_d , ε_l 两条曲线分别表示试件横向及轴向应力-应变关系。

按上述关系可绘出岩石单向压缩时试件体积应力-应变曲线 ε_v (图1-1)。从图1-1所示试件轴向(ε_l)、体积(ε_v)应力-应变曲线可看出,试件受载后直到破坏先后历经微裂隙压密阶段(O—A)、弹性变形阶段(A—B)、裂隙发生和扩展阶段(B—C)、裂隙不稳定发展直到破裂阶段(C—D)和破裂后阶段(D—E)。

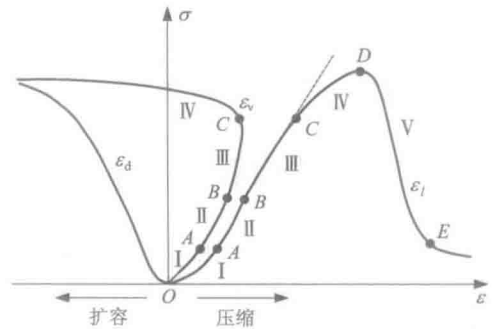


图1-1 岩石的典型应力-应变全过程曲线

1.3.2 三轴压缩条件下的岩石变形特征

在不同围压下,岩石的变形特征不同。图1-2和图1-3分别为大理岩和花岗岩在不同围压下的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_l$ 曲线。由图可知,在常规三轴压缩条件下,破坏前岩石的应变随围压增大而增加;并且随围压不断增大,岩石的塑性也不断增大,且由脆性逐渐转化为塑性。

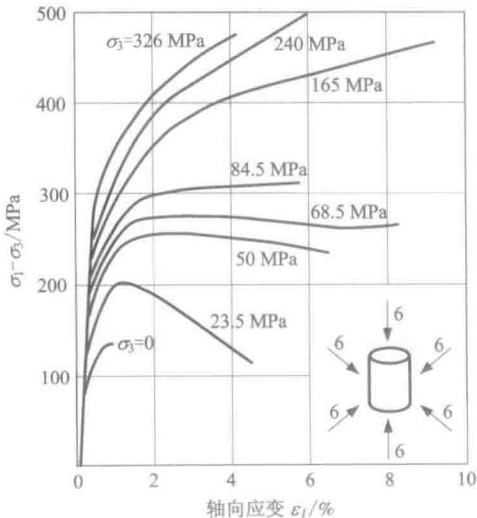


图1-2 不同围压下大理岩的应力-应变曲线

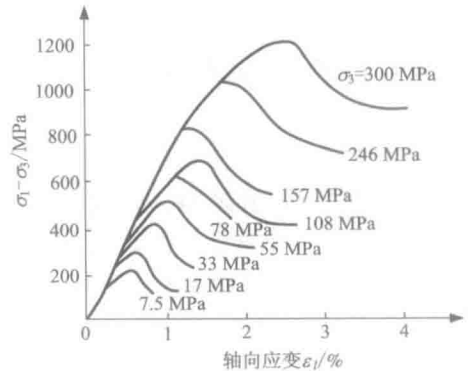


图1-3 不同围压下花岗岩的应力-应变曲线

1.3.3 岩石变形指标

表征岩石的变形指标一般有弹性模量、泊松比、变形模量等,其他弹性常数如剪切模量、体积模量等,可通过变换得到。岩石受力后既出现弹性变形也出现塑性变形,故必须用岩石的弹性模量和变形模量来表示岩石的弹性变形和其总变形(包括弹性变形和残余变形)。

(1) 岩石弹性模量 E

岩石弹性模量是指在单向压缩条件下,轴向应力与试件轴向应变之比,即 $E = \sigma / \varepsilon$ 。

当岩石在单向压缩条件下,其轴向应力-应变曲线呈直线时(图1-4),其弹性模量 E (MPa)为:

$$E = \frac{\sigma_l}{\varepsilon_l} \quad (1-1)$$

式中: σ_l , ε_l 分别为应力-应变曲线上的轴向应力(MPa)和轴向应变。

因为大多数岩石在单向应力作用下,应力-应变之间不保持线性关系,所以岩石弹性模量不是常数。当其轴向应力-应变曲线为非线性关系时,其弹性模量有3种:初始弹性模量 E_i 、割线弹性模量 E_s 、切线弹性模量 E_t 。通过试验所得应力-应变曲线(图1-5)可确定三者。

