数字化精准中医学

SHUZIHUA JINGZHUN ZHONGYIXUE

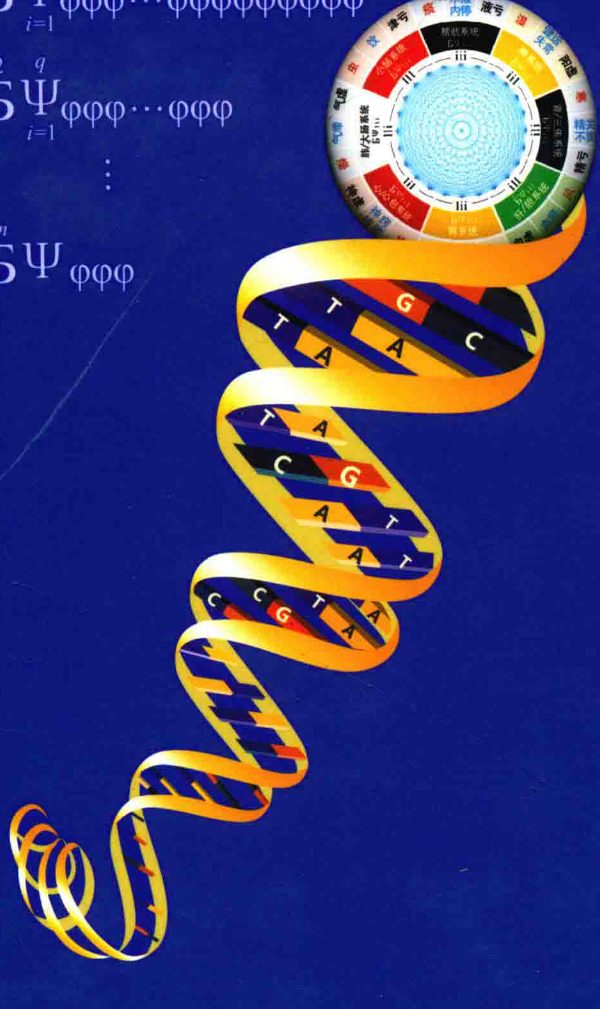
$$\S = \Psi_{i=1}^{n} \overset{\text{CAA}}{\underset{\text{ill}}{133}}\ \overset{\text{ACC}}{\underset{\text{lii}}{311}}\ \overset{\text{ACA}}{\underset{\text{lil}}{313}} \cdots \overset{\text{TCA}}{\underset{\text{lil}}{613}}\ \overset{\text{CAG}}{\underset{\text{ili}}{134}}\ \overset{\text{ACG}}{\underset{\text{lii}}{314}}$$

$$\overset{1}{Б}\Psi_{i=1}^{p}\ \varphi\varphi\varphi \cdots \varphi\varphi\varphi\varphi\varphi\varphi\varphi\varphi\varphi$$

$$\overset{2}{Б}\Psi_{i=1}^{q}\ \varphi\varphi\varphi \cdots \varphi\varphi\varphi$$

$$\vdots$$

$$\overset{m}{Б}\Psi\ \varphi\varphi\varphi$$



王根喜　王瀚海　著

中国科学技术出版社
CHINA SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

数字化精准中医学

王根喜　王瀚海　著

中国科学技术出版社

. 北　京.

图书在版编目（CIP）数据

数字化精准中医学/王根喜，王瀚海著. —北京：中国科学技术出版社，2015.10

ISBN 978-7-5046-7000-7

Ⅰ.①数… Ⅱ.①王…②王… Ⅲ.①中医学 Ⅳ.①R2

中国版本图书馆（CIP）数据核字（2015）第 245919 号

责任编辑 鲍黎钧
封面设计 鲍萌
责任印制 张建农

出　　版 中国科学技术出版社
发　　行 科学普及出版社发行部
地　　址 北京市海淀区中关村南大街 16 号
邮政编码 100081
电　　话 010-62103123　62173865
传　　真 010-62173081
网　　址 http://www.cspbooks.com.cn
印　　刷 北京长宁印刷有限公司

开　　本 889mm×1194mm　1/16
印　　张 71.5
字　　数 2133 千字
印　　数 1—1000 册
版　　次 2016 年 1 月第 1 版
印　　次 2016 年 1 月第 1 次印刷

书　　号 ISBN 978-7-5046-7000-7/R·1859
定　　价 398.00 元

目　录

第一章　三联数字与联数字

1.1　三联数字的定义

设一集合 {i，l}，如果满足下列条件：

(1) 对于集合 {i，l} 的元素，每次取 3 个进行可重复排列。

命 $y\in$ {iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll}。则称 y 为三联数字。

(2) 设 i=0，l=1，则 iii=000，iil=001，ili=010，ill=011，lii=100，lil=101，lli=110，lll=111。

(3) 如果将 y 所表示的二进制数翻译成十进制的数，且 $y\geqslant 0$，则：iii=$000_{(2)}=0_{(10)}$，iil=$001_{(2)}=1_{(10)}$，ili=$010_{(2)}=2_{(10)}$，ill=$011_{(2)}=3_{(10)}$，lii=$100_{(2)}=4_{(10)}$，lil=$101_{(2)}1=5_{(10)}$，lli=$110_{(2)}=6_{(10)}$，lll=$111_{(2)}=7_{(10)}$。

