

随机波浪 及其工程应用

俞聿修 编著

大连理工大学出版社

随机波浪及其工程应用

俞聿修 编著

大连理工大学出版社

(辽)新登字 16 号

内 容 简 介

本书比较系统地论述了随机海浪的理论基础——随机过程,随机过程的谱分析,线性系统分析和不规则波浪要素的统计分布,海浪谱的概念、表达式及其测量和估算方法,不规则波浪的数值模拟和物理模型试验的方法,不规则波浪对海岸工程、海洋工程的作用等。内容力求理论联系实际,在广泛介绍国外研究成果的同时,注意总结我国的研究成果。

本书可作为港口工程、海岸工程和海洋工程等专业的研究生教材,也可供上述专业以及海洋水文、船舶设计等专业的师生、研究人员和工程技术人员参考使用。

随机波浪及其工程应用

Suiji Bolang Jiqi Gongcheng Yingyong

俞聿修 编著

大连理工大学出版社出版发行 (邮政编码:116024)

大连理工大学印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张: $8\frac{5}{8}$ 字数:215千字

1992年1月第一版 1992年1月第一次印刷

印数: 0001—1000册

责任编辑:水舟

封面设计:姜严军

责任校对:正嫣

ISBN 7-5611-0466-9/TV·11

定价:2.91元

前 言

波浪作用是海岸工程、海洋工程和船舶上的主要荷载。很久以前,人们就开始采用流体力学的方法研究波浪,建立了多种波浪理论。总的趋势是由线性理论向非线性理论发展,提出了微幅波,斯笃克斯波、孤立波、椭圆波和流函数波浪理论等等,并由低阶向高阶发展。但几乎所有这些理论都把波浪看作是一种理想的规则波动,其参数(波高、波长和周期)是固定不变的。这种理想化的波浪可称之为规则波。这些理论可用来解释波浪运动的不少重要现象、基本概念和解决一些实际问题,至今仍然起着重大的作用。然而,自然界中的海浪是一种非常复杂的物理现象。海浪是由风产生的,由于风速风向多变,海面附近的风场结构复杂,波面对风场还具有反作用,再加上波浪内部涡动、波面破碎等等因素,使得海浪成为一种高度不规则的和不可重复的物理现象,实际上是一种不规则波浪或叫随机波浪。大量事实证明,只有按不规则波(或随机波)来研究海浪,才能正确地描述海浪,才能把海岸工程、海洋工程设计得更加安全、经济、合理。

斯维尔特洛普(Sverdrup)和孟克(Munk)在第二次世界大战期间首先提出了有效波高的概念,并用于预报风浪,开创了不规则波研究的先河。50年代初,皮尔森(Pierson)最先把瑞斯(Rice)关于无线电噪声的理论应用于海浪,与劳曼(Neumann)等提出了能量谱(海浪谱)的概念,并用于海浪预报。从此利用谱以随机过程描述海浪逐步成为主要研究途径,并发展成方向谱。郎盖脱-赫金斯(Longuet-Higgins)研究了海浪的概率分布理论,提出了包括极值

在内的各波要素的概率预报方法。还有很多学者在这方面进行了大量的研究,并用于工程实际。现在,随机波浪(不规则波浪)理论已广泛地应用于海浪预报、船舶设计、海洋工程和海岸工程设计中。1979年,日本由运输省港湾局主编、港湾协会出版的《港湾设施技术标准及编制说明》比较全面地引进了不规则波的概念,大幅度地采用了不规则波设计法。西方先进工业国家也多要求采用不规则波浪进行模型试验。我国《港口工程技术规范》已确立了积极稳妥地采用不规则波设计法的方针,并已开始实施。

本书内容分三部分,一是随机海浪的理论基础,包括随机过程、随机过程的谱分析、线性系统分析和不规则波浪要素的统计分析等四章。第二部分是海浪谱,介绍了海浪谱的基本概念、特性及其表达式,海浪谱的观测和分析方法(第五、六章)。第三部分为不规则波浪的模拟及其对工程的作用(第七、八章)。全书比较系统地论述了随机海浪的理论基础及其实际应用。内容力求理论联系实际,在广泛介绍国外研究成果的同时,注意总结我国的最新成果。但因篇幅有限,本书着重介绍不规则波的方法,而对大家比较熟知的规则波方法,一般不予论述。