初始弹性模量 E_i ,用应力-应变曲线坐标原点斜率表示,即

$$E_i = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (1-2)$$

割线弹性模量 E_s ,用应力-应变曲线原点与某一特定应力点之间的弦的斜率表示。一般规定特定应力为极限强度 σ_c 的50%,即

$$E_s = \frac{\sigma_{50}}{\varepsilon_{50}} \quad (1-3)$$

切线弹性模量 E_t ,用应力-应变曲线直线段的切线斜率表示

$$E_t = \frac{\sigma_{\varepsilon_2} - \sigma_{\varepsilon_1}}{\varepsilon_{\varepsilon_2} - \varepsilon_{\varepsilon_1}} \quad (1-4)$$

(2) 岩石变形模量 E_0

当岩石受力既有弹性变形又有塑性变形时(图1-6),用岩石的变形模量 E_0 来表征其总变形特征。岩石变形模量是指岩石在单轴压缩条件下,轴向应力与轴向总应变(为弹性应变 ε_e 和塑性应变 ε_p 之和)之比:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_e + \varepsilon_p} \quad (1-5)$$

(3) 泊松比 μ

在单向载荷作用下,岩石除发生轴向变形之外,还发生横向变形。横向应变 ($\varepsilon_d = \varepsilon_x = \varepsilon_y$) 与轴向应变 (ε_l) 之比称为泊松比,可用下式确定:

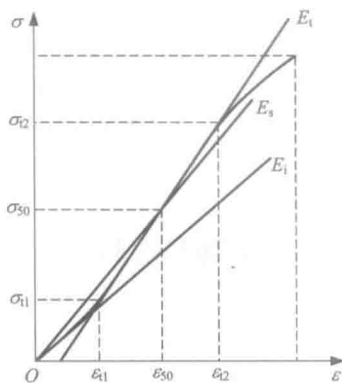


图1-4 线性轴向应力-应变图

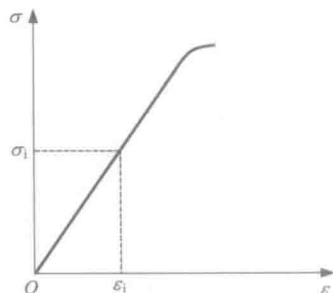


图1-5 岩石弹性模量确定方法

$$\mu = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l}$$

或

$$\mu = \frac{\varepsilon_{d2} - \varepsilon_{d1}}{\varepsilon_{l2} - \varepsilon_{l1}} \quad (1-6)$$

式中： ε_{d1} ， ε_{d2} 分别对应轴向应力-应变曲线上直线段始点、终点应力值为 σ_1 ， σ_2 的横向应变值； ε_{l1} ， ε_{l2} 分别对应应力值为 σ_1 ， σ_2 的轴向应变值。

或用轴向、横向应力-应变曲线斜率表示：

$$\mu = \frac{\text{轴向应力-应变曲线的斜率}}{\text{横向应力-应变曲线的斜率}}$$

或

$$\mu = \frac{E_l}{\text{横向应力-应变曲线的斜率}} \quad (1-7)$$

除弹性模量和泊松比两个最基本的参数外，岩石的变形参数还有剪切模量(G)、体积模量(K_v)等。根据弹性力学，这些参数与弹性模量(E)及泊松比(μ)之间有如下公式所示的关系：

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1-8)$$

$$K_v = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (1-9)$$

1.4 岩石的强度特性

岩石的强度主要有单轴抗压强度、单轴抗拉强度、抗剪强度、三轴抗压强度等。

岩石的单轴抗拉强度(简称抗拉强度)是指岩石在单轴拉伸荷载作用下达到破坏时所能承受的最大拉应力。试验室测定岩石的单轴抗拉强度有直接拉伸法和间接拉伸法两种。在间接拉伸法中，又有劈裂法、抗弯法及点荷载法等，其中以劈裂法和点荷载法最常用。

岩石的单轴抗压强度(简称抗压强度)是指岩石试件在无侧限条件下，受轴向压力作用至破坏时，单位横截面积上所承受的荷载。它在数值上等于破坏时的最大压应力，是反映岩石力学性质的重要指标之一，在岩体工程分类、建立岩体破坏判据、工程岩体稳定性分析、估算其他强度参数时都是必不可少的指标。