(4) 如果将 y 所表示的二进制数翻译成十进制的数，且 $y\leqslant 0$，则：iii=000，-iil=-1，-ili=-2，-ill=-3，-lii=-4，-lil=-5，-lli=-6，-lll=-7。

(5) 三联数字 y 可以扩展为：

$y\in$ {-lll，-lli，-lil，-lii，-ill，-ili，-iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll}

1.2　联数字的定义

设有集合 x，y。且 $x\in\{a，b，c\}$；$y\in$ {-lll，-lli，-lil，-lii，-ill，-ili，-iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll}，如果满足下列条件：

(1) 在集合 x 中每次取 3 个元素，在集合 y 中，每次取一个元素构成可重复排列。

(2) 其排列的形式为 $T\in\{\overset{a\ b\ c}{y},\cdots\}$，且 $a，b，c\in$ {-9，-8，-7，-6，-5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9}。

则称 $a，b，c$ 为联数字。

1.3　联数字的类型

按联数字之间的运算类型将联数字分为：联和数字，联积数字，联差数字，联商数字，联混合数字；按三联数字所纳入联数字数的类型又分为联正整数数字，联负整数数字，联正小数数字，联负小数数字，联虚数数字、联复数数字；按联数字数的规则又分为联遗传数字、联变异数字。

第二章　联和数字

2.1　联和数字的定义

设有集合 x，y。且 $x\in\{a, b, c\}$，$y\in\{$-lll，-lli，-lil，-lii，-ill，-ili，-iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$，如果满足下列条件：

(1) 在集合 x 中每次取 3 个元素，在集合 y 中每次取一个元素，构成可重复排列。

(2) 其排列的形式为 $T\in\{\begin{smallmatrix} a & b & c \\ & y & \end{smallmatrix},\cdots\}$。$a$，$b$，$c\in\{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$。

(3) 如果联数字 a，b，c 之间的运算关系为：$a+b+c=8s+y$。

(4) 若 $a+b+c\leqslant 7$，　则 $a+b+c=y$。

(5) 若 $a+b+c\geqslant 8$，　则 $a+b+c=8s+y$。

(6) 若 $a+b+c\geqslant -7$，则 $a+b+c=y$。

(7) 若 $a+b+c\leqslant -8$，则 $a+b+c=8s+y$。

则称 a，b，c 为联和数字，记作 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}^{a\,b\,c}_{\;\;y}$，其中 $a+b+c=8s+y$，这里的 s 称为联和数字的商息数。

$$S=\{[(a+b+c)-y]\div 8\}$$

下面是任意一个三联数字纳入联和数字的形式：

$${}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{iii}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{iil}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{ili}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{ill}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{lii}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{lil}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{lli}, {}^{s}_{8}\mathrm{E}^{abc}_{lll}, \cdots$$

例如：对于联和数字 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}^{a\,b\,c}_{\;\;y}$，如果 $a=5$，$b=0$，$c=7$

则：　${}^{s}_{8}\mathrm{E}^{a\,b\,c}_{\;\;y}={}^{1}_{8}\mathrm{E}^{507}_{lii}$　$5+0+7=8\times 1+4$

如果 $a=0$，$b=2$，$c=4$

则：　${}^{s}_{8}\mathrm{E}^{a\,b\,c}_{\;\;y}={}^{0}_{8}\mathrm{E}^{0\,2\,4}_{l\,l\,i}$　$0+2+4=8\times 0+6$

2.2　三联数字纳入联和数字的方向性

在三联数字集合 y 中，$y\in\{$-lll，-lli，-lil，-lii，-ill，-ili，-iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$中，有-iil，-lii，-ill，-lli，iil，lii，ill，lli 这 8 个三联数字具有方向性，方向不同其三联数字所

示的十进制的数值不同。例如：-iil 从左向右看化成二进制为-001$_{(2)}$，它的十进制的数值为-1，从右向左看化成二进制为-100$_{(2)}$，它的十进制的数值为-4；-ill 从左向右看化成二进制为-011$_{(2)}$，它的十进制的数值为-3，-ill 从右向左看化成二进制为-110$_{(2)}$，它的十进制的数值为-6； iil 从左向右看化成二进制为 001$_{(2)}$，它的十进制的数值为 1，从右向左看化成二进制为 100$_{(2)}$，它的十进制的数值为 4；ill 从左向右看化成二进制为 011$_{(2)}$，它的十进制的数值为 3，ill 从右向左看化成二进制为 110$_{(2)}$，它的十进制的数值为 6。一个三联数字因其方向不同而具有不同的十进制的数值，这说明三联数字-iil，-lii，-ill，-lli，iil，lii，ill，lli 本身就具有方向性。一般把三联数字从左向右纳入联和数字的称为正向联和数字；把三联数字从右向左纳入联和数字的称为反向联和数字。

${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{iii}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{iil}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{ili}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{ill}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{lii}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{lil}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{lli}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{lll}}$ 称为正向联和数字。