目 录

前 言

第一章 随机过程	1
§ 1.1 随机过程的概念	1
§ 1.2 随机过程的统计特征及其运算	2
§ 1.3 平稳随机过程	10
§ 1.4 平稳随机过程的各态历经性	12
§ 1.5 正态随机过程	17
第二章 随机过程的谱分析	19
§ 2.1 谱密度函数	19
§ 2.2 自相关函数	22
§ 2.3 维纳-辛钦定理	23
§ 2.4 窄带谱和宽带谱随机过程	26
§ 2.5 互谱密度函数	32
第三章 线性系统分析	39
§ 3.1 线性系统和非线性系统	39
§ 3.2 线性系统对输入特征的变换	41
§ 3.3 线性系统对输入的反应	43
§ 3.4 输入谱、输出谱和互谱之间的关系	47
§ 3.5 传递函数的确定方法	51
第四章 不规则波浪要素的统计分布	60
§ 4.1 波浪要素和特征波的定义	60
§ 4.2 波高的分布	63

§ 4.3	最大波高的分布	70
§ 4.4	波面极大值的分布	75
§ 4.5	波浪周期的分布	79
§ 4.6	波高与周期的联合分布	85
§ 4.7	波群	87
§ 4.8	海浪的非线性及其统计量的变动性	101
第五章	海浪谱及其表达式	109
§ 5.1	用谱描述波动海面	109
§ 5.2	海浪频谱的一般形式与特性	114
§ 5.3	无限风距的海浪谱	116
§ 5.4	JONSWAP 谱和 Wallops 谱	124
§ 5.5	我国的海浪谱	129
§ 5.6	方向谱	135
§ 5.7	谱与海浪要素的关系	139
第六章	海浪谱的估计	142
§ 6.1	基本概念	142
§ 6.2	由相关函数估计频谱	145
§ 6.3	快速傅氏变换算法估计谱	151
§ 6.4	最大熵法估计谱	155
§ 6.5	方向谱的观测与分析	157
第七章	不规则波浪的模拟	171
§ 7.1	概述	171
§ 7.2	不规则波浪的数值模拟——模拟频谱	172
§ 7.3	不规则波浪的数值模拟——模拟波列	180
§ 7.4	波群的模拟	182
§ 7.5	不规则波的物理模拟	187
§ 7.6	多向不规则波的模拟	194
§ 7.7	非线性波浪的模拟	203

第八章 不规则波浪对工程的作用	211
§ 8.1 概述	211
§ 8.2 考虑不规则波作用的特征波法	213
§ 8.3 单个小直径桩柱上的不规则波浪力	215
§ 8.4 作用于群桩上的波浪力	240
§ 8.5 大直径墩柱上的不规则波浪力	248
§ 8.6 港域不规则波浪的绕射	251
§ 8.7 护岸越浪量和顶高程的确定	254
参考文献	259

第一章 随机过程

§ 1.1 随机过程的概念

自然界的事物都是变化着的,我们过去在经典物理学中研究的事物变化形式,多把它们看作是可以确知的。例如自由落体运动的速度 $v(t) = gt$; 静水压力随水深变化规律 $p(z) = \gamma z$ 等等,它们可用确定的函数予以描述。称之为确定性过程 (Deterministic process)。

另一种过程(例如海浪)是在空域上和时域上高度不规则的和重复的物理现象,其变化形式是预先无法确知的,但是通过每次测验,可测得一个确定的结果,虽然每次实测结果彼此是不相同的。这种变化必须用随机函数加以描述,也叫做随机过程。技术领域遇到的随机函数的例子很多,如风速、海浪、变速水流、地震等。其实,如测量系统、控制系统、调节系统等,在分析系统工作的精确性时,也必须考虑随机干扰的存在,干扰本身以及由它所引起的系统的反应都是时间的随机函数。

测量随机过程所得的结果叫做一个现实(或叫样本函数),它是确定的非随机函数,但各个现实各不相同。因此,为了得到随机过程的统计特性,必须对它作大量的(n 次)独立测量。如图 1.1.1 所示,在同一条件的海域内,布置 n 个同一类型的波高仪,可同时测得 n 个记录 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, 得到 n 个现实(或 n 个样本函数),总称为总体[或样集 $X(t)$]。在某个固定时刻 t_1 , 可读得各样