岩石的抗剪强度(简称抗剪强度)是指岩石在剪切荷载作用下抵抗剪切破坏的最大剪应力，它是反映岩石力学性质的重要参数之一。按剪切试验方法不同，所测定的抗剪强度的含义也不同，通常可分为如下三种抗剪强度(图1-7)。

(1) 抗剪断强度

抗剪断强度指试件在一定的法向应力作用下，沿预定剪切面剪断时的最大剪应力[图1-7(a)]。此时的抗剪强度是一个变量，它反映了岩石的内聚力和内摩擦阻力。

(2) 抗切强度

抗切强度指试件上的法向应力为零时，沿预定剪切面剪断时的最大剪应力[图1-7

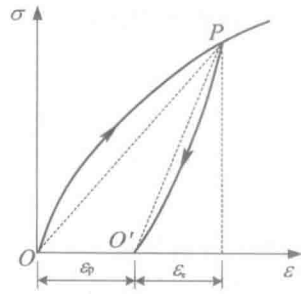


图1-6 弹塑性岩石的变形模量计算

(b)]。它反映了岩石的内聚力。该试验一般用于校核抗剪断强度试验所求得的内聚力。

(3) 摩擦强度

摩擦强度指试件在一定的法向应力作用下,沿已有破裂面再次剪切破坏时的最大剪应力[图1-7(c)]。它反映了岩石中微结构面(裂隙、层理等)或人工破裂面上的摩擦阻力。

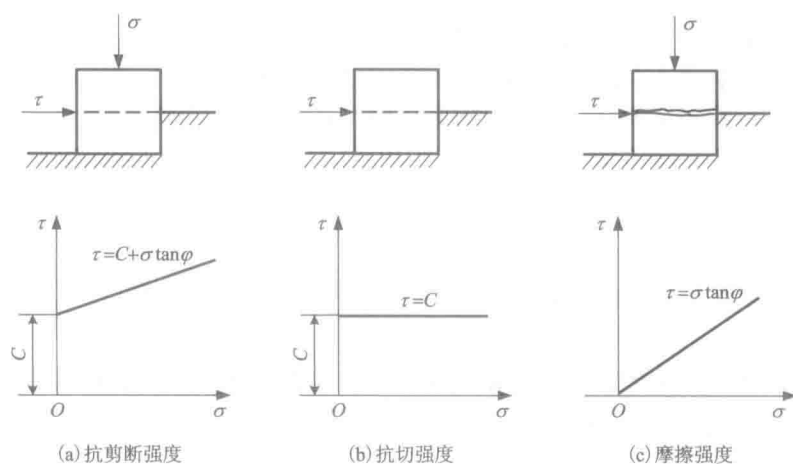


图1-7 岩石抗剪强度试验三种类型及强度特征

通常所说的抗剪强度是指抗剪断强度。当前,在实验室测定岩石抗剪强度的方法有直剪试验、倾斜压模剪切法和三轴试验等。

对于剪切强度的最后取值,可以利用岩石的单轴抗拉强度 σ_t 以及单轴抗压强度 σ_c 对 C 、 φ 值进行校核。即求岩块的内摩擦角和内聚力时,设莫尔(Mohr)圆单轴抗拉强度 σ_t 及单轴抗压强度 σ_c 的包络线由摆线段和直线段组成,可以推导得到内摩擦角 φ 和内聚力 C 分别满足:

$$f(\varphi) = \pi - 2\varphi - 2\cos\varphi - 4\sigma_t \cos\varphi / \sigma_c \quad (1-10)$$

$$C = \sigma_c (1/\cos\varphi - \tan\varphi) / 2 \quad (1-11)$$

由式(1-10),依牛顿切线法有:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i - \frac{f(\varphi_i)}{f'(\varphi_i)} \quad (1-12)$$

对式(1-12)进行迭代求解,求出内摩擦角 φ 。将求得的内摩擦角 φ 代入式(1-11)即可确定岩石的内聚力 C 。

1.5 岩石的强度理论

岩石强度理论是研究岩石在各种应力状态下的破坏机理及强度准则的理论。强度准则又称破坏判据,它表征岩石破坏条件的应力状态与岩石强度参数间的函数关系,通过强度准则判断岩石在什么样应力、应变条件下破坏。

