

走进科学

小数字里

的大学问

刘玄
编著

郑州大学出版社

走进科学

小数字里

的大字间



刘玄
编著

郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小数字里的大学问 / 刘玄编著. — 郑州 : 郑州大学出版社, 2014.8

(走进科学)

ISBN 978-7-5645-1806-6

I. ①小… II. ①刘… III. ①数学—青少年读物
IV. ①001-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第088240号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路40号

出版人: 王 锋

全国新华书店经销

北京潮河印刷有限公司印制

开本: 787 mm × 1 092 mm 1/16

印张: 12

字数: 150 千字

版次: 2014年8月第1版

邮政编码: 450052

发行部电话: 0371-66658405

印次: 2014年8月第1次印刷

书号: ISBN 978-7-5645-1806-6

定价: 23.80 元

本书如有印装质量问题, 请向本社调换

目 录

数学园地

- 什么是数学 / 002
- 数学是怎样产生的 / 003
- 数是怎么出现的 / 014
- 数的家族成员有哪些 / 016
- 0 只表示什么也没有吗 / 018
- 分数有何妙用 / 019
- 小数的经历是什么 / 022
- 负数是如何引入的 / 023
- 虚数真的“虚”吗 / 024
- 什么是无限大与无限小 / 026
- 什么是哥德巴赫猜想 / 027
- 什么是费尔马数 / 030
- 什么是费尔马大定理 / 031
- 怎样才能将循环小数化成分数 / 033
- 你会译密码吗 / 036
- 你会玩数学魔术吗 / 037
- 什么是数学黑洞“西西弗斯串” / 039
- 九连环怎么解 / 041
- 你会画欧氏蛋吗 / 044



小数字里的大学问

你会画汤比蛋吗 / 046

你会推算科学家的年龄吗 / 048

你知道罪犯是谁吗 / 049

第四名是谁 / 050

谁的算法对 / 051

什么是百鸡问题 / 052

什么是百羊问题 / 054

你能帮助农夫分牛吗 / 055

摆满棋盘的麦粒有多少 / 056

七巧板巧在哪儿 / 057

摸球的奥秘在哪里 / 058

电话号码知多少 / 060

什么是抽屉原则 / 061

角谷是怎样发现的 / 066

汽车灯泡放在哪里 / 068

片门与灯丝的距离是多少 / 068

如何在曲线上找到炮弹爆炸点 / 070

什么是优选法 / 071

什么是黄金分割 / 071

0.618 法有什么用处 / 072

中国数学界的伯乐是指谁 / 074

陈建功的数学成就有哪些 / 076

华罗庚的人生经历是怎样的 / 077

为什么中国古代数学家解方程只求正根而不考虑负根 / 078
为什么美国科学家萨顿称秦九韶是所有时代最伟大的数学家 / 080
为什么说中国是世界古代数学的故乡 / 084
为什么说宋元数学是世界中世纪数学最辉煌的一页 / 088
为什么说我国古代历法以月亮的圆缺为推算的标准 / 091
为什么说中国数学家对哥德巴赫问题的研究是一场接力赛 / 093

数学趣谈

阿凡提巧取银环 / 100
唐王的试题 / 104
星期几的奥秘 / 109
太极八卦 / 113
楚晋商人渡河 / 118
高塔逃生 / 121
普哇松分酒 / 124
韩信分油 / 126
姐妹卖柑子 / 128
五个生日相同的姐妹兄弟 / 130
“守株待兔”古今辩 / 132
捷径的迷惑 / 137
抽签之谜 / 141
大敦穴的发现 / 145
鳧雁相逢 / 147
洛书的神幻 / 148