${}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{iii}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{iil}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{ili}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{ill}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{lii}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{lil}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{lli}},{}^{S}_{8}\mathrm{E}\underset{abc}{\mathrm{lll}}$ 称为反向联和数字。

a，b，$c\in\{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

例如：

${}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{024}{\mathrm{lli}}$ 称为正向联和数字

${}^{0}_{8}\mathrm{E}\underset{210}{\mathrm{lli}}$ 称为反向联和数字

2.3　*n* 个三联数字链

在集合 $y\in$\{- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll\}中，每次取一个元素，取 n 次，并且将 n 个元素连接成 G，使得：

$$G=\underbrace{\mathrm{i\,i\,i}\cdots\mathrm{l\,l\,l}}_{n个}\qquad n=1, 2, 3, \cdots$$

则称 G 为 n 个三联数字链。

2.4　互三联数字

设一条由 n 个三联数字组成的链 G，且：

$$G=\underbrace{\mathrm{l\,i\,l\,l\,i\,i}\cdots}_{n个}\qquad n=1, 2, 3, \cdots$$

在这条由 n 个三联数字组成的链 G 中，其中一个三联数字的一个元素“i 或 l”与相邻一个三联数字的两个元素“ii 或 ll 或 il 或 li”构成的三联数字，或者一个三联数字的两个元素“i 或 ll 或 il 或 li”与相邻一个三联数字的一个元素“i 或 l”构成的三联数字称为互三联数字，用 H 表示，且 $H\in$\{- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll\}。

为了让读者明白，用画图表示如下：

$$G=\mathrm{l}\ \underbrace{(\mathrm{i}\ \overbrace{\mathrm{l}\ \mathrm{l})\ \mathrm{i}}^{\text{构成互三联数字 lli}}}_{\text{构成互三联数字 ill}}\ \mathrm{i}\cdots$$

2.5　*n* 位联和数字链

设有集合 x，y。且 $x\in\{a，b，c\}$，$y\in\{$- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$，如果满足下列条件：

（1）在集合 x 中每次取 3 个元素，在集合 y 中每次取一个元素，构成可重复排列。

（2）其排列的形式为 $T\in\{\overset{a\,b\,c}{y},\cdots\}$，且 $a，b，c\in\{-9，-8，-7，-6，-5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9\}$。

（3）在集合 $T\in\{\overset{a\,b\,c}{y},\cdots\}$ 中取 k 个元素连接成链 G：

$$G=\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\ \overset{abc}{\text{lii}}\ \overset{abc}{\text{lil}}\ \overset{abc}{\text{lli}}\ \overset{abc}{\text{lll}}\cdots$$

（4）$a，b，c$ 为联和数字，其运算关系式为 $a+b+c=8s+y$，为了标识联和数字 $a，b，c$ 在 n 位联和数字链所在的位置可以写成：$\overset{a}{\text{i}}_n,\overset{a}{\text{l}}_n,\overset{b}{\text{i}}_n,\overset{b}{\text{l}}_n,\overset{c}{\text{i}}_n,\overset{c}{\text{l}}_n$，$n$ 为联和数字 $a，b，c$ 在 n 位联和数字链中的位置序数，用图表示如下：

$$G=\overset{a}{\underset{n}{\text{i}}}\ \overset{b}{\underset{n-1}{\text{i}}}\ \overset{c}{\underset{n-2}{\text{i}}}\cdots\cdots\overset{a}{\underset{24}{\text{i}}}\overset{b}{\underset{23}{\text{i}}}\overset{c}{\underset{22}{\text{i}}}\overset{a}{\underset{21}{\text{i}}}\overset{b}{\underset{20}{\text{i}}}\overset{c}{\underset{19}{\text{l}}}\overset{a}{\underset{18}{\text{i}}}\overset{b}{\underset{17}{\text{l}}}\overset{c}{\underset{16}{\text{i}}}\overset{a}{\underset{15}{\text{i}}}\overset{b}{\underset{14}{\text{l}}}\overset{c}{\underset{13}{\text{l}}}\overset{a}{\underset{12}{\text{l}}}\overset{b}{\underset{11}{\text{i}}}\overset{c}{\underset{10}{\text{i}}}\overset{a}{\underset{9}{\text{l}}}\overset{b}{\underset{8}{\text{i}}}\overset{c}{\underset{7}{\text{l}}}\overset{a}{\underset{6}{\text{l}}}\overset{b}{\underset{5}{\text{l}}}\overset{c}{\underset{4}{\text{i}}}\overset{a}{\underset{3}{\text{l}}}\overset{b}{\underset{2}{\text{l}}}\overset{c}{\underset{1}{\text{l}}}$$

则定义 G 为 n 位联和数字链，写成表达式为：

$$G={}^{S_i}_{8}\overset{n-2}{\underset{i=1}{\mathrm{E}}}\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\ \overset{abc}{\text{lii}}\ \overset{abc}{\text{lil}}\ \overset{abc}{\text{lli}}\ \overset{abc}{\text{lll}}\cdots$$

i，$n=1，2，3，\cdots$

$$k=\frac{1}{3}n$$

$$S_i=\{[(a+b+c)-y]\div 8\}$$

2.5.1　互三联数字纳入联和数字的 *n* 位联和数字链

设 $T\in\{\overset{a\,b\,c}{y},\cdots\}$，$y\in\{$- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$；$a，b，c\in\{-9，-8，-7，-6，-5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9\}$。