岩石强度准则的建立,应反映岩石的破坏机理(各种应力状态下岩石破坏的原因)。由于岩石本身的特性差异和所处应力状态不同,岩石破坏机理有所不同,当然岩石的破坏还与其

他因素有关,如温度、应变率、湿度、应力梯度等。基于对岩石破坏机理的认识不同,相应提出了多种岩石强度理论。

1.5.1 库仑-纳维尔强度准则

1. 莫尔强度理论

莫尔(Mohr)1900年提出了莫尔强度理论,认为材料在压应力作用下发生破坏或屈服,主要因某一截面上的剪应力达到一定的限度(即抗剪强度),但也和作用在该面上的正应力所产生的摩擦阻力和材料特性有关。即材料破坏取决于作用于破坏面上的剪应力和正应力。此时,剪切破坏面上的剪应力 τ 与该面上的正应力 σ 之间存在一定的函数关系,可用下式表示:

$$\tau = f(\sigma) \quad (1-13)$$

这一函数关系称为莫尔强度条件。它在 $\sigma-\tau$ 平面上用一曲线表示,这条曲线通常称为强度曲线。

每一种岩石都有自身特定形状的强度曲线。因此,任何岩石强度曲线都需通过试验求得。图1-8中给出了几种岩石强度曲线以供参考。

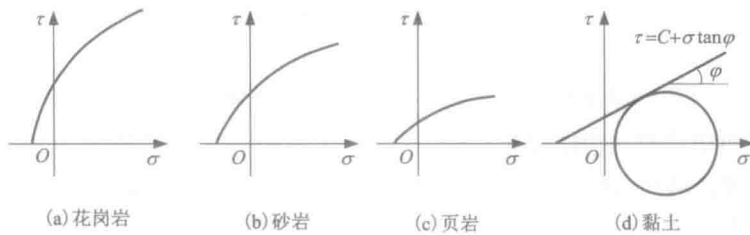


图 1-8 几种岩石强度曲线

岩石的强度曲线,可通过实验方法获得。通过一系列不同应力状态试验,便可求得一系列破坏状态。根据试验结果能做出一系列代表这些破坏状态的极限应力圆。这些极限应力圆的包络线就是该岩石的强度曲线(图1-9)。包络线上所有点反映了该种岩石在一切危险状态下的 $\tau = f(\sigma)$ 这一函数关系,即反映出沿某一破坏面剪坏时,所需要的剪应力与正应力。

按照莫尔强度理论确定岩石强度曲线一般有下列几种方法。

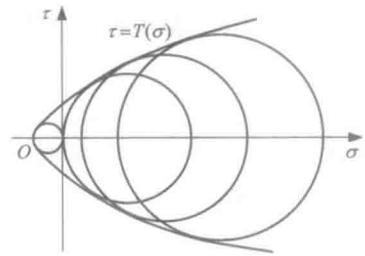


图 1-9 莫尔包络线图

①三向压缩试验求强度曲线。在三轴压力试验机上测定不同围压条件下破坏时的各向应力,绘出相应一系列反映这些破坏状态的极限应力圆。这些应力圆的包络线就是所求的强度曲线(图1-9)。

②按单向抗拉、抗压强度绘制强度曲线。在 $\sigma-\tau$ 平面上,以岩石的单向抗拉强度、抗压强度做应力圆(图1-10),并做这两个应力圆的公切线。此切线即为该岩石的近似强度曲

线。强度曲线为直线，可用下式表示：

$$\tau = \frac{\sqrt{\sigma_c \sigma_t}}{2} \left(1 + \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c \sigma_t} \sigma \right) \quad (1-14)$$

式中： σ_t 为岩石单轴抗拉强度； σ_c 为岩石抗压强度； σ 为正应力； τ 为剪应力。

③倾斜压模剪切法。根据测定岩石抗剪强度方法，通过改变剪切角 α ，求出在不同 α 角条件下，试件沿预定剪切面破坏时作用于其上的 σ_α ， τ_α 值。在 $\tau - \sigma$ 平面上画出相应 α 角的 σ_α ， τ_α 点，而后用光滑曲线连接这些点，便得出岩石的强度曲线。

