

集对推理与决策

李丽红 杨亚锋 李言 孙杰 著



清华大学出版社

集对推理与决策

李丽红 杨亚锋 李言 孙杰 著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

作者多年来一直从事不确定决策理论和集对分析方法的深入研究,本书即由相关研究成果总结提炼而成,在深刻阐述集对分析的哲学思想后,将集对思想与不确定决策方法相结合,提出了模糊集对推理与决策、集对分析的三支决策、粗糙集对决策和集对粗糙熵等模型,并对它们的特点和在决策中的应用进行了系统论述。

本专著内容新颖、阐述系统,对从事粗糙集、不确定推理、不确定决策和信息系统管理领域的研究学者或专业技术人员具有较高参考价值。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

集对推理与决策/李丽红等著.--北京:清华大学出版社,2016

ISBN 978-7-302-43993-6

I. ①集… II. ①李… III. ①决策学 IV. ①C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 120536 号

责任编辑:付弘宇 柴文强

封面设计:何凤霞

责任校对:焦丽丽

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:170mm×230mm 印 张:16 字 数:237 千字

版 次:2016 年 6 月第 1 版 印 次:2016 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~1000

定 价:59.80 元

产品编号:063881-01

前 言

在不确定决策技术中,基于粗糙集和模糊集的决策推理方法是传统的研究思路。近年来,随着集对分析理论在多领域的发展应用,集对分析可以将确定性和不确定性统一表示这一优势在不确定推理中逐渐显现,将集对分析与决策活动相结合,是不确定决策中的一个新的研究方向,对其深入研究不仅有着重要的理论意义,而且还具有重要的应用价值。特别是近年来,随着决策研究向高复杂性发展,决策技术向智能化迈进,对决策方法的多样化以及实用性要求越来越明显。我们课题组多年来围绕集对推理原则及其在决策中的应用展开研究,并取得一定研究成果,特总结梳理,以供同仁参阅。

本书力求逻辑内涵和内容安排衔接紧密、概念方法描述清晰、模型构建严谨、深入浅出、通俗易懂,充分体现出内容广泛、论证严谨、学术观点新颖的特点。

全书共有 7 章,第 1 章主要介绍集对分析的基本思想和方法,分析集对方法的优势与应用;第 2 章阐述模糊集与粗糙集理论及应用,奠定全书理论基础;第 3 章介绍现代主要决策方法,分析了目前决策方法的实用性与处理不确定性决策上的不足;第 4 章论述基于模糊集对推理的决策方法与应用,给出了相关概念和定理证明;第 5 章讨论基于集对分析的三支决策方法模型与应用,将集对方法用于三支决策;第 6 章结合粗糙集与集对分析理论,给出了粗糙集对分析方法,并将其用于决策;第 7 章提出集对粗糙熵,并研究了其在决策中的应用。

本书的出版得到了华北理工大学应用数学河北省重点学科、国家自然科学基金、河北省数据科学与应用重点实验室的资助,以及清华大学出版社的大力支持,华北理工大学理学院院长刘保相教授审阅了全书,对全书结构

及内容均提出了宝贵的修改意见,数学专业李明霞、祝弘扬、寇春蕾等同学在本书的编写和校稿过程中做了一定工作,在此一并表示诚挚的谢意。

因为时间仓促,加上作者的学识浅陋,书中的不足与错误,敬请同行给予批评指正。

作 者

2016 年 3 月

目 录

第 1 章 集对分析	1
1.1 集对分析的哲学底蕴	1
1.1.1 集对分析的基本原理	1
1.1.2 集对分析的辩证思维	2
1.2 集对分析的主要方法	8
1.2.1 集对与同异反分析	8
1.2.2 联系度与联系函数	9
1.2.3 联系度的态势分析	13
1.3 集对分析的基本特征	17
1.3.1 集对分析的不确定性	17
1.3.2 集对分析的数学性质	18
1.3.3 同异反系统的统一性	18
参考文献	19
第 2 章 模糊集与粗糙集理论	22
2.1 模糊集理论基础	22
2.1.1 模糊集及其运算	22
2.1.2 隶属函数的几种确定方法	25
2.1.3 模糊关系与模糊序关系	27
2.2 粗糙集理论基础	29
2.2.1 粗糙集基本概念	29
2.2.2 一般粗糙集模型	33
2.3 模糊粗糙集模型	51
2.3.1 模糊粗糙集	51