如果满足下列条件：

（1）在集合 $T\in\{\overset{a\,b\,c}{y},\cdots\}$ 中取 k 个元素连接成链 G：

$$G=\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\ \overset{abc}{\text{lii}}\ \overset{abc}{\text{lil}}\ \overset{abc}{\text{lli}}\ \overset{abc}{\text{lll}}\cdots$$

（2）$a，b，c$ 为联和数字，在链 G 中的位置可表示为：$\overset{a}{\text{i}}_n,\overset{a}{\text{l}}_n,\overset{b}{\text{i}}_n,\overset{b}{\text{l}}_n,\overset{c}{\text{i}}_n,\overset{c}{\text{l}}_n$。

（3）有互三联数字 H，且 $H\in\{$- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$，使得互三联数字 H 纳入的联数字 bca 或 cab 为联和数字，则称 G 为互三联数字纳入联和数字的 n 位联和数字链，写成表达式为：

$$G={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2}{}^{\langle E\rangle}\ \overset{abc}{\mathrm{iii}}\ \overset{abc}{\mathrm{iil}}\ \overset{abc}{\mathrm{ili}}\ \overset{abc}{\mathrm{ill}}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{abc}{\mathrm{lil}}\ \overset{abc}{\mathrm{lli}}\ \overset{abc}{\mathrm{lll}}\cdots$$

i ，n=1，2，3，…

$$k=\frac{1}{3}n$$

$$S_i=\{[(a+b+c)-y]\div 8\}$$

<E>表示 k 个三联数字链的互三联数字纳入的是联和数字。

例如：已知一个互三联数字纳入联和数字的 6 位联和数字链 $G={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{4}{}^{\langle E\rangle}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{abc}{\mathrm{lli}}$ ，且 $\overset{c}{\mathrm{i}}_1=\overset{2}{\mathrm{i}}_1$，$\overset{b}{\mathrm{l}}_2=\overset{2}{\mathrm{l}}_2$，$\overset{a}{\mathrm{l}}_3=\overset{2}{\mathrm{l}}_3$ 求：$\overset{a}{\mathrm{l}}_6=?$

解 ：按题意列式如下：

（1）$G={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{4}{}^{\langle E\rangle}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{222}{\mathrm{lli}}$ ，$\overset{c22}{\mathrm{ill}}={}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{c22}{\mathrm{ill}}$ ，$\overset{bc2}{\mathrm{iil}}={}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{bc2}{\mathrm{iil}}$

（2）因为，$\overset{c22}{\mathrm{ill}}={}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{c22}{\mathrm{ill}}$

所以，$2+2+c=8s+3$

$c\in\{-9,\ -8,\ -7,\ -6,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

$8s+3\in\{3,\ 11,\ 19,\ 27\}$

经过运算只有 $8s+3=11$ 符合条件，故 $s=1$。

因此，$2+2+c=11$，$c=7$，则 $\overset{c}{\mathrm{i}}_4=\overset{7}{\mathrm{i}}_4$， $\overset{c22}{\mathrm{ill}}={}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{722}{\mathrm{ill}}$

（3）又因为：

$\overset{c22}{\mathrm{ill}}={}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{722}{\mathrm{ill}}$ ，则 $\overset{bc2}{\mathrm{iil}}={}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{b72}{\mathrm{iil}}$

所以，$b+7+2=8s+1$

$b\in\{-9,\ -8,\ -7,\ -6,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

$8s+1\in\{1,\ 9,\ 17,\ 25\}$

经过运算只有 $8s+1=9$ 与 $8s+1=17$ 符合条件，我们取 $8s+1=9$，故 $s=1$。

因此，$b+7+2=9$，$b=0$，则 $\overset{b}{\mathrm{i}}_5=\overset{0}{\mathrm{i}}_5$，$\overset{bc2}{\mathrm{iil}}={}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{072}{\mathrm{iil}}$

（4）又因为：

${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{b72}{\mathrm{iil}}={}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{072}{\mathrm{iil}}$ ，$\overset{abc}{\mathrm{lii}}=\overset{a07}{\mathrm{lii}}$

所以，$a+7+0=8s+4$

$a\in\{-9,\ -8,\ -7,\ -6,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

$8s+4\in\{4,\ 12,\ 20\}$

经过运算只有 $8s+4=12$ 符合条件，故 $s=1$。

因此，$a+7+0=12$，$a=5$，则 $\overset{a}{\mathrm{l}}_{6}=\overset{5}{\mathrm{l}}_{6}$，$\overset{a07}{\mathrm{lii}}=\overset{507}{\mathrm{lii}}$

最后，

$$G={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{4}{}^{\langle\Theta\rangle}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{222}{\mathrm{lli}}={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{4}{}^{\langle\Theta\rangle}\ \overset{507}{\mathrm{lii}}\ \overset{222}{\mathrm{lli}}$$

