



普通高等教育“十三五”规划建设教材

运筹学原理

Yunchouxue Yuanli

高羽佳 主编



中国农业大学出版社

CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材

运筹学原理

高羽佳 主编

中国农业大学出版社

• 北京 •

内 容 简 介

本书为普通高等教育“十三五”规划建设教材,系统地介绍了运筹学的基本原理和方法,重点讲述了应用最为广泛的运筹学分支中的数学模型和求解方法。全书共9章,体系完整,理论与实际相结合,以大量例题穿插其间,内容包括:线性规划与单纯形法、对偶理论与灵敏度分析、运输问题、整数规划、目标规划、动态规划、图与网络优化、网络计划图。

全书基本概念清晰、基本理论深入浅出,内容全面,实用性强,易于自学。可作为高等院校的运筹学通用教材,也可作为数学建模的培训用书,还可供工程技术人员自学参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学原理/高羽佳主编. —北京:中国农业大学出版社,2016.6
ISBN 978-7-5655-1392-3

I. ①运… II. ①高… III. ①运筹学 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 218189 号

书 名 运筹学原理
作 者 高羽佳 主编

策 划 姚慧敏 王笃利
封面设计 郑 川
出版发行 中国农业大学出版社
社 址 北京市海淀区圆明园西路2号
电 话 发行部 010-62818525,8625
编辑部 010-62732617,2618
网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>
经 销 新华书店
印 刷 涿州市星河印刷有限公司
版 次 2016年6月第1版 2016年6月第1次印刷
规 格 787×1092 16开本 17印张 420千字
定 价 36.00元

责任编辑 冯雪梅
责任校对 王晓凤

邮政编码 100193
读者服务部 010-62732336
出 版 部 010-62733440
E-mail cbsszs @ cau.edu.cn

图书如有质量问题本社发行部负责调换

前 言

运筹学是 20 世纪 40 年代发展形成起来的一门典型的交叉型应用性学科,最初起源于第二次世界大战的战事需要。战后,运筹学学科的研究对象在不断扩展,运筹学的研究方法和算法也在不断丰富,现在已经广泛应用于工业、农业、交通运输、国防、通信、政府机关等各个部门、各个领域的运营管理之中,越来越多的农业、服务业和其他新兴产业中出现的问题被系统整理和归纳为运筹学中的标准问题。

运筹学的研究领域、研究对象和研究方法因具体研究对象的不同存在较大差异,它主要是以定量分析为主(定量与定性分析相结合),研究和解决实际中各类企业与组织的生产、经营或者运作系统中出现的问题,探索其运行规律,从而提出具有共性、典型意义的优化模型,寻求解决模型的方法,最终形成决策方案。因此,运筹学对于决策者而言具有极大的应用价值和科学价值,成为管理科学、系统科学、工业工程等多个专业的专业基础课和主干课程。用运筹学解决实际问题时的系统优化思想,以及从提出问题、分析建模、求解到方案实施的一套严格科学的方法,使得它在培养提高人才素质上起到了十分重要的作用。随着科学技术尤其是计算技术的不断发展,运筹学的理论和方法在数据处理、工程技术和经济分析、管理决策等多方面起着越来越大的作用,已成为高等院校许多专业的必修课。

本书是为适应高等院校各相关专业对运筹学课程教学的需要而编写的。在内容选择上,兼顾了各层次读者的需要,包含了运筹学本科阶段应掌握的所有知识点。本书理论部分每章末都有知识点汇总,为帮助读者掌握本章重点,每章后有习题供读者练习。本书吸收了目前国内运筹学教材的优秀成果,反映了近年来运筹学的最新发展。具体来说,本书在编写过程中侧重于:①强调运筹学学科的应用性特点,细致全面的介绍了应用问题建模的分析思路;②考虑到工程类本科学生的特点,从文字到图表尽可能直观、深入浅出和通俗易懂;③尽量避免复杂的理论证明,力图通俗易懂、简明扼要地讲解运筹学的基本原理以及方法的思路和算法步骤;④试图以各种实际问题为背景引出运筹学各分支的基本概念、模型和方法,并侧重各种方法及其应用。

本书涵盖的内容有:线性规划与单纯形法、对偶理论与灵敏度分析、运输问题、整数规划、目标规划、动态规划、图与网络优化、网络计划图,共 9 章。由安徽农业大学信息与计算机学院教师编写。其中高羽佳任主编,罗红恩任副主编,张友华、辜丽川、叶勇、吴雨婷、王婧、杨露、王超参编。具体分工:第二章、第三章正文及全书习题由高羽佳编写;前言和第一章由张友华和辜丽川编写;第四章由叶勇和王婧编写;第五章由吴雨婷编写;第六章由王超编写;第七、九章由罗红恩编写;第八章由杨露编写。本书的编写得到了多位专家学者的大力支持,部分物流工程专业的学生在本书的试用过程中还提出了大量宝贵的修订建议,在此一并表示衷心的感谢!