根据岩石的强度曲线，结合莫尔应力圆，可以判断岩石中一点能否发生剪切破坏，以及破坏面的产状如何。

由材料力学，平面应力状态可用应力圆反映，三向应力状态亦可用三个应力圆表示。如图 1-11 所示，任一截面上的应力，可用三个应力圆周界所围成的阴影部分内某一点来表示。但需要注意的是，各截面上的正应力和剪应力的最大值和最小值，只取决于 σ_1 和 σ_3 所确定的最大应力圆。所以，莫尔强度理论认为中间主应力 σ_2 对岩石强度无影响。

如反映某点应力状态的应力圆处于强度曲线之下(图 1-12 中，由 σ'_1 ， σ'_3 确定的小圆)，说明该点不会发生破坏，其处于弹性变形状态。应力圆如刚好与强度曲线相切(图 1-12 中由 σ_1 ， σ_3 确定大圆)，此时岩石处于极限平衡状态，说明岩石将在一个与最小主应力 σ_3 方向呈 α 角的截面上破坏。若应力圆与强度曲线相割，则岩石将发生破坏。

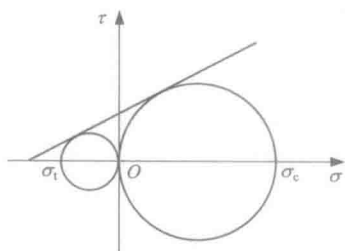


图 1-10 按抗拉、抗压强度求强度曲线

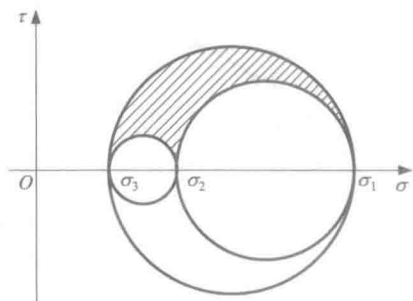


图 1-11 三向应力状态应力圆

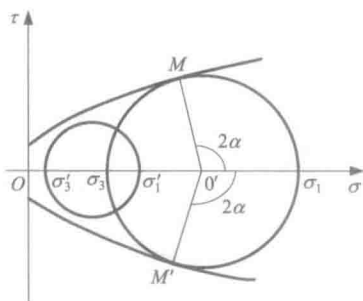


图 1-12 岩石在 σ_1 ， σ_3 作用下破坏状态判断

从图 1-12 看出，极限应力圆与强度曲线相切于 M ， M' 两点。这反映受 σ_1 ， σ_3 应力作用物体发生剪切破坏时，常呈现一组 X 形共轭破坏面。它们与最小主应力交角分别为 $+\alpha$ ， $-\alpha$ ，而作用于破坏面上的应力值相等，但剪应力方向相反。同时，也可以看到剪切破坏并不沿最大剪应力作用面发生。

根据应力圆和强度曲线是否相切的条件，可以推导岩石强度准则的数学表达式，其随强度曲线的形状不同而不同。从试验得知，岩石强度曲线通常具有二次曲线的形式，一般为双曲线、抛物线、摆线，且以抛物线居多。为便于工程使用，也可把这一复杂的曲线简化成单一直线或双直线。

(1) 单一直线形

其表达式为:

$$\tau = C + \sigma \tan \varphi \quad (1-15)$$

式中: φ 为岩石内摩擦角; $\sigma \tan \varphi$ 为岩石发生剪切破坏时, 作用于破坏面上的摩擦阻力; C 为岩石纯剪切强度 ($C = \tau_0$), 岩石颗粒间联结力, 称为内聚力。

(2) 双直线形

根据实测莫尔强度曲线斜率变化特点, 可采用双直线表示。将强度曲线分为高、低应力区, 用两条不同斜率的直线表示。如图 1-13, 双直线形莫尔强度曲线的表达式为

$$\begin{cases} \tau = C_1 + \sigma \tan \varphi_1 & (\sigma < \sigma_0) \\ \tau = C_2 + \sigma \tan \varphi_2 & (\sigma \geq \sigma_0) \end{cases} \quad (1-16)$$

式中: φ_1 为岩石在低应力区段的内摩擦角; C_1 为岩石在低应力区段的内聚力; φ_2 为岩石在高应力区段的内摩擦角; C_2 为岩石在高应力区段的内聚力。