从而求得：

$$\overset{c}{\mathrm{i}}_{4}=\overset{7}{\mathrm{i}}_{4},\overset{b}{\mathrm{i}}_{5}=\overset{0}{\mathrm{i}}_{5},\overset{a}{\mathrm{l}}_{6}=\overset{5}{\mathrm{l}}_{6}$$

2.5.2 推论

通过上述例子，对于任一条 n 位联和数字链，如果互三联数字纳入的是联和数字，只要知道这条链中任意相邻的两个联和数字，就能推算出这条链的其他联和数字。

2.5.3 互三联数字纳入联混合数字的 *n* 位联和数字链

设 $T\in\{\overset{a\ b\ c}{y},\cdots\}$，$y\in$\{- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll\}；a，b，$c\in$\{-9，-8，-7，-6，-5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9\}，如果满足下列条件：

(1) 在集合 $T\in\{\overset{a\ b\ c}{y},\cdots\}$ 中取 k 个元素连接成链 G：

$$G=\overset{abc}{\mathrm{iii}}\ \overset{abc}{\mathrm{iil}}\ \overset{abc}{\mathrm{ili}}\ \overset{abc}{\mathrm{ill}}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{abc}{\mathrm{lil}}\ \overset{abc}{\mathrm{lli}}\ \overset{abc}{\mathrm{lll}}\cdots$$

(2) a，b，c 为联和数字， 在链 G 中的位置可表示为：$\overset{a}{\mathrm{i}}_{n},\overset{a}{\mathrm{l}}_{n},\overset{b}{\mathrm{i}}_{n},\overset{b}{\mathrm{l}}_{n},\overset{c}{\mathrm{i}}_{n},\overset{c}{\mathrm{l}}_{n}$。

(3) 有互三联数字 H，且 $H\in$\{- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll\}，使得互三联数字 H 纳入的联数字 bca 或 cab 为联混合数字，则称 G 为互三联数字纳入联混合数字的 n 位联和数字链，写成表达式为：

$$G={}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\ \overset{abc}{\mathrm{iil}}\ \overset{abc}{\mathrm{ili}}\ \overset{abc}{\mathrm{ill}}\ \overset{abc}{\mathrm{lii}}\ \overset{abc}{\mathrm{lil}}\ \overset{abc}{\mathrm{lli}}\ \overset{abc}{\mathrm{lll}}\cdots$$

i，$n=1$，2，3，…

$$k=\frac{1}{3}n$$

$S_i\in\{[(c\div b+a)-y]\div 8,\ [(a\times b-c)-y]\div 8,\ [(a+b-c)-y]\div 8,\ \cdots\}$

$\langle\Theta\rangle$ 表示 k 个三联数字链的互三联数字纳入的是联混合数字。

注：联混合数字记作 ${}^{s}_{8}\Theta^{a\ b\ c}_{\ \ y}$，其运算方法为：

$$c\times b+a=8s+y$$
$$c-b+a=8s+y$$
$$\vdots$$
$$a\div b\times c=8s+y$$

例如：已知一个 6 位联和数字链 $G={}^{s_i}_{8}\overset{4}{\underset{i=1}{\mathrm{E}}}\overset{361}{\mathrm{ili}}\,\overset{326}{\mathrm{ill}}$，求它的互三联数字 $\overset{132}{\mathrm{iil}}$ 与 $\overset{613}{\mathrm{lii}}$ 纳入的是什么联数字？

解：互三联数字 $\overset{132}{\mathrm{iil}}$ 与 $\overset{613}{\mathrm{lii}}$ 纳入的肯定不是联和数字，

因为：在 $\overset{613}{\mathrm{lii}}$ 中，$1+3+2\neq 8s+1$，在 $\overset{613}{\mathrm{lii}}$ 中，$6+1+3\neq 8s+4$

所以，互三联数字 $\overset{132}{\mathrm{iil}}$ 与 $\overset{613}{\mathrm{lii}}$ 只能纳入联混合数字如下：

$$\text{互三联数字}\overset{613}{\mathrm{lii}}\text{纳入联混合数字为}{}^{0}_{8}\Theta\overset{613}{\mathrm{lii}}$$
$$(6\text{-}3+1)=\overset{\downarrow}{0}\times 8+4$$
$$\text{互三联数字}\overset{132}{\mathrm{iil}}\text{纳入联混合数字为}{}^{0}_{8}\Theta\overset{132}{\mathrm{iil}}$$
$$(3\text{-}1\times 2)=\overset{\downarrow}{0}\times 8+1$$

最后求得：$G={}^{s_i}_{8}\overset{4}{\underset{i=1}{\mathrm{E}}}\overset{361}{\mathrm{ili}}\,\overset{326}{\mathrm{ill}}={}^{s_i}_{8}\overset{4}{\underset{i=1}{\mathrm{E}}}{}^{\langle\oplus\rangle}\overset{361}{\mathrm{ili}}\,\overset{326}{\mathrm{ill}}$。