书中直接或间接地参考、借鉴了国内外相关著作(见书末的参考文献),在此对作者和研究人员一并致谢。另外,本书习题解答可登陆中国农业大学出版社 www.caupress.cn 下载相关资源。

鉴于编者的水平有限,错误和疏漏在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

2015 年 6 月

目 录

第一章 绪论	1
第一节 运筹学的起源	1
第二节 运筹学的发展	2
第三节 运筹学性质、特点与研究方法	3
第四节 运筹学在国内外的应用	5
第五节 运筹学研究的具体内容	7
第二章 线性规划与单纯形法	11
第一节 线性规划问题及数学模型	11
第二节 线性规划模型的一般形式、标准形式和矩阵形式	13
第三节 线性规划问题的几何意义	20
第四节 线性规划的单纯形法	29
第五节 单纯形法的表格形式	41
第六节 单纯形法的进一步讨论	44
第七节 线性规划应用举例	54
第三章 对偶理论与灵敏度分析	67
第一节 对偶问题的提出	67
第二节 线性规划的对偶理论	69
第三节 对偶单纯形法	79
第四节 灵敏度分析	82
第四章 运输问题	103
第一节 运输问题的数学模型	103
第二节 表上作业法	107
第三节 产销不平衡的运输问题	124
第四节 运输问题的应用举例	128
第五章 整数规划	141
第一节 整数规划问题及其数学模型	141
第二节 分枝定界法	144
第三节 0-1 整数规划	149
第四节 指派问题	159
第六章 目标规划	169
第一节 目标规划问题的提出	169
第二节 目标规划的基本概念与数学模型	174

第三节 目标规划的求解·····	178
第七章 动态规划·····	188
第一节 多阶段决策过程及实例·····	188
第二节 动态规划的基本概念和基本方程·····	190
第三节 动态规划的最优性原理和最优性定理·····	194
第四节 动态规划和静态规划的关系·····	195
第五节 动态规划应用举例·····	199
第八章 图与网络优化·····	219
第一节 图的基本概念·····	219
第二节 树·····	222
第三节 最短路问题——Dijkstra 算法·····	224
第四节 网络最大流问题·····	228
第五节 最小费用最大流问题·····	233
第九章 网络计划图·····	239
第一节 网络计划图·····	239
第二节 网络计划图的时间参数计算·····	242
第三节 双代号时标网络计划图及参数计算·····	246
第四节 网络计划的优化·····	252
参考文献·····	262

第一章 绪论

【本章导读】

运筹学的英文是 operations research(美)或 operational research(英),缩写为 OR,原意为“作战研究”。“运筹”一词最早出自于汉高祖刘邦对张良的评价:“运筹帷幄之中,决胜千里之外。”而运筹学这一学科名称就取自于此出处,具有运用筹划、出谋献策、以策略取胜之意,它恰当地反映了这门学科的性质和内涵。

要掌握好运筹学方法并灵活地应用于实践,除了要掌握丰富的自然科学和社会科学的知识外,还需要掌握一定的数理基础方法,并在此基础上系统地分析问题,使研究的对象得到最优或最满意的效果。

本章将围绕运筹学的简史,运筹学的学科起源、发展、性质、特点、应用领域研究的具体内容等展开。

第一节 运筹学的起源

运筹学是一门实践性很强的基础性、应用性学科,诞生于 20 世纪 30 年代末。它主要针对实践中经济、军事、生产、管理、组织等领域中出现的一些带有普遍性的运筹问题加以研究并分析求解等。运筹学是系统最优化的研究,根据实际问题,利用科学的方法,通过对建立并求解模型,解决有关人力、物资、货币等复杂系统的运行、组织、管理等方面有关课题的学科,为决策者进行决策提供科学依据。作为一门与数学和逻辑有较深渊源的学科,运筹学为系统科学、系统工程和现代管理科学提供了重要的理论基础和不可缺少的方法、手段、工具。随着科学技术和生产的发展,运筹学的应用已经覆盖到各个领域,在现代化建设中发挥着极其重要的作用。

运筹学(operational research,OR),意为“运作研究”或“作战研究”,是 1938 年由英国人首先提出的。当时英、美使用雷达作为防空系统的一部分在军事上对付德国的空袭,从技术上是可行的,但是在实际应用中的作战效果并不理想。为此,一些有关领域的科学家把“如何合理运用雷达”作为一类新的问题进行研究。与研究技术问题不同,所以就称作“运作研究”。运筹学在 1956 年引入我国时曾经用过“运用学”的名称,于 1957 年正式定名为运筹学。

第二次世界大战初期,英、美两国的军事活动迫切需把各项稀少的资源以最有效的方式分配给各种不同的军事经营及在每一经营内的各项活动,所以美国及随后美国的军事管理当局都号召大批科学家运用科学手段来处理战略与战术问题,实际上这便是要求他们对种种(军事)经营进行研究,这些科学家小组就是最早的运筹小组。第二次世界大战期间,“OR”成功地解决了许多重要作战问题,显示了科学的巨大威力,为“OR”后来的发展铺平了道路。在第二次世界大战期间盟军中同类组织不断增加和扩大,其所建立起来的方法在战后被转移到民用事业中去,“OR”一词的含义也不再局限于军事方面。

