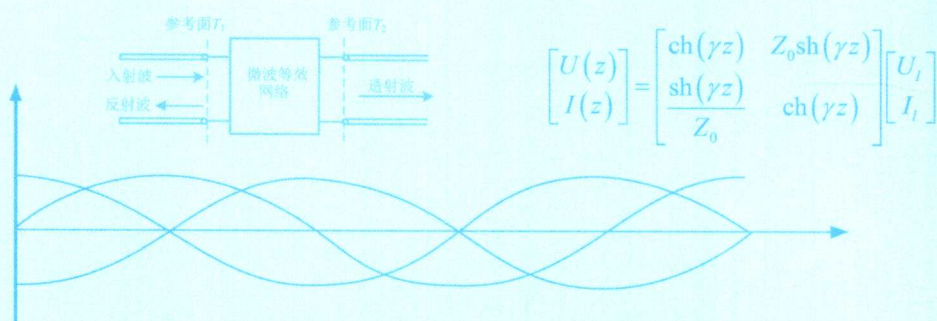
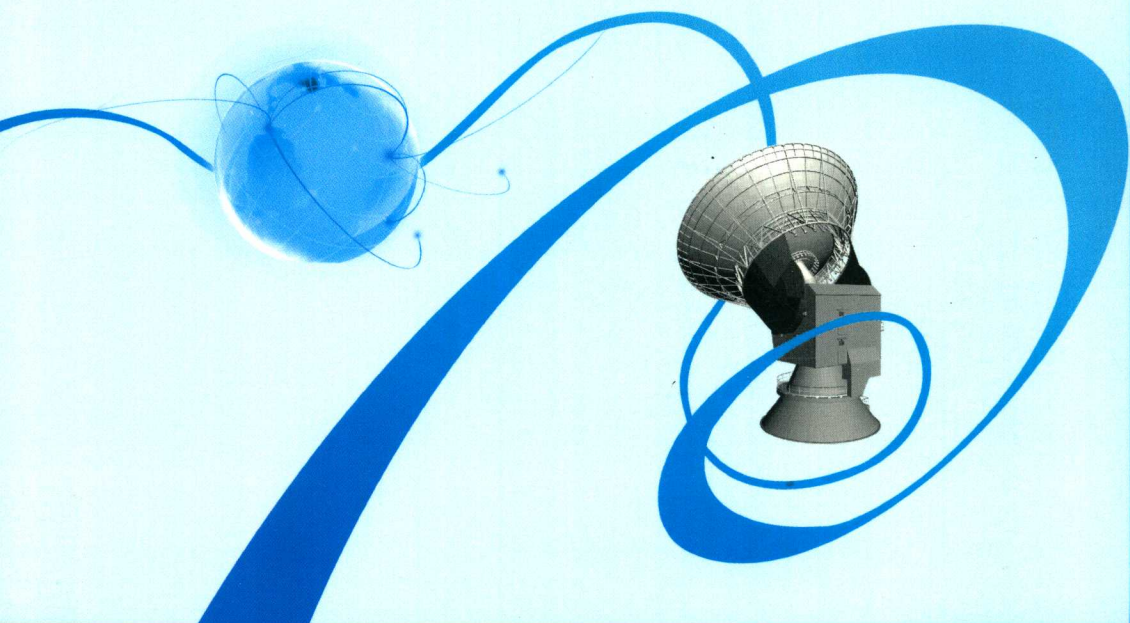




微波电路与天线 习题详解

WEIBO DIANLU YU TIANXIAN XITI XIANGJIE

闫述 封陆游 解欢 编著



微波电路与天线 习题详解

WEIBO DIANLU YU TIANXIAN XITI XIANGJIE

闫述 封陆游 解欢 编著

 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS
镇 江

图书在版编目(CIP)数据

微波电路与天线习题详解 / 闫述, 封陆游, 解欢编
著. —镇江: 江苏大学出版社, 2015. 12
ISBN 978-7-5684-0097-8

I. ①微… II. ①闫… ②封… ③解… III. ①微波电
路—高等学校—习题集 ②微波天线—高等学校—习题集
IV. ①TN710-44 ②TN822-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 310552 号

微波电路与天线习题详解

编 著/闫 述 封陆游 解 欢

责任编辑/吴昌兴

出版发行/江苏大学出版社

地 址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)