2.6　*n* 位联和数字链的 8 种逐级收敛

n 位联和数字链的 8 种逐级收敛：

(1) 包含互三联数字的 *n* 位联和数字链的逐级收敛，简称 *HH* 的逐级收敛。

(2) 不包含互三联数字的 *n* 位联和数字链的逐级收敛，简称 *HBH* 的逐级收敛。

(3) 包含互三联数字的 *n* 位联和数字链变换成联积数字的逐级收敛，简称 *HHJ* 的逐级收敛。

(4) 不包含互三联数字的 *n* 位联和数字链变换成联积数字的逐级收敛，简称 *HBHJ* 的逐级收敛。

(5) 包含互三联数字的 *n* 位联和数字链变换成联差数字的逐级收敛，简称 *HHC* 的逐级收敛。

(6) 不包含互三联数字的 *n* 位联和数字链变换成联差数字的逐级收敛，简称 *HBHC* 的逐级收敛。

(7) 包含互三联数字的 *n* 位联积数字链变换成联遗传数字的逐级收敛，简称 *HHY* 的逐级收敛。

(8) 不包含互三联数字的 *n* 位联积数字链变换成联遗传数字的逐级收敛，简称 *HBHY* 的逐级收敛。

2.6.1　*n* 位联和数字链 *HH* 的逐级收敛

设有一条 *n* 位联和数字链 *G*，如果互三联数字纳入联和数字，当 $n=2k+1$ 时，把它的每个三联数字、互三联数字变换为联和数字组成 1 级分立的纳入联和数字的三联数字，再把这些 1 级分立的三联数字变换成联和数字，组成 2 级分立的纳入联和数字的三联数字，如此重复运算 *m* 级，最后这条 *n* 位联和数字链会逐级收敛于一个 *m* 级纳入联和数字的三联数字之中；当 $n=2k$ 时，用同样的方法将这条 *n* 位联和数字链会逐级收敛于两个 *m* 级的纳入联和数字的三联数字之中，称为包含互三联数字的 *n* 位联和数字链的逐级收敛，简称 *HH* 的逐级收敛。

2.6.1.1　$n=2k$ 时 *HH* 的逐级收敛

(1) 设　$G={}^{s_i}_{8}\overset{n\text{-}2}{\underset{i=1}{\mathrm{E}}}{}^{\langle\oplus\rangle}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\cdots\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}$

(2) 若 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{ill}}\rightarrow \mathrm{ill}\rightarrow 011_{(2)}=3_{(10)}$，则 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\mathrm{ill}}\rightarrow\overset{1}{\text{Б}}\overset{3}{\mathrm{i}}_{1}$

若 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{cab}{\mathrm{iil}}\to\mathrm{i\,i\,l}\to 001_{(2)}=1_{(10)}$，则 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{cab}{\mathrm{iil}}\to\overset{1}{\text{Б}}\mathrm{i}^{1}_{2}$

若 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{bca}{\mathrm{lii}}\to\mathrm{l\,i\,i}\to 100_{(2)}=4_{(10)}$，　则 ${}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{bca}{\mathrm{lii}}\to\overset{1}{\text{Б}}\mathrm{i}^{4}_{3}$

$$\overset{1}{\text{Б}}\mathrm{i}^{4}_{3}\,\overset{1}{\text{Б}}\mathrm{i}^{1}_{2}\,\overset{1}{\text{Б}}\mathrm{i}^{3}_{1}\to\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\mathrm{iii}}$$

(3) 其余仿此可得:

$$G={}^{S_i}_{8}\underset{i=1}{\overset{n\text{-}2}{\mathrm{E}}}{}^{\langle\mathrm{E}\rangle}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\cdots\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}$$

$$\overset{1}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{125}{\mathrm{iii}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{252}{\mathrm{iil}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\mathrm{ill}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\mathrm{lll}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\mathrm{iii}}$$

(4) 若 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\mathrm{iii}}\to\mathrm{i\,i\,i}\to 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\mathrm{iii}}\to\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{i}^{0}_{1}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\mathrm{lll}}\to\mathrm{l\,l\,l}\to 111_{(2)}=7_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\mathrm{lll}}\to\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{l}^{7}_{2}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\mathrm{ill}}\to\mathrm{i\,l\,l}\to 011_{(2)}=3_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\mathrm{ill}}\to\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{i}^{3}_{3}$

$$\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{i}^{3}_{3}\,\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{l}^{7}_{2}\,\overset{2}{\text{Б}}\mathrm{i}^{0}_{1}\to\overset{2}{\text{Б}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{370}{\mathrm{ili}}$$

(5) 其余仿此，并用 *HH* 逐级收敛运算 *m* 级可得:

$$G={}^{S_i}_{8}\underset{i=1}{\overset{n\text{-}2}{\mathrm{E}}}{}^{\langle\mathrm{E}\rangle}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\cdots\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}$$

$$\overset{1}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{125}{\mathrm{iii}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{252}{\mathrm{iil}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\mathrm{ill}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\mathrm{lll}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\mathrm{iii}}$$

$$\overset{2}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{010}{\mathrm{iil}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{101}{\mathrm{ili}}\,{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{013}{\mathrm{lii}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{137}{\mathrm{ill}}\,{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{370}{\mathrm{ili}}$$

$$\vdots$$

$$\overset{m}{\text{Б}}\,{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{a\,b\,c}{y}\,{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{a\,b\,c}{y}$$