2.3.2	基于三角模的模糊粗糙集模型	59
2.3.3	基于包含度的模糊粗糙集模型	73
2.3.4	修正型模糊粗糙集模型	76
	参考文献	81
第3章	现代主要决策方法	83
3.1	决策的常用方法	83
3.1.1	决策理论的发展	83
3.1.2	决策的基本要素	85
3.1.3	决策方法	88
3.2	模糊综合决策	93
3.2.1	模糊关系与模糊序关系	93
3.2.2	多目标的模糊决策理论	95
3.2.3	模糊综合评判决策	96
3.3	粗糙决策方法	101
3.3.1	不完备信息系统中的粗糙决策分析方法	101
3.3.2	模糊粗糙决策方法	104
3.4	三支决策	111
3.4.1	三支决策基础	111
3.4.2	三支决策应用	113
3.5	格序决策	114
3.5.1	格序决策基础	114
3.5.2	格序决策应用	125
	参考文献	127
第4章	模糊集对推理与决策	130
4.1	模糊集对逻辑	130
4.1.1	二值逻辑	130
4.1.2	模糊逻辑	133
4.1.3	双枝模糊逻辑	135
4.1.4	模糊集对逻辑	137

4.2 模糊集对推理	140
4.2.1 模糊集对判断句与模糊集对推理句	140
4.2.2 单论域模糊集对推理	141
4.2.3 双论域模糊集对推理	144
4.2.4 多语句模糊集对逻辑推理	147
4.3 模糊集对分析的决策方法	151
4.3.1 模糊集对推理的多属性决策方法	151
4.3.2 模糊集对联系数的系统态势分析	160
参考文献	161
第5章 集对分析的三支决策方法	164
5.1 三支决策的基本概念	165
5.1.1 三支决策思想	165
5.1.2 三支决策的优势及应用	167
5.1.3 一个三支决策的理论	174
5.2 三支决策与粗糙集	181
5.2.1 基于阈值对的3个概率区间	181
5.2.2 阈值和分类错误率	182
5.2.3 阈值和分类代价	184
5.3 集对分析的三支决策方法	185
5.3.1 集对与三支决策	185
5.3.2 集对联系数的 $-N$ 定义	187
5.3.3 三支决策的集对分析模型	188
5.3.4 模型的建立步骤	188
5.4 三支区域变迁的不确定分析	189
5.4.1 联系数阈值的可靠性	189
5.4.2 集对联系数态势分析	190
5.5 基于三支决策集对分析模型的稿件评审问题	191
参考文献	192

第 6 章 粗糙集对决策方法	195
6.1 粗糙集理论中的属性约简方法	195
6.2 粗糙集对分析方法	200
6.2.1 粗糙集的同异反分析	200
6.2.2 粗糙集中的集对分析方法	205
6.2.3 集对粗糙集模型	208
6.3 基于粗糙联系度的约简方法	210
6.3.1 集对的粗糙联系度	210
6.3.2 属性集的分类贴适度	211
6.3.3 CCDM 属性约简方法	212
6.4 粗糙集对逻辑与推理	214
6.4.1 粗糙集对逻辑	214
6.4.2 粗糙集对推理	221
参考文献	228
第 7 章 集对粗糙熵及其在决策中的应用	230
7.1 不确定性理论中的几种信息熵	230
7.1.1 粗糙熵的定义与性质	230
7.1.2 边界熵的定义与性质	231
7.1.3 模糊熵的定义与性质	232
7.1.4 联系熵的定义与性质	234
7.2 集对粗糙熵及其变化规律	235
7.2.1 集对粗糙熵的定义	236
7.2.2 集对粗糙熵的变化特征	239
7.3 集对粗糙熵决策方法	241
7.3.1 集对粗糙熵的态势分析	241
7.3.2 决策时机的选择与分析	242
7.3.3 应用举例	244
参考文献	245