兔子繁殖 / 149

墨比乌斯环 / 153

四色问题 / 156

分配钥匙 / 158

直线分割圆面 / 159

隔子跳 / 161

猜球 / 162

美的密码 / 163

狼羊渡河 / 166

一则广告 / 168

同一天过生日的人 / 169

都认识或都不认识 / 171

智辨帽色 / 173

红铅笔与黑铅笔 / 174

煎饼的时间 / 176

取苹果 / 176

骑马比慢 / 178

小芳芳的积木 / 179

难穷千里目 / 180

怎样才能打中 / 181

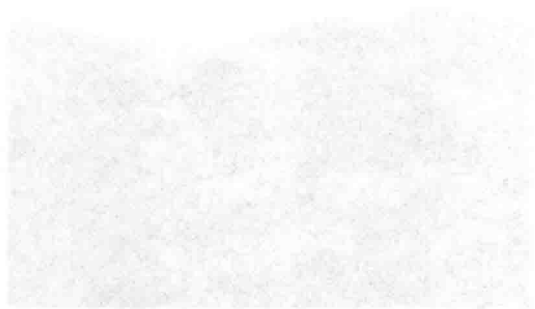
十元钱哪里去了 / 182

池塘里有多少条鱼 / 184

鉴别伪金币 / 185

数学园地

SHUXUE YUANDI





什么是数学

有一则有趣的谜语，谜面是“无所不在，到处不见”，猜的是一种自然物质。谜底是“空气”。

数学就像空气一样，到处都有，谁都离不开它，但谁也不能直接看清它的面貌、它的影子。



我们观看精彩的球赛，比分牌记录赛场风云的是数字；我们乘车旅行，对号入座靠的是数字；试卷上记载成绩的也是数字；每个人年龄、身高、体重等，都要用数字

来表示。

我们看到的日月星辰、高山大河、花草树木、鱼虫鸟兽，从庄严的天安门和雄伟的长城，直到小小的文具盒、铅笔、橡皮等，世界上的一切事物，都有它们各自不同的形状。



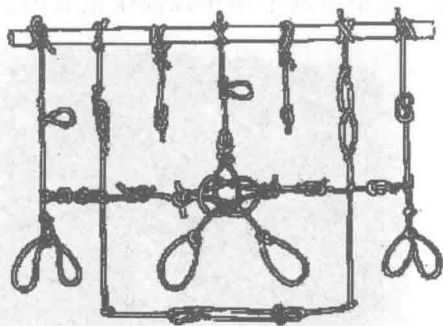
科学家发现，数量和形状是事物最基本的性质，认识事物常常需要从研究数量和形状开始。研究数量和形状的科学，叫作数学。当然，数学所

研究的数量和形状，含义比日常生活中所讲的含义要深广得多。它是一门科学，也是人类活动的重要工具。



数学是怎样产生的

数学最初是从结绳记事开始的。大约在 300 万年前，人类还处于茹毛饮血的原始时代，以采集野果、围猎野兽为生。这种活动常常是集体进行的，所得的“产品”也平均分配。这样，古人便渐渐产生了数量的概念。他们学会了在捕获一头野兽后用一块石子、一根木条来代表，或者用在绳



原始社会结绳计数

子上打结的方法来记事、记数。这样，在原始社会人们的眼光中，一个绳结就代表一头野兽，两个结代表两头；或者一个大结代表一头大兽，一个小结代表一头小兽……数量的观念就是在这些过程中逐渐发展起来的。随着捕

获手段的提高，所获的野兽越多，绳子的结越多，需要的数目也越大。

在距今五六千年以前，沿非洲的尼罗河出现了一个伟大的文明社会——埃及。埃及人较早地学会了农业生产。尼罗河每年 7 月定期泛滥，淹没大片农地，11 月洪水逐渐退落。埃及人通过长期观察，注意到当天狼星和太阳同时出没的时候，正是洪水将至的预兆。还发现，这种现象大约



365 天重复一次。这样，埃及人就选择在洪水泛滥之后留下的肥沃淤泥里栽种，待 6 月洪水来临之前收割，以获得好的收成。这是通过天文观测进行农业生产的结果，其中也包含了数学知识的应用。另一方面，古埃及的农业制度，是把同样大小的正方形土地分配给每一个人的，租用的人每年把他的收成提取一部分给土地所有者——国王。如果洪水冲毁了他们所分得的土地，他可以向国王报告，国王便派人前来调查并测量损失的那一部分，这样，他交的租就会相应减少。这种对土地的测量，引发了几何学的诞生。实际上，几何学的原意是“土地”和“测量”。