电 话/0511-84446464(传真)

网 址/http://press. ujs. edu. cn

排 版/镇江华翔票证印务有限公司

印 刷/虎彩印艺股份有限公司

经 销/江苏省新华书店

开 本/787 mm×1 092 mm 1/16

印 张/5.75

字 数/140 千字

版 次/2015 年 12 月第 1 版 2015 年 12 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-5684-0097-8

定 价/18.00 元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)

前 言

本书是为《微波电路与天线》(闫述、郑召文、孔娃编著,江苏大学出版社,2015)教材配套的习题答案。教材由绪论和第1章~第10章构成,这里给出了第1章~第9章全部习题的详细解题步骤,同时也给出了求解过程中用到的公式、定理等依据的出处。涉及教材中的公式、图、表、章节等均以教材中的编号方式给出,如图1-1a、公式(1.3-22)、表2-1、附录1-4等。题目编号也与教材相一致,求解中的自有公式、图、表等另行编号。教材中题目的错漏等,在习题详解中做了修订,以此为准。另外,习题详解中还给出了少量的补充信息。

作者期待着任课教师、同学们、各位同行的批评指正。

编 者

2015年11月

目 录

第 1 章 微波传输线理论	01
1.1	01
1.2	01
1.3	01
1.4	02
1.5	02
1.6	02
1.7	03
1.8	04
1.9	04
1.10	04
1.11	05
1.12	05
1.13	08
1.14	09
1.15	09
1.16	10
1.17	12
1.18	13
1.19	14
1.20	14
1.21	15
1.22	15
1.23	15
第 2 章 规则波导	19
2.1	19
2.2	19
2.3	20
2.4	20
2.5	20
2.6	21
2.7	21
2.8	22
2.9	22

2.10	23
2.11	24
2.12	24
2.13	24
2.14	24
2.15	25
2.16	25
2.17	25
2.18	26
第3章 微波集成传输线	27
3.1	27
3.2	27
3.3	27
3.4	27
3.5	28
3.6	28
3.7	29
3.8	29
3.9	29
3.10	30
3.11	30
3.12	30
第4章 微波网络初步	31
4.1	31
4.2	31
4.3	32
4.4	33
4.5	33
4.6	34
4.7	34
4.8	34
4.9	35
4.10	36
4.11	37
4.12	38
4.13	39
4.14	40
4.15	41
4.16	42
4.17	43

第 5 章 微波元器件	45
5.1	45
5.2	45
5.3	45
5.4	46
5.5	46
5.6	46
5.7	47
5.8	47
5.9	47
5.10	48
5.11	49
5.12	50
5.13	52
5.14	54
5.15	54
5.16	55
5.17	56
5.18	58
5.19	58
5.20	59
5.21	60
5.22	60
5.23	61
5.24	61
5.25	62
5.26	62
5.27	63
5.28	63
第 6 章 天线的辐射与接收	64
6.1	64
6.2	64
6.3	65
6.4	65
6.5	65
6.6	65
6.7	66
第 7 章 线天线	67
7.1	67
7.2	67

7.3		68
7.4		68
7.5		69
7.6		70
第 8 章	面天线	71
8.1		71
8.2		71
8.3		72
8.4		72
第 9 章	电波传播概要	74
9.1		74
9.2		74
9.3		74
9.4		76
9.5		76
9.6		76
9.7		76
9.8		77
附录 A		79
附录 B		80
参考文献		83

第1章 微波传输线理论

1.1 什么叫传输线？微波传输线可分为哪几类？

【解答】 传输线是传输电磁能量和信号的线路。按传输的波的类别，微波传输线大致可分为三种类型：第一类是由平行导体构成的双导体传输线，由两根或两根以上的平行导体构成，使电磁能量约束或限制在导体之间的空间沿轴向传输，主要有如图 1-1a 所示的平行双线、同轴线、带状线、微带线、共面波导等，这类传输线主要用来传输 TEM 波（横电磁波）或准 TEM 波，故又称为 TEM 波传输线；第二类是单导体传输线，一般由填充均匀介质的金属波导管构成，使电磁能量约束或限制在金属管内或介质槽内沿轴向传输，主要有如图 1-1b 所示的矩形波导、圆波导、脊形波导、椭圆波导、槽线等，这类传输线只能传输 TE 波（横电波）或 TM 波（横磁波）；第三类是介质传输线，可以使电磁能量约束在波导结构周围沿介质表面轴向传输，主要有如图 1-1c 所示的镜像线、介质线、空心介质波导、填充介质的介质波导等，因为此类传输线上电磁波主要沿表面传输，故又称为表面波波导。