于是，求得 *n* 位联和数字链 *HH* 逐级收敛的表达式如下:

$$G={}^{S_i}_{8}\underset{i=1}{\overset{n\text{-}2}{\mathrm{E}}}{}^{\langle\mathrm{E}\rangle}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\cdots\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iii}}\,\overset{abc}{\mathrm{iil}}\,\overset{abc}{\mathrm{ili}}\,\overset{abc}{\mathrm{ill}}\to\overset{m}{\text{Б}}\,{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{a\,b\,c}{y}\,{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{a\,b\,c}{y}$$

$n=2k$

i，n，k，$m=1$，2，3，…

$S=\{[(a+b+c)\text{-}y]\div 8\}$

$S_i=\{[(a+b+c)\text{-}y]\div 8\}$

a，b，$c\in\{-9$，-8，-7，-6，-5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9$\}$

$y\in\{$- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$

$\overset{m}{\text{Б}}$ 称为 *m* 级三联数字的记号，*m* 表示级别数。

例如：已知 ${}^{s_i}_{8}\mathop{E}\limits_{i=1}^{10} \Leftrightarrow \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{243}{\text{iil}}$，求 ${}^{s_i}_{8}\mathop{E}\limits_{i=1}^{10} \Leftrightarrow \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{243}{\text{iil}} \rightarrow \overset{5}{\text{Б}}{}^{s}_{8}E^{a\,b\,c}_{\quad y}\,\overset{5}{\text{Б}}{}^{s}_{8}E^{a\,b\,c}_{\quad y}$？

解：(1) 根据已知条件得：

$$ {}^{s_i}_{8}\mathop{E}\limits_{i=1}^{10} \Leftrightarrow \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{243}{\text{iil}} $$

(2) 把它的每位三联数字、互三联数字当成联和数字组成 1 级分立的纳入联和数字的三联数字得：

若 ${}^{1}_{8}E\overset{243}{\text{iil}} \rightarrow \text{i i l} \rightarrow 001_{(2)} = 1_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}E\overset{243}{\text{iil}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\text{l}^{1}_{1}$

若 ${}^{1}_{8}E\overset{224}{\text{iii}} \rightarrow \text{i i i} \rightarrow 000_{(2)} = 0_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}E\overset{224}{\text{iii}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{2}$

若 ${}^{1}_{8}E\overset{422}{\text{iii}} \rightarrow \text{i i i} \rightarrow 000_{(2)} = 0_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}E\overset{422}{\text{iii}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{3}$

$$ \overset{1}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{3}\,\overset{1}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{2}\,\overset{1}{\text{Б}}\text{l}^{1}_{1} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

其余仿此可得：

$$ \overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

(3) 把 1 级分立的三联数字当成联和数字组成 2 级分立的纳入联和数字的三联数字得：

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} \rightarrow \text{i i l} \rightarrow 001_{(2)} = 1_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\text{l}^{1}_{1}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}} \rightarrow \text{i i i} \rightarrow 000_{(2)} = 0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{2}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}} \rightarrow \text{i i i} \rightarrow 000_{(2)} = 0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{3}$

$$ \overset{2}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{3}\,\overset{2}{\text{Б}}\text{i}^{0}_{2}\,\overset{2}{\text{Б}}\text{l}^{1}_{1} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

其余仿此可得：

$$ \overset{2}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

(4) 于是，把 ${}^{s_i}_{8}\mathop{E}\limits_{i=1}^{10} \Leftrightarrow \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{243}{\text{iil}}$ 通过 *HH* 的逐级收敛运算 5 级得：

$$ \overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

$$ \overset{2}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

$$ \overset{3}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

$$ \overset{4}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

$$ \overset{5}{\text{Б}}{}^{0}_{8}E\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}E\overset{001}{\text{iil}} $$

所以：$\mathop{{}^{s_i}_{8}\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{10} \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{242}{\text{iii}}\ \overset{243}{\text{iil}} \rightarrow \overset{5}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\text{iil}}$。

2.6.1.2　*n*=2*k*+1 时 *HH* 的逐级收敛

(1) 设　$G=\mathop{{}^{s_i}_{8}\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2} \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\cdots\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}$

(2) 若 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\text{ill}} \rightarrow \text{i l l} \rightarrow 011_{(2)}=3_{(10)}$，则 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{abc}{\text{ill}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\overset{3}{\text{i}}_{1}$

若 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{cab}{\text{iil}} \rightarrow \text{i i l} \rightarrow 001_{(2)}=1_{(10)}$，则 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{cab}{\text{iil}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\overset{1}{\text{i}}_{2}$

若 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{bca}{\text{lii}} \rightarrow \text{l i i} \rightarrow 100_{(2)}=4_{(10)}$，则 ${}^{s}_{8}\mathrm{E}\overset{bca}{\text{lii}} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}\overset{4}{\text{i}}_{3}$

$$\overset{1}{\text{Б}}\overset{4}{\text{i}}_{3}\,\overset{1}{\text{Б}}\overset{1}{\text{i}}_{2}\,\overset{1}{\text{Б}}\overset{3}{\text{i}}_{1} \rightarrow \overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\text{iii}}$$