P.M.Morse 与 G.E.Kimball 在他们的奠基作中给运筹学下的定义是:“运筹学是在实行管理的领域,运用数学方法,对需要进行管理的问题统筹规划、做出决策的一门应用科学。”运筹

学的另一位创始人定义运筹学是：“管理系统的人为了获得关于系统运行的最优解而必须使用的一种科学方法。”它使用许多数学工具(包括概率统计、数理分析、线性代数等)和逻辑判断方法,来研究系统中人、财、物的组织管理、筹划调度等问题,以期发挥最大效益。

实际上,运筹学的思想或理念出现得很早,在古代就已经产生了。在我国汉朝时,汉高祖刘邦称赞张良“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”。我国历史上在军事和科学技术方面对运筹思想的运用是世界闻名的:公元6世纪,春秋时期著名的《孙子兵法》中处处体现了军事运筹的思想;战国时期的《田忌赛马》故事是对策论的典型范例;刘邦、项羽在楚汉相争过程中,依靠张良等谋士的计谋,上演了一幕又一幕体现运筹思想的作战战例;三国时期的战争则更可以举出很多运用运筹思想取得战争胜利的例子。除军事方面,在我国古代农业、运输、工程技术等方面也有大量体现运筹思想的实例,如北魏时期科学家贾思勰的《齐民要术》一书,就是一部体现运筹思想,合理策划农事的宝贵文献;古代的粮食和物资的调运、都市的规划建设、水利方面,如四川都江堰工程等亦处处反映了运筹思想的运用。当把“OR”学科引入我国时,人们根据“OR”的科学内涵,取其义而译为“运筹学”,这个译法是非常恰当的。

在欧美,运筹学思想成功应用于实践的历史可追溯到20世纪前叶:1914年,提出了军事运筹学中的兰彻斯特(Lanchester)战斗方程;1917年,排队论的先驱者、丹麦工程师爱尔朗(Erlang)在哥本哈根电话公司研究电话通信系统时,提出了排队论的一些著名公式;20世纪20年代初,提出了存贮论的最优批量公式;20世纪30年代,在商业方面,列温逊已经运用运筹思想来分析商业广告和顾客心理等。

这一切都反映出,运筹学注意系统数据采集,分析并研究优化方案的思想是一种朴素、自然的思想。实际上,很多人都在自觉、不自觉地运用这个思想。另一方面,“道高一尺,魔高一丈”,在竞争中各方共同运用这些思想解决问题时,就表现为对运筹学内涵的研究、方法的运用能力。

第二节 运筹学的发展

信息社会科学技术的高速发展,运筹学的内涵不断扩大,涉及的数学、计算机科学及其他新兴学科的知识也越来越多,熟练掌握并运用该学科有效解决实际问题的难度也逐渐加大。随着运筹学的发展,很多技术都将很快融合到其中,从而促使其发展进入一个崭新阶段。

1. 运筹学在国外的发展

第二次世界大战期间,英、美军队中成立了一些专门小组,面对一些实际问题开展了短期的战术性的研究。例如,雷达系统有效防空问题,研究设计将雷达信息传送给指挥系统及武器系统的最佳方式、雷达与防空武器的最佳配置等;护航舰队保护商船队的编队问题,研究当船队遭受德国军队攻击时如何使船队减少损失等;大西洋反潜战问题,研究如何设计反潜舰艇或飞机投掷深水炸弹的最佳方案等。

第二次世界大战以后,在英、美军队中相继成立了更为正式的运筹研究组织。以兰德公司(LAND)为首的一些部门开始着重研究战略性问题。例如,为美国空军评价各种轰炸机系统,讨论未来的武器系统和未来战争的战略等;研究苏联的军事能力及未来的预报等。总的来说,在这段时间里,运筹学的研究与应用范围主要是与战争相关的战略、战术方面的问题。

随着世界性战争的结束,各国的经济建设迅速发展,世界范围内的激烈竞争也体现在经

济、技术方面,运筹学的研究发展也逐渐向这些方面拓展。由于运筹学适应时代的要求,在近60年中,它无论在理论上还是在应用上都得到了快速的发展。在应用方面,今天运筹学已经涉及服务、管理、规划、决策、组织、生产、建设等诸多方面,甚至可以说,很难找出它没有涉及的领域。在理论方面,由于运筹学的需要和刺激而发展起来的一些数学分支,如数学规划、应用概率与统计、应用组合数学、对策论、数理经济学、系统科学等,都得到了迅速发展。

目前,在运筹学领域基本达成一致的共识是运筹学的发展应注重如下三个方面:理念更新、实践为本和学科交融。为了加强运筹学的研究与应用,国内外成立了许多学术性的组织。最早建立运筹学会的国家是英国(1948年),接着是美国(1952年)、法国(1956年)、日本和印度(1957年)等。到1986年,国际上已有38个国家和地区建立了运筹学会或类似的组织。我国的运筹学会成立于1980年。1959年,英、美、法三国的运筹学会发起成立了国际运筹学联合会(IFORS),以后各国的运筹学会纷纷加入,我国于1982年加入该会。此外,还有一些地区性组织,如欧洲运筹学协会(EURO)成立于1976年,亚太运筹学协会(APORS)成立于1985年等。