1.2 什么是“长线”？什么是“短线”？

【解答】 传输线几何长度 l 和线上传输的电磁波波长 λ 的比值 l/λ （称为电长度）大于或接近于 1 的为长线；传输线几何长度与线上传输的电磁波波长相比可忽略不计的为短线。

1.3 传输线长度为 10 cm，当信号频率为 937.5 MHz 时，此传输线是长线还是短线？当信号频率为 6 MHz 时，此传输线是长线还是短线？

【解答】 根据电磁理论中的波长公式，可知自由空间中：

$f=937.5$ MHz 信号的波长和电长度

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{937.5 \times 10^6} = 0.32 \text{ m} \\ \frac{l}{\lambda} &= \frac{10 \times 10^{-2}}{0.32} = 0.3125 \end{aligned} \right\} \quad (1-3.1)$$

$f=6$ MHz 信号的波长和电长度

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^6} = 50 \text{ m} \\ \frac{l}{\lambda} &= \frac{10 \times 10^{-2}}{50} = 0.002 \end{aligned} \right\} \quad (1-3.2)$$

传输线几何长度 l 和线上传输的电磁波波长 λ 的比值 l/λ 称为电长度。按传输线上正弦电磁波周期性的体现程度，电长度大于或接近 1 的定义为长线，电长度远小于 1 的定义为短线。当电长度 $l/\lambda \geq 1$ 时，容易判断为长线；接近和远小于 1 并没有统一的标准，

可按对精确度的不同要求设定。一般情况下以 $l/\lambda = 1/20$ 为界, 信号频率 $f = 937.5$ MHz 时 10 cm 传输线的电长度 $l/\lambda = 0.3125 > 0.05$ 是长线; $f = 6$ MHz 时 10 cm 传输线的电长度 $l/\lambda = 0.002 < 0.05$ 是短线。

1.4 什么叫做分布参数电路? 它与集总参数电路在概念和处理方法上有何不同? 为什么说分布电阻、分布电感、分布电容和分布电导随频率的增高不容忽略?

【解答】 需要考虑电容、电感、电阻、电导等参数分布性的电路称为分布参数电路。参数的分布性指电路中同时刻相邻两点的电压或电流不相同, 说明分布参数电路的电压、电流除了是时间的函数外, 还是空间坐标的函数。集总参数电路不考虑连接线的长度, 仅考虑器件间的连接关系, 不考虑连接线的分布参数, 或者将分布参数归结到集总器件中; 分布参数电路将均匀传输线划分成微分段, 取一微分线元 Δz ($\Delta z \ll \lambda$) 视为集总参数电路, 取极限后建立分布参数的电压和电流微分方程, 代入边界条件求解, 导出传输线方程。

在低频集总参数电路中, 认为电场能量全部集中在电容器中, 磁场能量全部集中在电感器中, 消耗能量的是电阻(电导)元件。两元件间的连接线上, 电流自一端流到另一端的时间远小于信号的一个周期, 沿线电压、电流的幅值与相位及空间位置无关。连接线本身的电阻、单导线的分布电感、导线间的分布电容可以忽略不计。即使需要考虑, 也可以把分布参数归结到整个电路的集总参数中去, 如将连接线的电阻归结到串联电阻中、将漏电导用并联电导表示。但在微波波段, 趋肤效应使连接线电阻增大, 分布电容的容抗 $1/(j\omega C)$ 、分布电感的感抗 $j\omega L$ 都随频率的增高对电路产生影响; 和波长相比, 电路中作为传输线的连接导线变成了长线, 信号的周期性沿线体现了出来, 传输线上电压、电流随时间和空间变化, 划分成微分段取极限后, 分布参数(电感、电容、电阻和漏电导)将参与建立传输线方程。因此, 分布电阻、分布电感、分布电容和分布电导随频率的增高不容忽略。