第 1 章 集对分析

1.1 集对分析的哲学底蕴

1.1.1 集对分析的基本原理

集对分析(Set Pair Analysis, SPA)于 1989 年 8 月在内蒙古包头召开的全国系统理论会议上提出。近 20 年过去,集对分析已在自然科学与社会科学的许多领域得到应用。

1. 客观事物普遍联系原理

无论是哲学,还是物理学、化学、天文和地球科学,还是社会经济学、环境与地理科学和生命科学等,几乎所有的现代科学学科都告诉我们,客观事物处于普遍的联系之中。研究还表明,无论是确定性联系还是不确定性联系、定量联系还是定性联系、必然联系还是偶然联系、线性联系还是非线性联系,也都处于相互联系之中。

2. 成对原理

成对原理是指“事物或概念都是成对地存在”。例如:东西、南北、上下、宏微、刚柔、虚实、进退、来回、大小、美丑、善恶、阴阳等,以及作用力与反作用力、化合与分解、正电与负电、正数与负数、实数与虚数、函数与图表、图像与方程、精确解与近似解等,无一例外地是成对地存在的。正是由于成对原理的制约,以至于我们在一般意义上泛指某一事物时,同时在有意无意地拿与该事物成对的另一事物作参考,如我们在说某数是正数时,同时在有意无

意地拿负数作参考；在指某一事物具有不确定性时，其实在同时拿该事物与之成对的事物的确定性作参考；如此等等，不一而足。从哲学角度看，成对原理无非是关于“对立统一法则”、“事物相互联系原理”的一种新的表述；从数学角度看，成对原理的阐明意味着作为数学基础的集合论扩充为以研究两个集合确定-不确定联系及其可变与转化为主要内容的集对论成为必要；因为成对原理可以用集合论的语言等价地表示成“不能独立存在概念上完全纯粹单一的集合”。

3. 不确定原理

历史上，由德国物理学家海森堡于 1927 年提出“测不准原理”：一个微观粒子的某些物理量（如位置和动量，或方位角与动量矩，还有时间和能量等），不可能同时具有确定的数值，其中一个量越确定，另一个量的不确定程度就越大。测量一对共轭量的误差的乘积必然大于常数 $h/2\pi$ （ h 是普朗克常数）。“测不准原理”反映了微观粒子运动的基本规律，是量子力学的一个基本原理，也是现代物理学的一个重要原理。在物理学中，人们也把海森堡的“测不准原理”称为“不确定原理”。事实上，就认知而言，微观纯粹是相对于宏观而言的一个概念。在物理学与化学中，肉眼见到的物体是宏观，借助显微镜等仪器见到的物体是微观；大量分子聚集在一起是宏观，少量分子和单个分子是微观；在生物学中，个体是宏观，细胞是微观；细胞是宏观，基因是微观；如此等等，这就意味着当把一事物在宏观层次上的表现与微观层次上的表现相联系作全局性或整体性考虑时，不可避免地存在不确定性。

4. 相互作用原理

相互作用原理也是客观事物普遍联系原理的一个导出原理。这是因为相互作用在本质上是一种联系机制，是一种有机的联系；结合前述的不确定原理可知，一个不确定性系统中的确定性与不确定性存在相互作用。

1.1.2 集对分析的辩证思维

集对分析作为不确定性理论，其核心思想正意味着 SPA 视确定性与不

确定性是共处于一个统一体中矛盾着的两个方面,视这统一体为一个系统。这就决定了集对分析思想方法的辩证性和系统性,从而其中蕴涵着丰富的系统辩证思维因素。下面对此做直接的和初步的分析。

1. 从不确定性理论的研究对象看

就辩证哲学而言,“科学研究的区分,就是根据科学对象所具有的特殊矛盾性。”集对分析作为统一研究各种不确定性的理论,其基本矛盾自然是不确定性与确定性的矛盾。不确定性与确定性互为存在前提,共处于一个统一体中,又在一定条件下互相转化,这在 SPA 的核心思想及联系度概念中已有充分体现。至于这一矛盾中谁处于主要方面,常取决于被研究问题本身和研究的着眼点,可借联系度 μ 分析。