2. 运筹学在我国的发展

运筹学在我国已有50多年的发展历史。20世纪50年代中期,著名科学家钱学森、许国志等将运筹学从西方引入我国,并结合我国特点在国内推广应用。在随后的50多年中,运筹学在我国有了很大的发展,所涉及的领域也十分广泛,确立了它在经济建设中的地位。运筹学的应用已深入到国民经济的各个领域,成为促进国民经济多快好省、健康协调发展的有效方法。但是,运筹学在我国的发展状况与世界其他国家相比尚有一定的差距,其中最主要的是理论研究与应用实践结合问题,特别是如何创造性地、合理有效地解决我国在社会经济建设实践中存在的大量决策优化问题。改革开放以后,随着越来越广泛、深入地国际交流环境的形成,运筹学在国内的研究与应用快速发展,渗透各个领域,水平将很快与世界接近。

第三节 运筹学性质、特点与研究方法

1. 性质

正如《运筹学》这一学科的名字所蕴含的,包含了运作研究的意思,主要应用于引导和调整一个组织内的工作。事实上,运筹学被广泛地应用于各个领域,比如制造业、运输业、建筑业、通信业、金融业、卫生保健、军事领域和公共服务等。因而运筹学的应用范围是非常广泛的。

运筹学作为一门应用科学,至今还没有统一、确切的定义。莫斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)对运筹学下的定义是:“为决策机构在对其控制下业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”它首先强调的是科学方法,这含义不单是某种研究方法的分散和偶然的应用,而是可用于整个一类问题上,并能传授和有组织地活动。它强调以量化为基础,必然要用数学。但任何决策都包含定量和定性两方面,而定性方面又不能简单地用数学表示,如政治、社会等因素,只有综合多种因素的决策才是全面的。运筹学的职责是为决策者提供可以量化方面的分析,确定其中定性的因素。另一定义是:“运筹学是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”这定义表明运筹学具有多学科交叉的特点,如综合运用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法。运筹学是强调最优决策,“最优”是过分理想了,往往不能达

到,在实际生活中往往用次优、满意等概念代替最优。因此,运筹学的又一定义是:“运筹学是一种给出问题坏的答案的艺术,否则的话问题的结果会更坏。”

为了有效地应用运筹学,前英国运筹学会会长托姆林森提出六条原则:

(1)合伙原则。是指运筹学工作者要和各方面人,尤其是同实际部门工作者合作。

(2)催化原则。在多学科共同解决某问题时,要引导人们改变一些常规的看法。

(3)互相渗透原则。要求多部门彼此渗透地考虑问题,而不是只局限于本部门。

(4)独立原则。在研究问题时应尽量独立从事工作,不应受某人或某部门的特殊政策左右。

(5)宽容原则。解决问题应不局限于某种特定的方法,思路要宽,方法要多。

(6)平衡原则。要考虑问题中各种矛盾的平衡和关系的平衡。

2. 特点

特征一:运筹学运用的研究方法类似于已有的科学领域所采用的科学方法。

在相当大的程度上,科学方法被用于对所关注的问题进行调查(事实上,管理科学有时被当作运筹的同义词)。运筹学的运算过程开始于仔细的观察和阐明问题,同时收集所有相关数据;接下来构建一个可以概括真正问题本质的数学模型;然后假设这个模型可以充分精确地表示问题的本质特征,并且从模型中获得的结论也是有效的;最后用适当的案例来验证这种假设,并且按照需求调整,并最终证明这种假设是正确的(这一步通常被称为模型的验证)。因而,在某种意义上,运筹学包括对业务的基本特性进行创造性的科学研究。然而,运筹学所涉及的内容远不止这些,运筹学还参与组织的实际管理。因而,为了成功解决问题,运筹学也必须为决策者提供他们所需要的正确的、易于理解的结论。

特征二:运筹学于全局考虑问题。

正如上一节所述,运筹学着眼于组织整体的利益。因而,运筹学试图用一种方法解决组织中各成员利益的冲突以实现整个组织的最优。这不仅意味着每个问题的研究都要清楚地考虑到组织的所有部分,而且所要实现的目标必须与组织的整体利益保持一致。

特征三:运筹学通常是以考虑并寻求问题的最优解为出发点的。

它的目标是确定最可行的运作过程,而不是简单地改善现状。虽然它会根据管理的实际需要被详细地解释,但在运筹学中寻求最优解是一个重要的主题。它以整体最优为目标,从系统的观点出发,力图以整个系统最佳的方式来解决该系统各部门之间的利害冲突。对所研究的问题求出最优解,寻求最佳的行动方案,所以它也可看成是一门优化技术,提供的是解决各类问题的优化方法。

特征四:运筹学解决问题的过程需要综合运用多个学科的知识。

上述特征很自然地导引出运筹学的另一个特征。众所周知,没有任何一个人可以是运筹学工作各个方面的专家,这就需要一群具有不同背景和技能的人才。因此,当执行一个新问题的运筹学研究时,利用一个小组的方式通常是十分必要的。这样一个运筹学小组需要包括受过以下高级培训的人才:数学、统计学、概率论、经济学、工商管理、计算机科学、工程学、物理学、行为科学以及运筹学的专业技巧。这些团队也需要有必要的经验和各种技能,以适当地考虑贯穿整个组织的许多分支问题。