数学正是从打结计数和土地测量开始的。

与埃及同时代，世界上还有几个同样伟大的文明社会，如亚洲西部的巴比伦、南部的印度和东部的中国，它们分别创造了自己的文字，同时也产生了各自的计数法和最初的数学知识。在距今两千多年以前生活在欧洲东南部的古希腊人，继承了这些数学知识，并将数学发展成为一门系统的理论科学。古希腊文明被毁灭后，阿拉伯人保存和继承了他们的文化，后来又传回欧洲，使得数学重新繁荣起来，并最终造就近代数学的创立。

1. 泥版的故事

19 世纪前期，人们在亚洲西部伊拉克境内发现了 50 万块泥版，上面密密麻麻地刻有奇怪的符号。这些符号是古巴比伦人所用的文字，现在人们称它为“楔形文字”。科学家



经过研究，弄清了泥版上所记载的是古巴比伦人已获得的知识，其中包括了大量的数学知识。

古代人最初用石块、绳结，后来又用手指来记数。一个指头代表 1，两个指头代表 2，当数到 10 时，就得重新开始，古巴比伦人由此产生了逢十进一的概念；又因为，一年中月亮有 12 次圆缺，一只手又有 5 个指头， $12 \times 5 = 60$ ，这样，他们又有了隔六十进一的记数法。他们用 ▼ 表示 1，用 < 表示 10，从 1 到 9 是用 ▼ 写相应的次数，从 10 到 50 是把 < 和 ▼ 结合起来写相应的次数。例如 35 写成 <<< ▼▼▼。这种记数的方法影响了后人，产生了现在我们所用的十进制和六十进制。例如，1 小时 = 60 分，1 分 = 60 秒。

古巴比伦人还掌握了许多计算方法，并且编制各种数表帮助计算。从那些泥版上，人们发现古巴比伦人已有了乘法表、倒数表、平方和立方表、平方根和立方根表。他们还运用了代数概念。

巴比伦泥版上还有这样的问题：兄弟 10 人分 $1\frac{2}{3}$ 米那（米那及后面的赛克尔都是古代的重量单位，其中 1 米那 = 60 赛克尔）的银子，已知他们分得的银子数成等差数列，而且第八个人的银子为 6 赛克尔，求每人所得的银子数量。从这样的例子中，科学家认识到，古巴比伦人已知道等差数列、等比数列的概念。

古巴比伦人也具备了初步的几何知识。他们会把不规则形状的田地分割为长方形、三角形和梯形来计算面积，也能计算简单的体积。他们非常熟悉等分圆周的方法，求得圆周与直径的比 $\pi \approx 3$ ，还使用了勾股定理。

他们的成就对后来数学的发展产生了巨大的影响。



2. 金字塔和纸草书

闻名世界的埃及金字塔，几百年来不仅以它宏伟高大的气势，吸引了无数旅游观光者，而且由于它别致的设计，精巧的建造，吸引了世界各地的科学家。据对最大的胡夫金字塔的测算，发现它原高 146.5 米（现因损坏高为 137 米），基底正方形原边长 233 米（现为 227 米）。但是，各底边长度的误差仅仅是 1.6 厘米，只是全长的 $\frac{1}{14\,600}$ ；基底直角的误差只有 $12''$ ，仅为直角的 $\frac{1}{27\,000}$ 。此外，金字塔的四个面正向着东南西北，底面正方形两边与正北的偏差，也分别只有 $2'30''$ 和 $5'30''$ 。