本的瞬时波面高度 $x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_n(t_1)$, 它们是一组通常的随机变量(Random Variable)。在时刻 $t_1 + \tau$, 可得另一组随机变量 $x_1(t_1 + \tau), x_2(t_1 + \tau), \dots, x_n(t_1 + \tau)$, 依此类推。因此我们也可以这样来定义随机函数: 对自变量的每一个给定值(例如 $t = t_1$), 函数 $X(t)$ 的值(与 $t = t_1$ 相对应的每一个截面)为随机变量, 这样的函数称为自变量 t 的随机函数。也可以说, 随机函数是随机变量随时间的变化, 是随机变量系的推广。因此, 可近似地用研究多元随机变量来代替研究随机函数。但如以后将讲到的那样, 通常问题可得到简化。

随机函数的自变量 t 并非一定是时间, 而且可以不只是一个自变量。

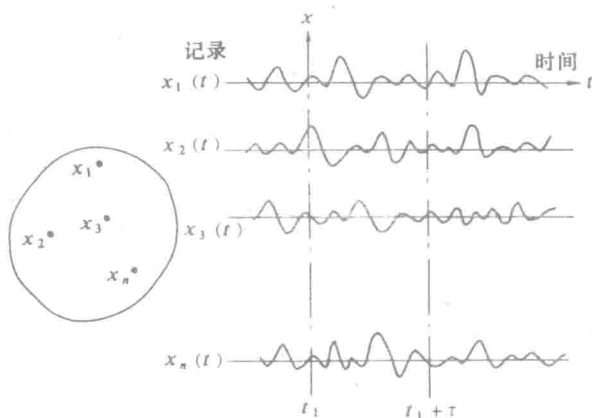


图 1.1.1 在 n 个点同步测得 n 个现实

§ 1.2 随机过程的统计特征及其运算

一、随机变量的特征值

在研究随机过程的统计特征之前, 先简述随机变量 X 的特征

及其运算。

1. 均值 (Mean value) 及其特性

$$m_x = E(X) = \begin{cases} \sum_s x_i p(x_i) & \text{离散随机变量} \\ \int_s x f(x) dx & \text{连续随机变量} \end{cases} \quad (1.2.1)$$

此处 $p(x_i)$ 为 x_i 的概率质量函数, $f(x)$ 为概率密度函数。均值为随机变量的一阶原点矩。

如通过随机实验得到一系列独立的观测值: $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其样本均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.2.2)$$

均值具有以下特性:

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad E[a] &= a & a \text{ 为常数} \\ (2) \quad E[aX] &= aE[X] \\ (3) \quad E[X + a] &= E[X] + a \\ (4) \quad E[X + Y + Z + \dots] &= E[X] + E[Y] + E[Z] + \dots \\ (5) \quad E[XYZ\dots] &= E[X]E[Y]E[Z]\dots \end{aligned} \right\} \quad (1.2.3)$$

此处 X, Y, Z 为相互独立的随机变量。

2. 方差 (Variance) 及其特性

方差:

$$D[X] = \sigma_x^2 = E[(X - m_x)^2] = \begin{cases} \sum_s (x_i - m_x)^2 p(x_i) & \text{离散随机变量} \\ \int_s (x - m_x)^2 f(x) dx & \text{连续随机变量} \end{cases} \quad (1.2.4)$$

样本方差 (Sample variance):

$$D[X] = \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.2.4a)$$

σ 称为标准差(Standrad deviation)。

方差表明随机变量偏离其均值的程度,等于随机变量的二阶中心矩。

一般只要均值和方差二个参数即可表征随机变量的特性。

方差的特性:

- | | | |
|-----|--|---|
| (1) | $D[X] = E[X^2] - (E[X])^2$ | } |
| (2) | $D[a] = 0$ 此处 a 为常数 | |
| (3) | $D[aX] = a^2 D[X]$ | |
| (4) | $D[a + X] = D[X]$ | |
| (5) | $D[aX + bY] = a^2 D[X] + b^2 D[Y]$ X 和 Y 是相互独立的
$D[aX + bY] = a^2 D[X] + b^2 D[Y]$
$+ 2ab \operatorname{cov}[X, Y]$ X 和 Y 是相关的 | |
- (1.2.5)