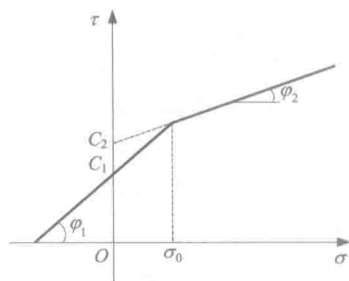


图 1-13 双直线形莫尔强度曲线

(3) 抛物线形

岩性较坚硬至较软弱的岩石, 如泥灰岩、砂岩、泥页岩等岩石的强度曲线近似于抛物线, 如图 1-14 所示。其强度曲线表达式为:

$$\tau^2 = \sigma_1 (\sigma + \sigma_1) \quad (1-17)$$

式中: σ_1 为岩石单轴抗拉强度。

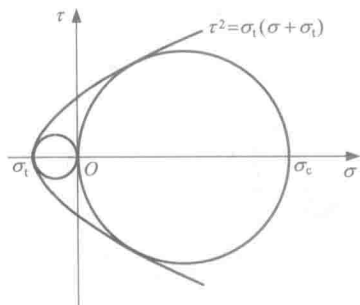


图 1-14 抛物线形强度曲线

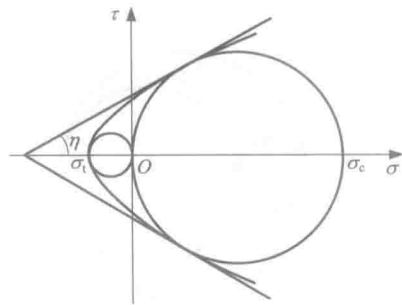


图 1-15 双曲线形强度曲线

(4) 双曲线形

研究表明, 对于砂岩、灰岩、花岗岩等坚硬、较坚硬岩石, 其强度曲线近似于双曲线, 如图 1-15 所示。其强度曲线表达式为:

$$\tau^2 = (\sigma + \sigma_1)^2 \tan^2 \eta + (\sigma + \sigma_1) \sigma_1 \quad (1-18)$$

式中: η 为双曲线渐近线的倾角, $\tan \eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_1} - 3}$; σ_1 为岩石单轴抗拉强度; σ_c 为岩石单轴抗压强度。

由上式可知, 若 $\sigma_c / \sigma_1 \leq 3$, $\tan \eta$ 将出现虚值, 故这种双曲线强度曲线, 不适用于 $\sigma_c / \sigma_1 \leq 3$

的岩石,但岩石处于脆性状态,大多数 $\sigma_c/\sigma_t > 3$ 。

莫尔强度理论实质上是一种剪应力强度理论。莫尔强度理论的主要优点是能较全面地反映岩石的强度特征。它不仅适用于塑性材料,还适用于脆性材料的剪切破坏,很好地反映了岩石抗拉能力远小于抗压能力这一特点。它能很好地反映出岩石在三向受拉时会发生破坏(强度曲线在拉伸区闭合),而岩石在受三向等压缩时,不会发生破坏(强度曲线在压缩区不闭合)的现象。这一点已为实验所证实,因此,莫尔强度理论被广泛地应用于实践。

莫尔强度理论最大的不足是忽略了中间主应力 σ_2 对强度的影响,而一些试验却证实 σ_2 对强度是有影响的,特别是对各向异性的岩石强度影响较大,有时可达 20%。并且莫尔强度理论未能反映岩石结构面的影响。虽然莫尔强度理论能较好地解释裂隙不发育、完整性好的均质岩石的剪切破坏,但在被断裂切割破坏的岩体中,实际破坏面的位置同莫尔理论所确定的位置有很大差别。此外,莫尔强度理论只适于剪切破坏,对受拉区研究不够,不适于说明发生拉伸破坏的情况,也不适于膨胀或蠕变破坏。

2. 库仑-纳维尔理论

库仑-纳维尔理论为莫尔强度理论的特例,强度曲线为直线,因而有人把它称为莫尔-库仑理论。它是由纳维尔(Navier, 1883)在库仑(Coulomb, 1773)最大剪应力理论的基础上,对包括岩石在内的脆性材料进行试验研究后提出的。库仑-纳维尔理论认为:岩石发生剪切破坏时,破坏面上的剪应力应等于岩石本身的内聚力和作用于该面上由法向应力引起的摩擦阻力之和,由此得到库仑-纳维尔强度准则为:

$$\tau = C + f\sigma \quad (1-19)$$

式中: τ 和 σ 分别为岩石剪切破坏面上的剪应力和正应力; C 和 f 分别表示岩石的内聚力和内摩擦系数, $f = \tan\varphi$, φ 为内摩擦角。该式也可写成:

$$\tau = C + \sigma \tan\varphi \quad (1-20)$$

库仑-纳维尔强度准则也可采用应力 σ_1 , σ_3 表示。根据材料力学,如图 1-16,与 σ_3 成 α 角的剪切破坏面上的正应力和剪应力为:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \\ \tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \end{cases} \quad (1-21)$$