分解地看待这个基本矛盾,它包括模糊与分明的矛盾、偶然与必然的矛盾、中介与两极的矛盾、未确知与确知的矛盾及信息的不全与完全的矛盾等等。这一方面使我们意识到,已有的其余不确定性理论,都以这些矛盾之一为研究对象,并已经和正在发挥作用。然而,就人类认识运动的秩序说来,总是由认识个别的和特殊的事物,逐步地扩大到认识一般的事物。集对分析的问世,标志着人们对不确定性的认识、研究和处理正在由特殊向一般转折。另一方面则提醒人们,在具体问题中可能有几种不确定性交织一起,但根据问题的条件和研究的针对性,必有一种不确定性居于主导地位。这时,就应按照抓主要矛盾的思想重点处理这一不确定性。必要时,可将相应的不确定性理论与集对分析协同运用。

2. 从对不确定性的描述形式看

联系度是 SPA 描述不确定性的基石性概念。在这一概念的表达式中,有同一项 a 对立项 cj ,也有差异项 bi 。这就是说,集对分析的思维方法不仅着眼于对立两极,还充分顾及其中介过渡。 i 作为差异度的系数,又体现着中介的不确定性。这样,系统被描述为差异、协同的整体和确定性与不确定性的辩证统一,这其中渗透着系统的、多极的、非线性的、耦合的理解,运算

时通过 $j = -1$ 和 i 在区间 $[-1, 1]$ 上视不同情况的取值,反映着后两项对第一项的“增益”或“惩罚”作用,体现了“一般差异”发展为一极的可能只在系统内外条件都具备的状况才会成为现实,也体现着系统的协同与竞争的辩证进化动因。这点正与系统辩证论最根本的规律——差异协同律对世界的描述相一致。

联系度表达式的不同形式可视不同的情况和着眼点选用,具体问题具体分析。特别地, $a + cj$ 的描述形式说明,只有当系统的不确定性可以忽略时才呈现出确定性,不确定性是绝对的,而确定性是相对的,是不确定性的特殊情形; $bi + cj$ 的描述形式意味着不确定性与对立密切相关,以至于研究表明,可据此把不确定性划分为倒数型、有无型、正负型、虚实型和互补型等类型,并依次相应于模糊不确定、随机不确定、中介不确定、未知引起的不确定及信息不全导致的不确定。这就找到了不确定性在本质上是统一的理由,从而得出可统一加以研究的结论,为 SPA 统一处理各种不确定性提供了理论根据。

3. 从基于联系度的分析方法看

辩证法本质上着眼于事物的联系、可变与转化,其中联系是关键,系统的可变与转化均可通过联系来描述。集对分析在一般意义上把客观事物间各种各样、千变万化的联系抽象为同一、差异、对立 3 种基本形式,借助联系度概念以简驭繁,为在具体的问题背景下对所需研究的系统展开定量分析提供了一套便于操作的方法,正试图从根本上改变人们长期以来只能辩证地思维,不能辩证地进行运算的现状。

联系度概念集相对确定的同一、对立与相对不确定的差异于一体,给出了原本的同异反分析方法。这实质上是对同一、对立及其中介过渡的一种系统层次上的具体化。这一具体化表明,对不确定性的描述应同时从确定和不确定两方面进行:一方面通过 a 和 c 按 $a + b + c = 1$ 制约差异不确定度 b ; 另一方面, b 的系数 i 又在区间 $[-1, 1]$ 上视不同情况取值。不言而喻,前一方面涉及的是宏观层的不确定,而后一方面则深入到了不确定的微观层。

不确定就是在某区间变化着的东西,只有在特定情况下才能确定。这就是说,分析体现着确定与不确定及宏观与微观的对立统一关系,也体现了系统作为一个整体的分析和综合方法。

联系度概念还暗示人们,系统中的确定性与不确定性常混杂在一起,难解难分,确定中有不确定,不确定中有确定。就分析方法而言,对差异不确定应进一步作出到底是同一还是对立的分析。只要有足够精密、准确的观察、分析手段,就可以把不确定中的确定和确定中的不确定逐步分离出来;而另一方面,由于观察分析手段受现实条件限制又不可能分析彻底。这是对事物分析的深度问题,其中蕴涵着认识系列上的无限深入、无限可分的思想。