$\operatorname{cov}[X, Y]$ 称为 X 和 Y 的协方差。

此处仅对上述特性(1)予以证明:

$$\begin{aligned}
 D[X] &= E[(X - m_x)^2] \\
 &= E[X^2 - 2m_x X + m_x^2] \\
 &= E[X^2] - 2m_x E[X] + m_x^2 \\
 &= E[X^2] - (E[X])^2
 \end{aligned}$$

3. 协方差(Covariance)

两个随机变量之间的协方差表征它们之间的相关性,有如下定义:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{cov}[X, Y] &= E[(X - m_x)(Y - m_y)] \\
 &= E[XY] - E[X]E[Y] \quad (1.2.6)
 \end{aligned}$$

协方差是两个随机变量的二阶中心混合矩。上式右边第一项是 X ,

Y 的二阶原点混合矩,叫做 X, Y 的相关矩,用 R_{xy} 表示,即

$$\text{cov}[X, Y] = R_{xy} - m_x m_y \quad (1.2.7)$$

$$R_{xy} = E[XY] \quad (1.2.8)$$

当 $m_x = 0, m_y = 0$ 时, $\text{cov}[X, Y] = R_{xy}$;

当 $X = Y$ 时, $\text{cov}[X, Y] = \text{cov}_{xx} = D_x$;

当 X, Y 相互独立时, $\text{cov}[X, Y] = 0$.

样本协方差(Sample covariance)

$$\begin{aligned} \text{cov}[X, Y] &= \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \sum_i x_i y_i - \bar{x} \bar{y} \end{aligned} \quad (1.2.6a)$$

为便于相互比较,常采用无因次的协方差 r_{xy} 来表征随机变量 X 和 Y 之间的相关程度,通常称之为相关系数,即

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \text{cov}[X, Y] / (\sigma_x \sigma_y) \\ &= \frac{1}{n \sigma_x \sigma_y} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

$0 \leq r_{xy} \leq 1$ 。当 X 与 Y 不相关时, $r_{xy} = 0$; X 与 Y 完全相关时, $r_{xy} = 1$ 。

本书用 $D[X]$ 表示求随机变量 X 的方差,用 $\text{cov}[X, Y]$ 表示求 X 和 Y 的协方差。 D_x 和 cov_{xy} 则分别表示 X 的方差值和 X 与 Y 的协方差值。而 $m_x = E[X]$ 为对随机变量 X 求得的均值。以下类推。

二、随机过程的统计特征

如 § 1.1 所述,对于某一随机过程 $X(t)$,通过大量的测量,可得到一个样集。于每一个瞬时 t 可得到一组随机变量,如上可求得其均值和方差。显然它们都是时间的函数,因此随机过程的数学期望(Expected value)为

$$m_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (1.2.10)$$

它是某个平均函数,是非随机的。随机函数就在其附近变动。对于

每一个固定的 t 值, $m_x(t)$ 决定了随机函数每个截口的分布中心。

随机过程的方差:

$$\begin{aligned} D_x(t) &= D[X(t)] = E[(X(t) - m_x(t))^2] \\ &= E[X(t)^2] - (E[X(t)])^2 \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

它表示随机过程的可能现实相对于数学期望的离散情况。

与随机变量不同, 仅有数学期望和方差还不足以充分显示随机过程的特征。图 1.2.1 给出二个明显不同的随机过程, 但它们的数学期望和方差可以彼此几乎相同。随机函数 $X_1(t)$ 的特点是平滑缓慢地变化, 在 t_1 和 t_2 时刻的量值之间有着明显的相关性。而 $X_2(t)$ 的特点是不规则的振动, 随着时间差的增大, 在 t_1 和 t_2 时刻的量值之间的关系很快消失。这种相关程度的差别可用自协方差函数 (Auto covariance function) 表示。