1.5 设双导线的分布电感 $L = 0.999$ nH/mm, 分布电容 $C = 0.100$ 1 pF/mm, 比较工作频率为 50 Hz 和 5 GHz 时串联电抗和并联电纳的大小。

【解答】 参见图 1-3b 传输线等效电路, 工作在 $f = 50$ Hz 时引入的串联电抗

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.999 \times 10^{-9} \approx 3.14 \times 10^{-7} \Omega/\text{mm} \quad (1-5.1)$$

并联电纳

$$B_C = \omega C = 2\pi f C = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.1001 \times 10^{-12} \approx 3.14 \times 10^{-11} \text{ S}/\text{mm} \quad (1-5.2)$$

当频率升到 5 GHz 时的串联电抗

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \times 3.14 \times 5 \times 10^9 \times 0.999 \times 10^{-9} \approx 3.14 \times 10^1 \Omega/\text{mm} \quad (1-5.3)$$

并联电纳

$$B_C = \omega C = 2\pi f C = 2 \times 3.14 \times 5 \times 10^9 \times 0.1001 \times 10^{-12} \approx 3.14 \times 10^{-3} \text{ S}/\text{mm} \quad (1-5.4)$$

与工作频率 50 Hz 时相比, 5 GHz 的串联电抗和并联电纳是前者的 10^8 倍, 分布参数在高频下的作用不容忽视。

1.6 在图 1-5 至图 1-9 的传输线上正弦谐变的电压分布 U 、电流分布 I 为什么用

$|U|$ 和 $|I|$ 表示?

【解答】 这与微波测量有关。以直流和交流电的测量为例:众所周知,当用万用表测量直流电压和电流时,有正负指示;测量交流电压和电流时测量的是一个周期的有效值,不再区分正负(交流电压在一个周期内,通过纯电阻负载所产生的热量与直流电压在同一负载上产生的热量相等时,该直流电压的数值表示了交流电压的有效值)。微波波段是高频交流电,因此大多专业书籍上表示电压和电流波形取 $|U|$ 和 $|I|$ 的形式。实际上,微波波段的电压和电流值难以直接测量。可以直接测量的波长、驻波比(及反射系数)、输入阻抗等,均通过测量波节点的位置得到。

1.7 有特性阻抗 $Z_0 = 100 \Omega$ 的均匀无耗传输线,传送 3 GHz 信号,端接 $Z_L = 75 + j100 \Omega$ 负载,试求传输线上的驻波系数、离负载 10 cm 处的反射系数、离负载 2.5 cm 处的输入阻抗。

【解答】 终端反射系数公式(1.3-22)为

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(75 + j100) - 100}{(75 + j100) + 100} = \frac{-1 + j4}{7 + j4} = \frac{9 + j32}{65} \approx 0.51 \angle 74.3^\circ = |\Gamma_L| e^{j\phi_L} \quad (1-7.1)$$

式中, $|\Gamma_L| \approx 0.51$, $\phi_L = 74.3^\circ$ 。

驻波比公式(1.3-29a)为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \approx \frac{1 + 0.51}{1 - 0.51} \approx 3.08 \quad (1-7.2)$$

反射系数公式(1.3-23)为

$$\Gamma(z) = |\Gamma_L| e^{j(\phi_L - 2\beta z)} \quad (1-7.3)$$

式中,

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2\pi}{\lambda}, \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^9} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm} \\ \Gamma(z) &= |\Gamma_L| e^{j(\phi_L - \frac{4\pi}{10} 10)} = |\Gamma_L| e^{j(\phi_L - 4\pi)} \\ &= |\Gamma_L| e^{j\phi_L} \approx 0.51 \angle 74.3^\circ \end{aligned} \quad (1-7.4)$$

实际上,离终端 10 cm 处恰好等于 1 个波长,根据 $\lambda/2$ 的重复性可直接得出上述结果。

根据输入阻抗公式(1.3-17),有

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)} = 100 \frac{(75 + j100) + j100 \tan(2\pi \times 2.5/10)}{100 + j(75 + j100) \tan(2\pi \times 2.5/10)} \\ &= \frac{100 \times 100}{75 + j100} = 48 - j64 \Omega \end{aligned} \quad (1-7.5a)$$