3. 研究方法

现代运筹学方法强调黑箱方法、数学模型和仿真运行。它重视系统的输入输出关系,即问

题所处的环境条件和问题中主要因素与环境间的关系,而不追求系统内部机理,因而易于达到从系统整体出发来研究问题的目的。常用的数学模型有:分配模型、运输模型、选址模型、网络模型、计划排序模型、存储模型、排队模型、概率决策模型、马尔可夫模型等。模型求解往往成为应用计算机程序进行仿真运行。现在已有各种运筹学软件包供应,使运筹学可以处理相当复杂的大型问题。随着运筹学应用于社会大系统,仅靠定量分析已难以找到合理的优化方案,人们常采用定量与定性相结合、在定量分析的基础上进行定性分析的方法。因此,在许多情况下已很难划分运筹学、系统分析与政策分析的界限。

运筹学的主要研究方法:

(1)从现实生活场合或者某种现象进行数学的量化再抽出本质的要素来构造数学模型,因而可寻求一个跟决策者的目标有关的解。

(2)探索求解的结构并导出系统的求解过程。

(3)从可行方案中寻求系统的最优解法。

应用运筹学处理问题的过程往往分为 5 个阶段。

(1)规定目标和明确问题:包括把整个问题分解成若干子问题,确定问题的尺度、有效性度量、可控变量和不可控变量,以及用来表示变量界限和变量间关系的常数和参数。

(2)收集数据和建立模型:包括定义关系、经验关系和规范关系。

(3)求解模型和优化方案:包括确定求解模型的数学方法,程序设计和调试,仿真运行和方案选优。

(4)检验模型和评价解答:包括检验模型的一致性、灵敏度、似然性和工作能力,并用试验数据来评价模型的解。一致性是指主要参数变动时(尤其是变到极值时)模型得出的结果是否合理;灵敏度是指输入发生微小变化时输出变化的相对大小是否合适;似然性是指对于真实数据的案例,模型是否适应;工作能力则是指模型是否容易解出,即在规定时间内算出所需的结果。

(5)方案实施和不断优化:包括应用所得的解解决实际问题,并在方案实施过程中发现新的问题和不断进行优化。

上述 5 个阶段往往需要交叉进行,不断反复。

第四节 运筹学在国内外的应用

“运筹”一词,本指运用算筹,后引申为谋略之意。不论在国内还是国外都不乏运筹应用的优秀案例,我国战国时期“田忌赛马”的故事,说明了在已有的条件下,通过周密的筹划,选择一个较优的决策就会取得较好的结果。当今,运筹学的研究更加深入,应用领域也更加广泛,下面以运筹学在一些典型领域的应用情况予以说明。

1. 市场营销管理

运用运筹学对市场营销过程中的广告预算和媒介的选择、竞争性定价、新产品开发、销售计划的制订等方面进行定量分析,确定最优决策方案。如美国 AT&T 公司将运筹学应用在优化商业用户的电话销售中心选址上,每年为公司节约成本 4.06 亿美元,销售额大幅增加;美国杜邦公司从 20 世纪 50 年代起就非常重视将运筹学应用于研究如何计划实施广告工作,产品定价和新产品的引入等工作;通用电力公司运用运筹学理论对相关业务市场进行模拟研究,

取得了很好的收益。

2. 生产计划与管理

运筹学主要用线性规划、整数规划以及模拟方法从总体上确定按照需求确定生产、贮存和劳动力安排等计划,以追求最大利润或最小成本等问题。如巴基斯坦某一重型制造厂用线性规划安排生产计划,平均节省 10% 的生产费用;宝洁公司应用运筹学重新设计了北美生产的分销系统,大大降低了成本(每年为公司节约 2 亿美元的成本)并加快了市场的进入速度。此外,还可以应用在生产作业计划、日程表的编排、合理下料、配料问题、物料管理等方面。

3. 库存管理

运筹学中的库存理论将存货模型与计算机的物料管理信息系统相结合,应用于多种物资库存量的管理,估算设备的能力或容量指标,如工厂的库存、停车场的大小、新增发电设备的容量大小、计算机的主存储器容量、合理的水库容量等。如 Merit 青铜制品公司运用运筹学对统计销售和成品库存管理系统进行预测和控制管理,改进客户服务,取得了很好的市场口碑;三星电子将运筹学应用于库存管理,每年增加收益 2 亿美元;戴尔公司将运筹学应用于对整条供应链进行库存管理以减少库存量,为公司每年节约大约 10 亿美元的成本;IBM 公司运用运筹学相关理论重组了全球供应链,保持了最小库存的同时最大程度的满足了客户的需求,提高了服务质量。