库仑认为材料受压缩作用发生剪切破坏时,必然引起破坏面发生相对滑动。但由于正应力 σ 作用产生摩擦阻力,因此在破坏面上有效剪应力为 τ' , $\tau' = \tau - f\sigma$ 。根据式(1-21),将破坏面上正应力 σ 值和剪应力 τ 值代入可得:

$$\tau' = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha - f\left[\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha\right] \quad (1-22)$$

剪切破坏必发生在具有最大有效剪应力的面上。因此,按 $\frac{d\tau'}{d\alpha} = 0$ 的条件可求出破坏面产状,有:

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad (1-23)$$

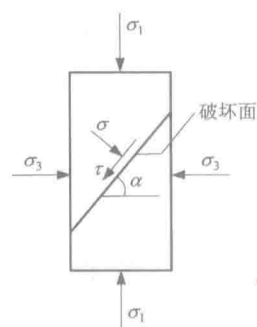


图 1-16 剪切面上的应力与主应力关系

上述所求出的 α 称为剪切破坏角, 即为岩石在受压破坏时, 破坏面与最小主应力方向夹角。从式(1-23)可看出, 内摩擦角不同的岩石, 其破坏角亦不同。

由式(1-23)可知, 2α 介于 90° 和 180° 之间, 已知 $f = \tan\varphi$, 得到用主应力 σ_1, σ_3 表达的库仑-纳维尔强度准则:

$$\sigma_1[(1+f^2)^{\frac{1}{2}}-f] - \sigma_3[(1+f^2)^{\frac{1}{2}}+f] = 2C \quad (1-24)$$

根据莫尔极限应力圆和库仑-纳维尔强度曲线之间的关系, 也可以推导强度准则的其他形式。当已知岩石中某点, 在某一应力状态 σ_1, σ_3 下处于极限平衡状态。如岩石的 C, φ 值已知, 则在 $\sigma-\tau$ 平面上绘出该点应力圆。而后在 τ 轴上截取 $\tau_0 = C$ 点, 过 C 点做与 σ 轴成 φ 角的直线, 必与应力圆相切于 M 点(图 1-17)。

从图 1-17 看出有下列关系存在:

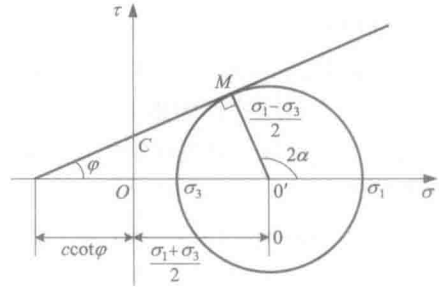


图 1-17 某点极限平衡状态图

$$\sin\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2C\cot\varphi} \quad (1-25)$$

将上式化简可得:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} - C \frac{2\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} = 0 \quad (1-26)$$

根据三角关系式, 式(1-26)还可改写成:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 2C\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = 0 \quad (1-27)$$

式(1-26)和式(1-27)即为直线型强度曲线所对应的强度准则。

当 $\sigma_3 = 0$, 则极限应力 σ_1 为岩石单轴抗压强度 σ_c , 由式(1-26)有:

$$\sigma_c = C \frac{2\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (1-28)$$

代入式(1-26)得:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} + \sigma_c \quad (1-29)$$

或代入式(1-27)得:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + \sigma_c \quad (1-30)$$

1.5.2 格里菲斯准则

1. 格里菲斯理论

一般认为材料脆性破坏是材料中裂隙产生和发展的结果。岩石内部含有许多细微裂纹, 研究证明, 岩石发生脆性破坏是符合格里菲斯理论的。

格里菲斯(Griffith, 1920)在研究“为什么玻璃等脆性材料的实际抗拉强度比由分子理论推算的强度低得多”这一问题后提出了脆性断裂理论(或称格里菲斯理论)。格里菲斯认为, 在任何材料内部存在着各种缺陷(称为格里菲斯裂隙); 当含有这些缺陷的材料处于复杂应力