类似地,将 $2.5 \text{ cm} = \lambda/4$ 代入传输线 $\lambda/4$ 阻抗变换性公式(1.3-20b)中

$$Z_{in}(z + \lambda/4) Z_{in}(z) = Z_0^2$$

有

$$\begin{aligned} Z_{in}(0 + \lambda/4) Z_{in}(0) &= Z_0^2 \rightarrow Z_{in}(\lambda/4) Z_L = Z_0^2 \\ \rightarrow Z_{in}(\lambda/4) &= \frac{Z_0^2}{Z_L} = \frac{100^2}{75 + j100} = 48 - j64 \Omega \end{aligned} \quad (1-7.5b)$$

1.8 有特性阻抗为 Z_0 的无耗传输线,第一个电压波节点到负载的距离 $l_{\min}$,试证明终端负载为

$$Z_l = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan(\beta l_{\min})}{\rho - j \tan(\beta l_{\min})}$$

式中, ρ 为驻波系数。

【证明】 根据输入阻抗公式(1.3-17)和波节点阻抗公式(1.4-11c),有

$$Z_{\text{in}}(l_{\min}) = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(\beta l_{\min})}{Z_0 + jZ_l \tan(\beta l_{\min})} = \frac{Z_0}{\rho} \quad (1-8.1)$$

整理后

$$Z_l = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan(\beta l_{\min})}{\rho - j \tan(\beta l_{\min})} \quad (1-8.2)$$

1.9 在特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的均匀无耗传输线上,测得 $|U|_{\max} = 100 \text{ mV}$, $|U|_{\min} = 20 \text{ mV}$,第一个电压波节点的位置离负载 $l_{\min} = \lambda/3$,求负载阻抗 Z_l 。

【解答】 根据驻波比的定义式(1.3-27a),有

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{100}{20} = 5 \quad (1-9.1a)$$

由终端反射系数和驻波比的关系式(1.3-29b)可得

$$|\Gamma_l| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{5 - 1}{5 + 1} = \frac{2}{3} \quad (1-9.1b)$$

根据式(1.4-11a),从第一波节点位置得出终端反射系数相位

$$l_{\min} = z_{\min} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_l + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{3}, \phi_l = \frac{\pi}{3} \quad (1-9.1c)$$

那么终端反射系数

$$\Gamma_l = |\Gamma_l| e^{j\phi_l} = \frac{2}{3} e^{j\pi/3} \quad (1-9.2a)$$

利用式(1.3-22),可知负载阻抗为

$$\begin{aligned} Z_l &= Z_0 \frac{1 + \Gamma_l}{1 - \Gamma_l} = 50 \frac{1 + (2/3)e^{j\pi/3}}{1 - (2/3)e^{j\pi/3}} = 50 \frac{1 + (2/3)[\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3)]}{1 - (2/3)[\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3)]} \\ &= 50 \frac{1 + (2/3)[1/2 + j\sqrt{3}/2]}{1 - (2/3)[1/2 + j\sqrt{3}/2]} \approx 82.4 \angle 64.3^\circ \end{aligned} \quad (1-9.2b)$$

1.10 在特性阻抗 $Z_0 = 600 \Omega$ 的无耗双导线上测得 $|U_{\max}| = 200 \text{ V}$, $|U_{\min}| = 40 \text{ V}$,第一电压波节点 $l_{\min} = 0.15\lambda$,求负载阻抗 Z_l 。

【解答】 由驻波比定义式(1.3-27a)及驻波比与反射系数的关系式(1.3-29b)可得

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{200}{40} = 5 \quad (1-10.1a)$$

$$|\Gamma_l| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{5 - 1}{5 + 1} = \frac{2}{3} \quad (1-10.1b)$$

根据第一电压波节点位置公式(1.4-11a)可得

$$l_{\min} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_l + \frac{\lambda}{4} = 0.15\lambda \quad \phi_l = -0.4\pi \quad (1-10.1c)$$

利用式(1.3-22),得负载阻抗

$$Z_l = Z_0 \frac{1 + \Gamma_l}{1 - \Gamma_l} = 600 \frac{1 + \frac{2}{3}e^{-j0.4\pi}}{1 - \frac{2}{3}e^{-j0.4\pi}} \approx 322.87 - j736.95 \Omega \quad (1-10.2)$$