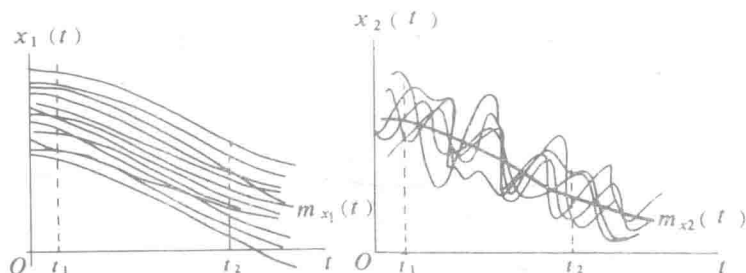


图 1.2.1 二种不同的随机过程

随机函数的自协方差函数 (或简称为协方差函数) 为

$$\begin{aligned} \text{cov}[x(t_1), x(t_2)] &= E[\{x(t_1) - m_x(t_1)\} \{x(t_2) - m_x(t_2)\}] \\ \text{cov}[x(t_1), x(t_2)] &= E[x(t_1)x(t_2)] - m_x(t_1)m_x(t_2) \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

上式左侧的协方差函数是相对于 t_1, t_2 二个截口的二阶中心混合矩。右侧第一项为相应的二阶原点混合矩, 叫做 X 的自相关函数, 通常用 $R_{xx}(t_1, t_2)$ 表示, 协方差函数可用 $\text{cov}_x(t_1, t_2)$ 表示, 即

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] \quad (1.2.13)$$

$$\text{cov}_x(t_1, t_2) = R_{xx}(t_1, t_2) - m_x(t_1)m_x(t_2) \quad (1.2.14)$$

如随机过程的数学期望为零(通常认为海浪符合此条件),则其自协方差函数和自相关函数相同。也许正由于这个原因,有些书上统称之谓为相关函数。

显然协方差函数具有对称性,即 $\text{cov}[x(t_1)x(t_2)] = \text{cov}[x(t_2)x(t_1)]$ 。它表示随机函数每一对截面间的线性依赖的程度,图 1.2.1 中,(a)和(b)的协方差函数是截然不同的。

在式(1.2.12)中,如取 $t_1 = t_2 = t$,协方差函数就变成方差,因此方差是协方差函数的特例。故随机函数的基本特征可由数学期望和协方差函数二者表示。实用上有时不用协方差函数,而代之以标准化协方差(Normalized covariance):

$$\rho_x(t_1, t_2) = \frac{\text{cov}_x(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)}, \quad (-1 \leq \rho_x(t_1, t_2) \leq 1) \quad (1.2.15)$$

如 § 1.1 所述,可近似地用研究多元随机变量来代替研究随机函数,即对随机过程进行 n 次观测,并且分别对一系列时刻 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 采样,分别求出各时刻随机变量的特征即数学期望和协方差(参阅图 1.1.1):

$$m_x(t_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i(t_k) \quad (1.2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}_x(t_k, t_l) &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t_k) - m_x(t_k)][x_i(t_l) - m_x(t_l)] \\ &= \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t_k)x_i(t_l) - m_x(t_k)m_x(t_l) \right] \frac{n}{n-1} \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

由上列公式可求得随机变量的数学期望和协方差函数的近似值,它们都随时间变化。为此,必须对一个随机过程进行大量观测,以便得到足够多的现实(样本),并对很多个时间截面进行分析计算。这在实际上是很困难的,同时这种处理方法也很复杂。事实上,

对于工程实践中遇到的不少随机过程,由于它们本身具有的特点,上述研究方法可得到重大的简化。这将在 § 1.3 到 § 1.5 中加以说明。

三、随机函数运算后的特征变化

1. 随机函数加上一个非随机函数(波动与潮位相加是一例)

$$\text{设} \quad Y(t) = X(t) + \varphi(t) \quad (1.2.18)$$

$$\text{则} \quad m_y(t) = m_x(t) + \varphi(t) \quad (1.2.19)$$

$$\text{cov}_y(t_1, t_2) = \text{cov}_x(t_1, t_2) \quad (1.2.20)$$

采用中心化随机函数 $\dot{Y} = Y(t) - m_y(t)$ 和 $\dot{X}(t) = X(t) - m_x(t)$, 由式(1.2.18)、(1.2.19)得 $\dot{Y}(t) = \dot{X}(t)$. 按协方差函数的定义: $\text{cov}_y(t_1, t_2) = E[\dot{Y}(t_1)\dot{Y}(t_2)] = E[\dot{X}(t_1)\dot{X}(t_2)] = \text{cov}_x(t_1, t_2)$, 即(1.2.20)式。即加上非随机函数后,随机函数的协方差函数不变。