当分析涉及联系度的乘法运算时,还会遇到表征不确定性程度的分阶和形式的复合,而且它们带有无限层次性。由此可见,无论是分析过程和分析结果,也无论是认识系列还是联系度的表达,确定-不确定系统都显现出一种无限的等级秩序。这与自然物质系统具有按质量和空间尺度的大小、按相互作用的性质和描述这些作用的理论、按不同的结合能形式与大小以及按普适物理常数划分的等级秩序遥相呼应、如出一辙,共同体现着系统的层次性这一自然界和人类认识体系的基本属性。自然界是无限的,物质层次是不可穷尽的,人类的认识系列、认识方法都显现着无限层次性。人们对层次的探索是永无止境的。

4. 从不确定性的确定过程看

集对分析把不确定性的确定视作一个“过程”。这特别体现在对不确定系数 i 的取值分析上。按 SPA 理论,一般是把依照联系度本身给出的信息取值与根据研究对象实际情况取值结合起来,才能最后确定 i 的数值。这正体现着认识论上理论与实践的统一。当然,某种取值规则的介入不免会带进规则及其使用条件的确定强加给 i 的主观性,而实际对象中 i 的验后取值却属于客观值,这则反映了方法论上主观与客观的辩证统一关系。上面两个统一关系给 i 的取值带来相当的灵活性、机动性,这正是在尊重系数 i 的

本意和不确定本质。由于总体上有来自联系度表达式的有关限制和系统性的描述,所以不必担心 i 的不确定取值会妨碍对问题的研究,必要时只要检验一下 $i=0$ 及 $i=\pm 1$ 这些极端值情形是否合理并在论域内便可。这里同样体现着上述的两个辩证统一关系。

5. 从质与量、前进性与回复性的统一看

辩证法的发展观强调量变与质变的统一、渐进性与飞跃的统一。量变是事物连续的、逐渐的、不显著的变化;质变是渐近过程的中断,是一种质的形态向另一种质的形态的飞跃。量变引起质变,质变又引起新的量变,循环往复以至无穷,构成事物无限多样的发展过程。系统辩证论在此基础上赋予质与量更丰富的内涵,视结构为质量互变的内在根据,给出了结构质变律的表述。

集对分析中的联系度表达式,作为集对中两集合联系的定量刻划,明显地蕴涵着对质的描述。实际上, a, b, c 刻划的两集合的同一、差异、对立的程度本身就是一定意义上的质,而它们之间的大小关系则是深一层次的质。例如, $a > c, b = 0$ 表示两集合有确定的同一趋势, $a < c, b = 0$ 表示有确定的对立趋势; $a + c > b$ 表示以确定性为主, $a + c < b$ 表示以不确定性为主; $a = 0$ 表示两集合无同一性, $c = 0$ 表示无对立性, $b = 0$ 表示无介于同一与对立间的中介情形; $a = b = 0$ 表示两集合的属性是绝对对立的, $b = c = 0$ 表示是绝对同一的;等等。这里, a, b, c 在一定范围内变化是集对(或扩大地说成系统)属性的量变,当这个量变改变了刻划质的大小关系时就必然发生质变。这正体现了当量变达到了一定的关节点时就会引起质变。质变的动因需要就系统的结构去进一步考察。

辩证法的发展观还强调前进性与曲折性的统一、上升性与回复性的统一。即所谓“螺旋式上升”,也就是否定之否定规律。集对分析是用转化系统刻划和体现这一规律的。研究还表明:一个转化系统中的同一、对立趋势随转化次数的增加趋于平衡,而其值却越来越小,相比之下,差异部分反而越来越大。以至于对一个经历了转化次数为无穷大的系统来说,同一与对

立都消失了,剩下来的是无穷无尽的差异。利用这一结果,或许可解释为什么地球上找不到一模一样的两片树叶;为什么一旦放弃了非此即彼的思维方式,呈现在我们面前的就立刻是一个缤纷多彩、复杂奇妙而又变化多端的世界。看来,客观世界本质上可能就是一个 SPA 所说的转化系统。