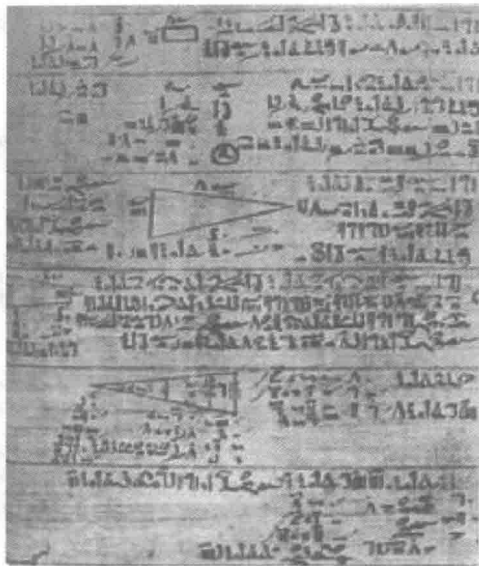
这么高大的金字塔，建造精度如此之高，这使得科学家深信，古埃及人已掌握了丰富的几何知识。当科学家破译了古埃及人流传下来草片上的文字后，这一猜想得到了证实。



原来，在尼罗河三角洲盛产一种形状如芦苇的水生植物——纸莎草，古埃及人把这种草从纵面剖成小条，拼排整齐，连接成片，压榨晒干，用来写字，在纸莎草上写的字，叫纸草书。如今已将这种纸草书的一部分整理出来了。

1822 年，一位名叫高博良的法国人弄清了它们的含义，人们从而知道，古埃及人已学会用数学来管理国家和宗教事务，确定付给劳役者的报酬，求谷仓的容积和田地的面积，按土地面积估计应该征收的地税，计算修造房屋和防御工程所需要的砖块数，计算酿造一定量酒所需的谷物数

量, 等等。换成数学语言就是, 古埃及人已经掌握了加减乘除运算、分数的运算; 他们解决了一元一次方程和一类相当于二元二次方程组的特殊问题。纸草书上还有关于等差数列和等比数列的问题。他们计算矩形、三角形和梯形的面积, 长方体、圆柱体、棱台的体积等结果, 与现代计算值相近。更令人惊奇的是, 他们用公式 $A = (\frac{8}{9}d)^2$ (d 为直径) 来计算圆面积, 这相当于取 π 值为 3.1605, 这是非常了不起的。



古埃及人在纸草书的数学计算

由于具有这样的数学知识, 古埃及人建成金字塔就不足为奇了。

3. 佛掌上的“明珠”

印度是个信奉佛教的国度, 古印度人对古代数学的贡献, 犹如印度佛掌上的明珠那样耀眼, 令人瞩目。

在公元前 3 世纪, 印度出现了数的符号。在公元 200 年到公元 1200 年之间, 古印度人就知道了数字符号和 0 符号的应用, 这些符号在某些情况下与现在的数字很相似。此后, 印度数学引进十进位制的数字和确立数字的位值制, 大大简化了数的运算, 并使记数法更加明确。如古巴比伦的小记号 ▼ 既可以表示 1, 也可以表示 $\frac{1}{60}$, 而在印度人那里, 符号 1 只能表示 1 单位, 若表示十、百等, 须在 1 的后面写上相应个数的 0, 现代人就是这样来记数的。



印度人很早就会用负数来表示欠债和反方向运动。他们还接受了无理数概念，在实际计算中把适用于有理数的运算步骤用到无理数中去。他们还解出了一次方程和二次方程。



印度出现了数的记号

印度数学在几何方面没有取得大的进展，但对三角学贡献很多。这是古印度人热衷于研究天文学的副产品。如在他们的计算中已经用了三种三角量：一种相当于现在的正弦，一种相当于余弦，另一种是正矢，等于 $1 - \cos\alpha$ ，现在已不采用。他们已经知道三角量之间的某些关系式。如

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \text{ 等,}$$

还利用半角表达式计算某些特殊角的三角值。

4. 数学之桥

阿拉伯人对古代数学的贡献，是现在人们最熟悉的 1, 2, ..., 9, 0 十个数字，称为阿拉伯数字。但是，在数学发展过程中，阿拉伯人主要是吸收、保存了希腊和印度的数学，并将它传给欧洲，架起了一座“数学之