4. 物流管理与运输问题

在企业管理中经常出现运输范畴内的问题,例如,工厂的原材料从仓库运往各个生产车间,各个生产车间的产成品又分别运到成品仓库。运输模型不仅适用于实际物料的运输问题,还适用于其他方面,包括新建厂址的选择、短缺资源的分配问题、生产调度问题、班次调度计划及人员服务时间安排等问题等。涉及空运、水运、公路运输、铁路运输、管道运输等问题以及空运飞行航班和飞行机组人员服务时间安排,有以下例子:联合航空公司将运筹学应用于对机场和后备部门职员的工作计划安排,为公司每年节约大约 500 万美元的成本;加拿大太平洋铁路公司将运筹学应用于铁路货运的日常安排,每年增收 1 亿美元的收益等。水运有船舶航运计划、港口装卸设备的配置和船舶到港后的运行安排。公路运输除了汽车调度计划外,还有公路网的设计和分析,市内公共汽车路线的选择和行车时刻表的安排,出租汽车的调度和停车场的设立。

5. 财务和会计

运筹学在财务与会计中解决企业如何最有效地利用资金资源的问题,涉及预算、贷款、成本分析、定价、投资、证券管理、现金管理等。运用统计分析、数学规划、决策分析等方法对在投资决策分析中出现的多种方案进行决策,以确定最优的方案,使得企业的收益最大。通常是利用线性规划模型、决策论来进行判断。

6. 人事管理

这里涉及六个方面。第一是人员的获得和需求估计;第二是人才的开发,即进行教育和训练;第三是人员的分配,主要是各种指派问题;第四是各类人员的合理利用问题;第五是人才的评价,其中有如何测定一个人对组织、社会的贡献;第六是工资和津贴的确定等。

7. 工程设计与决策管理

运用运筹学优化减少完成工程任务的时间,节省运输的费用等。在土木、建筑、水利、信息、电子、电机、光学、机械、环境和化工等领域均有应用。

8. 城市管理

该领域的研究包括各种紧急服务系统的设计和运用。如救火站、救护车、警车等分布点的设立。美国曾用排队论方法来确定纽约市紧急电话站的值班人数;加拿大曾研究以城市为对象的警车的配置和负责范围,出事后警车应走的路线等。此外,有城市垃圾的清扫、搬运和处理,城市供水和污水处理系统的规划,等等。

我国运筹学在交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等方面都有广泛应用。尤其是在运输方面,从物资调运、装卸到调度等领域;在工业生产中推广了合理下料、机床负荷分配;在纺织业中曾用排队论方法解决细纱车间劳动组织、最优折布长度等问题;在农业中研究了作业布局、劳力分配和麦场设置等;在光学设计、船舶设计、飞机设计、变压器设计、电子线路设计、建筑结构设计和化工过程设计等方面也都有成果。存储论在我国应用较晚,20世纪70年代末存储论在汽车工业和其他部门的应用取得了成功。近年来运筹学的应用已趋向研究规模大且复杂的问题,如部门计划、区域经济规划等。

第五节 运筹学研究的具体内容

运筹学研究的内容十分广泛。第二次世界大战期间以研究战略力量的构成和数量问题为主,除军事方面的应用研究以外,相继在工业、农业、经济和社会问题等各领域都有应用,并有了飞快的发展,形成了运筹学的众多分支。其主要分支有:数学规划(线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、随机规划等)、图论与网络、排队论(随机服务系统理论)、存储论、对策论、决策论、可靠性理论等。

1. 规划论

数学规划即上面所说的规划论,是运筹学的一个重要分支。数学规划主要包括线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划、和动态规划。研究内容与生产活动中有限资源的分配有关,在组织生产的经营管理活动中,具有极为重要的地位和作用。它主要解决两个方面的问题:一是对于给定的人力、物力、财力,怎样才能发挥它们的最大效益;二是对于给定的任务,怎样才能用最少的人力、物力和财力去完成它。这两类问题的共同特点在于:在给定条件下,按某一衡量指标来寻找安排的最优方案。它可以表示成求函数在满足约束条件下的极大极小值问题。

数学规划和古典的求极值的问题有本质上的不同,古典方法只能处理具有简单表达式和简单约束条件的情况。而现代的数学规划中的问题目标函数和约束条件都很复杂,而且要求给出某种精确度的数字解答,因此算法的研究特别受到重视。

数学规划中最简单的一种问题就是线性规划,即约束条件和目标函数都是呈线性关系。要解决线性规划问题,从理论上讲都要解线性方程组,因此解线性方程组的方法,以及关于行列式、矩阵的知识,就是线性规划中非常必要的工具。线性规划及其解法——单纯形法的出现,对运筹学的发展起了重大的推动作用。许多实际问题都可以化成线性规划来解决,而单纯形法有是一个行之有效的算法,加上计算机的出现,使一些大型复杂的实际问题的解决成为现实。线性规划可以解决生产过程的优化、物流方面的运输以及资源的配置问题等;整数线性规划可以求解企业的投资决策问题、旅行售货员问题等。