6. 从对系统整体性数量问题的描述看

这类问题的典型实例之一是所谓麻雀问题。树上有 10 只麻雀,打下 1 只,还剩几只? 答案应是 0 只。然而, $10-1=0$ 的算式是数学中不允许的。

另两个典型例子是“三个臭皮匠,赛过诸葛亮”和“三个和尚没水吃”问题。同样, $1+1+1>3$ 和 $1+1+1<3$ 的算式也是数学不能接受的。

怎样建立这类问题的数学模型? 集对分析中的联系数和不确定量给出了确切的回答。“麻雀问题”可表为 $(10+0i)-(1+9i)=9-9i$ 。

式中的联系数 $10+0i$ 表示麻雀的原来状态,10 只就是 10 只,没有不确定性; $1+9i$ 表示打下 1 只,其余 9 只带有不确定性。按通常结局,可取 $i=1$,结果为 0。当然,如 9 只中有 1 只病雀,要飞也飞不了,则可取 $i=8/9$,结果为 1,即还剩 1 只。“皮匠问题”与“和尚问题”实质上是一个问题,均为 3 人中的每人与其他两人相结合,再结合一起的功效问题,故可类似表示为 $(1+2i)+(1+2i)+(1+2i)=3+6i$ 。

当 $i=1$ 时,结果为 9,描述了“皮匠问题”;当 $i=-12$ 时,结果是 0,描述了“和尚问题”;在极端情况下,取 $i=-1$,则结果为 -3,即 3 人一起非但干不成任何事情,反而出事了端。这里,我们用联系数描述了上面例中的不确定量——麻雀只数和 3 人的整体功效。

这些典型事例的实质是系统的整体性数量问题:前例涉及系统作为一个统一整体与环境的联系、相互作用及对环境的适应性,后二例属整体优化问题。SPA 对这两种问题给出了不确定性的定量描述,体现着系统由于其要素、结构的不同,它的性质、功能一般也不相同;系统整体的性质、功能与其各组成部分的性质、功能并不满足简单的叠加关系:良好的整体功能大于其各部分功能的总和,低劣的整体功能小于其各部分功能的总和。这与系

统的整体观所要求的思维原则完全一致,其中蕴涵着深刻的整体与局部、结构与功能及系统与环境的有机联系与辩证统一的思想。

综上所述,集对分析的理论与方法体现了确定性与不确定性、理论与实践、主观与客观、过程与结果、质变与量变、定性与定量、特殊与一般、局部与整体、结构与功能等的辩证统一关系,体现了物质世界的普遍联系与相互制约、系统的层次性及层次的无限性,也体现了整体优化律、结构质变律、差异协同律等系统辩证论的基本规律。这就是说,SPA 中蕴涵着丰富的系统辩证思维。

1.2 集对分析的主要方法

1.2.1 集对与同异反分析

定义 1.1 由一定联系的 2 个集合所组成的对子称为集对。

由集对的定义可知,武器与装备、军事与国防、指挥与决策、进攻与防御、天时与地利;物质与能量、化合与分解、材料与工艺、机械与电器、电脑与人脑、电子与信息、信息与控制、系统与工程;卖方与买方、生产与销售、价值与价格、质量与标准、运动与保健、方法与对象、过去与现在、天上与地下、历史与未来;以及古今、中外、大小、好坏、胜败、盈亏、男女、老少、离合、集散、形影、虚实、真假等,都可以看成是集对的例子,可以说,集对的内容可以各式各样。

同异反是根据对立同一的哲学原理,在常见的同异性思维基础上给出的一个概念。同,泛指同一、协同、等同、相同等。按集对分析,就是指组成集对 H 的 2 个集合 E, F 在问题 W 背景下的交集非空。2 个集合若具有同关系,则必具有同一性,因此具有同关系的 2 个集合也称同一性集合。反,泛指对立、否定、矛盾、逆向、反对等。按集对分析,就是给定的 2 个集合 E, F 在问题 W 背景下,存在相互背离、否定、反对对方的子集,简称为反集。一个集合的反集总是存在于与之成对的另一个集合内,一个集对因此有 2 个反