(3) 其余仿此可得：

$$G=\mathop{{}^{s_i}_{8}\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2} \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\cdots\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}$$

$$\overset{1}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\text{iil}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{125}{\text{iii}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{252}{\text{iil}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\text{ill}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\text{lll}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\text{iii}}$$

(4) 若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\text{iii}} \rightarrow \text{i i i} \rightarrow 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\text{iii}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\text{i}}_{1}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\text{lll}} \rightarrow \text{l l l} \rightarrow 111_{(2)}=7_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\text{lll}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\overset{7}{\text{l}}_{2}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\text{ill}} \rightarrow \text{i l l} \rightarrow 011_{(2)}=3_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\text{ill}} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}\overset{3}{\text{i}}_{3}$

$$\overset{2}{\text{Б}}\overset{3}{\text{i}}_{3}\,\overset{2}{\text{Б}}\overset{7}{\text{l}}_{2}\,\overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\text{i}}_{1} \rightarrow \overset{2}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{370}{\text{ili}}$$

(5) 其余仿此，并用 *HH* 逐级收敛运算 *m* 级可得：

$$G=\mathop{{}^{s_i}_{8}\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2} \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\cdots\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}$$

$$\overset{1}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\text{iil}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{125}{\text{iii}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{252}{\text{iil}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{524}{\text{ill}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{241}{\text{lll}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{413}{\text{iii}}$$

$$\overset{2}{\text{Б}}\cdots{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\text{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\text{iil}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{010}{\text{iil}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{101}{\text{ili}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{013}{\text{lii}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{137}{\text{ill}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{370}{\text{ili}}$$

$$\vdots$$

$$\overset{m}{\text{Б}}{}^{s}_{8}\mathrm{E}\,{}^{a\ b\ c}_{\quad y}$$

于是，求得 *n* 位联和数字链 *HH* 逐级收敛的表达式如下：

$$G=\mathop{{}^{s_i}_{8}\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{n-2} \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}}\cdots\overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iii}}\ \overset{abc}{\text{iil}}\ \overset{abc}{\text{ili}}\ \overset{abc}{\text{ill}} \rightarrow \overset{m}{\text{Б}}{}^{s}_{8}\mathrm{E}\,{}^{a\ b\ c}_{\quad y}$$

$n=2k+1$

i，n，k，m=1，2，3，…

$S=\{[(a+b+c)-y]\div 8\}$

$S_i=\{[(a+b+c)-y]\div 8\}$

a，b，$c\in\{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$y\in\{$- lll，- lli，- lil，- lii，- ill，- ili，- iil，iii，iil，ili，ill，lii，lil，lli，lll$\}$

例如：已知 ${}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{7}{}^{\Leftrightarrow}\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{243}{\mathrm{iil}}$，求 ${}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{7}{}^{\Leftrightarrow}\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{243}{\mathrm{iil}}\to\overset{4}{\text{Б}}{}^{S}_{8}\mathrm{E}\overset{a\,b\,c}{y}$?

解：(1) 根据已知条件得：

$${}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{7}{}^{\Leftrightarrow}\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{243}{\mathrm{iil}}$$

(2) 把它的三联数字、互三联数当成联和数字组成 1 级分立的纳入联和数字的三联数字收敛得：

若 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{243}{\mathrm{iil}}\to \mathrm{i\,i\,l}\to 001_{(2)}=1_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{243}{\mathrm{iil}}\to\overset{1}{\text{Б}}\overset{1}{\mathrm{l}}_{1}$

若 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{224}{\mathrm{iii}}\to \mathrm{i\,i\,i}\to 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{224}{\mathrm{iii}}\to\overset{1}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{2}$

若 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{422}{\mathrm{iii}}\to \mathrm{i\,i\,i}\to 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 ${}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{422}{\mathrm{iii}}\to\overset{1}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{3}$

$$\overset{1}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{3}\,\overset{1}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{2}\,\overset{1}{\text{Б}}\overset{1}{\mathrm{l}}_{1}\to\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}$$

其余仿此可得：

$$\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}$$

(3) 把 1 级分立的三联数字当成联和数字组成 2 级分立的纳入联和数字的三联数字收敛得：

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}\to \mathrm{i\,i\,l}\to 001_{(2)}=1_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{1}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}\to\overset{2}{\text{Б}}\overset{1}{\mathrm{l}}_{1}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\to \mathrm{i\,i\,i}\to 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\to\overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{2}$

若 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\to \mathrm{i\,i\,i}\to 000_{(2)}=0_{(10)}$，则 $\overset{1}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}\to\overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{3}$

$$\overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{3}\,\overset{2}{\text{Б}}\overset{0}{\mathrm{i}}_{2}\,\overset{2}{\text{Б}}\overset{1}{\mathrm{l}}_{1}\to\overset{2}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}$$

其余仿此可得：

$$\overset{2}{\text{Б}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{000}{\mathrm{iii}}{}^{0}_{8}\mathrm{E}\overset{001}{\mathrm{iil}}$$

(4) 于是，把 ${}^{S_i}_{8}\mathop{\mathrm{E}}\limits_{i=1}^{7}{}^{\Leftrightarrow}\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{242}{\mathrm{iii}}\,\overset{243}{\mathrm{iil}}$ 通过 HH 的逐级收敛运算 4 级得：