桥”。

在算术上，阿拉伯人采用和改进了印度的数字记号和进位记法，也采用了印度的无理数运算，但放弃了负数的运算。代数这门学科的名称就是由阿拉伯人发明的。阿拉伯人还解出一些一次、二次方程，甚至三次方程，并且用几何图形来解释它们的解法。如对于方程

$$x^2 + 10x = 39$$

他们的几何解法如下：作一个正方形，假定它的边长为未知数 x ，然后在它的四边上，向外作 x 与 $\frac{5}{2}$ 的矩形。将其整个图形扩充成边长为 $x+5$ 的正方形，整个大正方形面积，等于边长为 x 的正方形面积与边长为 $\frac{5}{2}$ 的四个正方形面积及边长各为 x 、 $\frac{5}{2}$ 的四个矩形面积之和。所以大正方形面积是

$$x^2 + 4 \times \frac{5}{2} \times x + 4 \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$$

$$\text{即 } x^2 + 10x + 25.$$

$$\text{因为 } x^2 + 10x = 39$$

所以大正方形面积等于 $39 + 25$ 即 64 。因此，大正方形边长等于 8 ，而 x 就是

$$8 - 2 \times \frac{5}{2} = 3$$

阿拉伯人还用圆锥曲线相交来解三次方程，这是一大进步。

阿拉伯人还获得了较精确的圆周率，得到了 $2\pi = 6.283185307195865$ ， π 已计算到 17 位。此外，他们在三角形上引进了正切和余切，给出了平面三角形的正弦定律的证明。平面三角和球面三角的



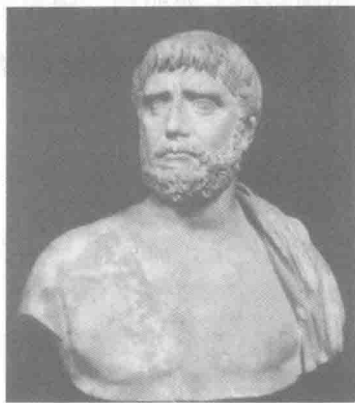
比较完整的理论也是他们提出的。

阿拉伯数学作为“数学之桥”，还在于翻译并著述了大量数学文献，这些著作传到欧洲后，数学从此进入了新的发展时期。

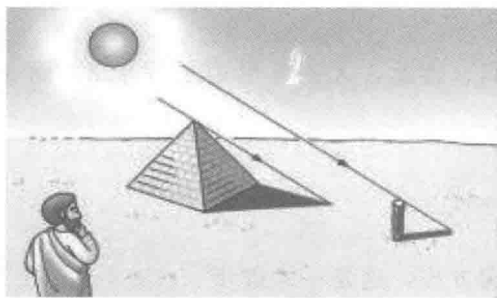
5. 数学的摇篮

巴比伦人和古埃及人积累了许多数学知识，但他们只能回答“怎么做”，却无法回答“为什么”要这么做的道理。古希腊人从阿拉伯人那里学到了这些经验，进行了精细地思考和严密地推理，才逐渐产生了现代意义上的数学科学。

第一个对数学诞生做出巨大贡献的是泰勒斯。他曾利用太阳影子计算了金字塔的高度，实际上就是利用了相似三角形的性质。他弄清楚了：直角彼此相等；等腰三角形的底角相等；圆被任一直径平分；如果两个三角形有一边及这边的两个角对应相等，那么这两个三角形全等；而且证明了这些知识。这些知识现在看起来很简单，但在当时是非常了不起的。



泰勒斯



泰勒斯利用太阳影子计算了金字塔的高度，导致了第一次数学危机。

在泰勒斯之后，以毕达哥拉斯为首的一批学者对数学做出了贡献。他们最出色的成就之一是发现了“勾股定理”，在西方被称为“毕达哥拉斯定理”。正是利用了这一定理，后来导致了无理数的发现，引起