2. 随机函数乘上非随机函数

$$Y(t) = X(t)\varphi(t) \quad (1.2.21)$$

$$m_y(t) = \varphi(t)m_x(t) \quad (1.2.22)$$

$$\text{cov}_y(t_1, t_2) = \varphi(t_1)\varphi(t_2)\text{cov}_x(t_1, t_2) \quad (1.2.23)$$

3. 二个随机函数相加

在实际问题中,经常遇到输入动力系统的不是一个随机函数,而是二个或多个随机函数(例如波、流并存),其中每个随机函数是由各不相同的扰动产生的,这样就产生了随机函数相加的问题。

$$\text{设} \quad Z(t) = X(t) + Y(t) \quad (1.2.24)$$

$$\text{则} \quad m_z(t) = m_x(t) + m_y(t) \quad (1.2.25)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}_z(t, t') &= \text{cov}_x(t, t') + \text{cov}_y(t, t') \\ &\quad + \text{cov}_{xy}(t, t') + \text{cov}_{yx}(t', t) \end{aligned} \quad (1.2.26)$$

上式中 $\text{cov}_{xy}(t, t')$ 和 $\text{cov}_{yx}(t', t)$ 是二个随机函数 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 之间的互协方差函数。

$$\left. \begin{aligned} \text{cov}_{xy}(t, t') &= E[\{X(t) - m_x(t)\}\{Y(t') - m_y(t')\}] \\ \text{cov}_{yx}(t', t) &= E[\{X(t') - m_x(t')\}\{Y(t) - m_y(t)\}] \end{aligned} \right\} \quad (1.2.27)$$

互协方差函数表征二个随机函数 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 对应于每一对 t, t' 值的二截面间的线性依从关系的程度,它相对于自变量是非对称的,但

$$\text{cov}_{xy}(t, t') = \text{cov}_{yx}(t', t) \quad (1.2.28)$$

如 $X(t), Y(t)$ 相互独立,则 $\text{cov}_{xy}(t', t) = 0, \text{cov}_{yx}(t, t') = 0$. 由式(1.2.26)可知,互不相关的随机函数之和的协方差函数等于被加项的协方差函数之和。

人们常同时应用互协方差函数 $\text{cov}_{xy}(t, t')$ 和标准化互协方差函数:

$$\rho_{xy}(t, t') = \frac{\text{cov}_{xy}(t, t')}{\sigma_x(t)\sigma_y(t')}, \quad (-1 \leq \rho_{xy}(t, t') \leq 1) \quad (1.2.29)$$

四、复随机函数

在实际应用中,把随机函数及其特征写成复数形式常比实数形式方便。

$$\text{先说复随机变量} \quad Z = X + iY \quad (1.2.30)$$

$$\text{数学期望} \quad m_z = m_x + im_y \quad (1.2.31)$$

$$\text{采用中心化随机变量:} \quad \dot{Z} = \dot{X} + i\dot{Y}$$

$$\begin{aligned} \text{方差} \quad D_z &= E[|\dot{Z}|^2] \quad (\text{参阅图 1.2.2}) \\ &= E[\dot{X}^2 + \dot{Y}^2] = E[\dot{X}^2] + E[\dot{Y}^2] \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad D_z = D_x + D_y \quad (1.2.32)$$

D_z 是非负的实数,仅当 Z 不是随机量时, $D_z = 0$. 同时指出,此处不能像通常那样定义 $D_z = E[\dot{Z}^2]$ 。

协方差

$$\text{设} \quad \left. \begin{aligned} Z_1 &= X_1 + iY_1 \\ Z_2 &= X_2 + iY_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.33)$$

如前所述,当 $Z_1 = Z_2 = Z$ 时, Z_1 和 Z_2 的协方差应等于方差。为此,必须取协方差为

$$\begin{aligned} \text{cov}[Z_1, Z_2] &= E[\dot{Z}_1 \bar{\dot{Z}}_2] = E[(\dot{X}_1 + i\dot{Y}_1)(\dot{X}_2 - i\dot{Y}_2)] \\ &\quad (1.2.34) \end{aligned}$$