非线性规划是线性规划的进一步发展和继续。许多实际问题如设计问题、经济平衡问题

都属于非线性规划的范畴。非线性规划扩大了数学规划的应用范围,同时也给数学工作者提出了许多基本理论问题,使数学中的如凸分析、数值分析等也得到了发展。还有一种规划问题和时间有关,叫作“动态规划”。所研究的对象是多阶段决策问题,主要用来解决最短路径问题、多阶段资源分配问题、生产和存储控制问题及设备更新问题等。近年来在工程控制、技术物理和通讯中的最佳控制问题中,已经成为经常使用的重要工具。

2. 决策论

所谓决策就是根据客观可能性,借助一定的理论,方法和工具,分析问题提出可行方案以及研究从多种可供选择的行动方案中选择最优方案的方法。决策问题通常分为三种类型:确定型决策、风险型决策和不确定型决策。按决策所依据的目标个数可分为:单目标决策与多目标决策;按决策问题的性质可分为:战略决策与策略决策,针对不同的情形套用相应的模型便可求解。经济领域中利用决策论解决的问题有:企业管理者制定投资、生产计划、物资调运计划的问题。新产品的销路问题,一种新股票发行的变化问题等。现代的财政与会计分析也都会用到决策分析。

决策的基本步骤为:

- (1)确定问题,提出决策的目标;
- (2)发现、探索和拟定各种可行方案;
- (3)从多种可行方案中,选出最满意的方案;
- (4)决策的执行与反馈,以寻求决策的动态最优。

3. 对策论

对策论也称博弈论,“田忌赛马”就是典型的博弈论问题。作为运筹学的一个分支,博弈论的发展也只有几十年的历史。系统地创建这门学科的数学家,一致公认为是美籍匈牙利数学家、计算机之父——冯·诺依曼。

最初用数学方法研究博弈论是在国际象棋中开始的,旨在用来如何确定取胜的算法。由于是研究双方冲突、制胜对策的问题,所以这门学科在军事方面有着十分重要的应用。近年来,数学家还对水雷和舰艇、歼击机和轰炸机之间的作战、追踪等问题进行了研究,提出了追逃双方都能自主决策的数学理论。近年来,随着人工智能研究的进一步发展,对博弈论提出了更多新的要求。

4. 运输问题

运输问题在研究某些问题时具有其他的方法无法比拟的便利性。一些大宗的物资调运问题如煤、铁、木材等,如何制定合理的调运方案,将这些物资运到各个消费地点而且总运费要达到最小。除此之外还有客运问题,如涉及航班和飞机的人员服务时间安排的空运优化问题,为此国际运筹学协会中还专门设立了航空组,专门研究空运问题中的运筹学问题。水运同样有船舶航运计划,港口配置和船到港后的运行安排。而运筹学在铁路方面的应用就更加广泛了。

5. 存储论

在生产和消费过程中,都必须储备一定数量的原材料、半成品或商品。存储少了会因停工待料或失去销售机会而遭受损失,存储多了又会造成资金积压、原材料及商品的损耗。因此,如何确定合理的存储量、购货批量和购货周期就成为存储论研究的对象。存储论是研究物资库存策略的理论。合理的库存是生产和生活顺利进行的必要保障,可以减少资金占用、费用支出和不必要的周转环节,缩短物资流通周期,加速再生产的过程等。常见的库存控制模型有确

定性存储模型和随机性存储模型。该领域的应用主要是针对库存物资的特性,选用相应的存储控制模型和补货策略,制定出一个合理的存储优化方案。例如,美国某公司应用了存储论将库存理论与计算机信息技术结合起来,平均节省了18%的费用;美国西电公司,从1971年起用了5年的时间建立了西电物资管理系统,使公司节省了大量的物资存储费用和运费,减少了管理人员,使得企业获得了巨大的经济效益。

6. 网络分析(图论)

图论是一个古老的但又十分活跃的分支,是网络技术的理论基础。图论的创始人——数学家欧拉在1736年发表了图论领域的第一篇论文,解决了著名的哥尼斯堡七桥难题,相隔100年后,在1847年基尔霍夫第一次应用图论的原理分析电网,从而把图论引进到工程技术领域。20世纪50年代以来,图论的理论得到了进一步发展,将复杂庞大的工程系统和管理问题用图描述,可以解决很多工程设计和决策的最优化问题,例如,完成工程任务的时间最少,距离最短,费用最省等。图论正受到数学、工程技术及经营管理等各方面越来越广泛的重视。

线性规划是运筹学中理论比较完善成熟、方法比较方便有效的一个分支,但是用来解决某些大型系统的问题缺乏优越性。图论建模具有描述问题直观,模型易于计算实现的特点,能够很方便地将一些复杂的问题分解或转化为可能求解的子问题。网络优化理论在经济领域中主要用来解决生产组织、计划管理中诸如最短路径、最小生成树、最小费用流问题以及最优分派问题等。另外,物流方面的运输、配送问题,工厂、仓库等的选址问题等,也可运用网络优化理论辅助决策者进行最优安排,尤其适用于解决大型的复杂工程的计划和统筹安排。

7. 排队论

排队论也称随机服务系统理论,是专门研究因随机因素的影响而产生拥挤现象的科学理论,主要解决系统服务设施和服务质量之间的平衡问题,寻求以较低的投入求得更好的服务为目标。1909年丹麦的电话工程师爱尔朗(A.K.Erlang)提出了排队问题,1930年以后,开始了更为一般情况的研究,取得了一些重要成果。1949年前后,开始了对机器管理、陆空交通等方面的研究,1951年以后,理论工作有了新的进展,逐渐奠定了现代随机服务系统的理论基础。

排队论主要研究各种系统的排队队长,排队的等待时间及所提供的服务等各种参数,以便求得更好的服务。它是研究系统随机聚散现象的理论。

因为排队现象是一个随机现象,因此在研究排队现象的时候,主要采用的是研究随机现象的概率论作为主要工具。此外,还有微分和微分方程。排队论把它所要研究的对象形象的描述为顾客来到服务台前要求接待。如果服务台已被其他顾客占用,那么就要排队。另一方面,服务台也时而空闲、时而忙碌。就需要通过数学方法求得顾客的等待时间、排队长度等的概率分布。

排队论在日常生活中的例子很多,如机器等待修理、船舶等待装卸、顾客等待服务等。当然在经济领域中也很多见,如工厂生产线上的产品等待加工,在制品、半成品排队等待出入库作业等。这些问题有一个共同点:若等待时间过长,会影响生产任务的完成,或者顾客会自动离去而影响经济效益;若增加修理工、装卸码头和服务台,固然能解决等待时间过长的问題,但又可能导致修理工、码头和服务台空闲的损失。如何妥善解决这类问题就是排队论的任务。还有城市公共急救和警务系统的设计和运用也同样或运用到排队论,如救火站,救护车,警车等分布点的设立等问题。例如美国曾经用排队论的方法来确定纽约市紧急电话站的值班人

数;加拿大以一个城市为对象研究了其一定范围内的警车配置和负责范围,出事故后警车应该走的路线等。

8. 可靠性理论

可靠性理论是研究系统故障、以提高系统可靠性问题的理论。可靠性理论研究的系统一般分为两类:

(1)不可修复系统:如导弹等,这种系统的参数是寿命、可靠度等;

(2)可修复系统:如一般的机电设备等,这种系统的重要参数是有效度,其值为系统的正常工作时间与正常工作时间加上事故修理时间之比。

9. 搜索论

搜索论是基于第二次世界大战中的军事需要而出现的运筹学分支。主要研究在资源和探测手段受到限制的情况下,如何设计寻找某种目标的最优方案,并加以实施的理论和方法。在第二次世界大战中,同盟国的空军和海军在研究如何针对轴心国的潜艇活动、舰队运输和兵力部署等进行甄别的过程中产生了搜索论的思想,在战争结束后的实际应用中取得了不少成效。例如,20世纪60年代,美国寻找在大西洋失踪的核潜艇“打谷者号”和“蝎子号”,以及在地中海寻找丢失的氢弹,都是依据搜索论获得成功的。

复习思考题

1. 如何理解运筹学的内涵? 它的特征有哪些?
2. 运筹学有哪些分支? 如何理解这些分支的构成?
3. 运筹学研究过程中主要有哪些步骤? 如何理解它们的意义和作用?
4. 运筹学建模的思路有哪些? 如何理解这些思路?

第二章 线性规划与单纯形法

【本章导读】

线性规划是运筹学的一个重要分支。自 1947 年 G.B.Dantzig 提出了求解线性规划的单纯形方法后,线性规划已被广泛应用于国防、科技、经济、管理、工业、农业及社会科学之中,并取得了许多重大成果。线性规划研究在一组线性约束条件之下,某个线性函数的最优化问题。它研究在给定的约束条件下,所追求的极值(最大或最小)问题。本章主要介绍线性规划(linear programming, LP)的数学模型,线性规划问题的图解法,线性规划问题的基本概念;然后介绍线性规划的基本理论和求解线性规划的单纯形方法。重点要求掌握线性规划的基本概念框架,建模和图解过程,单纯形解法一般形式和表格形式等知识点。

第一节 线性规划问题及数学模型

本节介绍具有两个决策变量(二维)变量的线性规划模型的基本形式,然后给出线性规划问题的一些基本概念和通用数学模型。仅具有两个决策变量的线性规划问题在实际中应用较少,但图解法的求解过程介绍并解释了线性规划的基本概念和求解思想,并为一般单纯形法的学习奠定了坚实的基础。

一、线性规划问题及其数学模型

在生产和经营等管理工作中,经常需要进行计划或规划。虽然各行各业计划和规划的内容千差万别,但其共同点均可归结为:在现有各项资源条件的限制下,如何合理的利用有限的人力、物力、财力等资源,确定方案,使预期目标达到最优;或为了达到预期目标,确定使资源消耗为最少的方案。

例 2.1 (生产计划问题)

某工厂在计划期内要安排生产 I、II 两种产品,已知生产单位产品所需的设备台时及 A、B 两种原材料的消耗如表 2.1 所示。

表 2.1

项目	产品 I	产品 II	资源上限
原料 A	3	2	90
原料 B	4	6	200
设备台时	0	7	210
利润/(元/单位)	7	5	

该工厂生产一件产品 I、II 的利润分别为 7 元、5 元,问应如何安排生产才使该工厂的获利最大?