1.11 求无耗传输线回波损耗分别为 3 dB 和 10 dB 时的驻波系数。

【解答】 根据回波损耗定义式(1.5-6c)可得

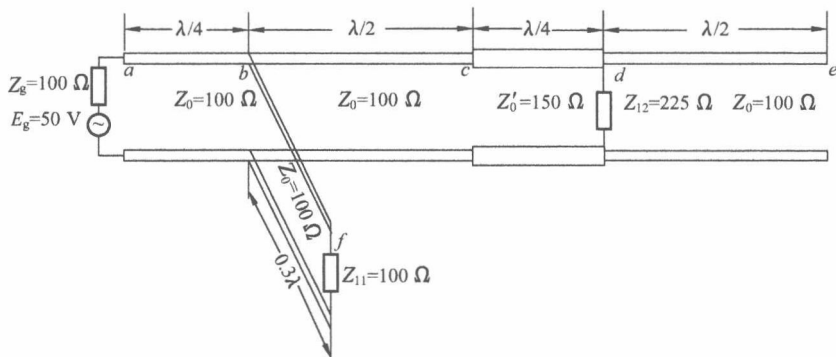
$$L_r = -20 \lg |\Gamma_l|, |\Gamma_l| = 10^{-L_r/20} \quad (1-11.1)$$

代入驻波比公式(1.3-29a),得

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_l|}{1 - |\Gamma_l|} = \frac{1 + 10^{-L_r/20}}{1 - 10^{-L_r/20}} = \frac{1 + 10^{-3/20}}{1 - 10^{-3/20}} \approx 5.85 \quad (1-11.2a)$$

$$\rho = \frac{1 + 10^{-10/20}}{1 - 10^{-10/20}} \approx 1.92 \quad (1-11.2b)$$

1.12 有如题 1.12 图所示的无耗传输线组成的电路,试分析:① 各段工作状态并求驻波比;② 绘制各段电压、电流振幅分布图,给出电压极大、极小值;③ 计算负载吸收功率。



题 1.12 图

【解答】 ① 各段工作状态和驻波比从终端向信源逐段分析:根据传输线 $\lambda/2$ 重复性,(理想)开路传输线 de 段在 d 处仍为开路、 d 处的负载仍然等于 Z_{12} ;然后由传输线的 $\lambda/4$ 变换性,可求得 c 处的输入阻抗;再由 $\lambda/2$ 重复性求得 bc 段在 b 处的输入阻抗,将 bc 段与 bf 段输入阻抗并联得 b 处的输入阻抗;最后根据 $\lambda/4$ 变换性求得 ab 段在 a 处的输入阻抗。

de 段:因 e 端开路,故此段传输线呈纯驻波状态,驻波比 $\rho_{de} = \infty$ 。

cd 段: d 处阻抗 $Z_{12} = 225 \Omega$ 与此段特性阻抗 $Z'_0 = 150 \Omega$ 不匹配,传输线呈行驻波状态,由式(1.3-22)和式(1.3-29a),此段的驻波比为

$$\Gamma_d = \frac{Z_{12} - Z'_0}{Z_{12} + Z'_0} = \frac{225 - 150}{225 + 150} = \frac{1}{5} \quad (1-12.1a)$$

$$\rho_{cd} = \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = \frac{1 + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{3}{2} \quad (1-12.1b)$$

bc 段:根据 $\lambda/4$ 阻抗变换性公式(1.3-20b), c 处的输入阻抗为

$$\begin{aligned} Z_{\text{in}}(z+\lambda/4)Z_{\text{in}}(z) &= Z_0^2 \\ \rightarrow Z_{\text{in}}(c)Z_{12} &= Z_0'^2 \\ \rightarrow Z_{\text{in}}(c) &= \frac{Z_0'^2}{Z_{12}} = \frac{150^2}{225} = 100 \, \Omega \end{aligned} \quad (1-12.2)$$

有 $Z_{\text{in}}(c) = Z_0$, 此段传输线匹配呈行波状态, 驻波比 $\rho_{bc} = 1$ 。

bf 段:端接负载 $Z_{11} = Z_0$, 此段呈行波状态, 驻波比 $\rho_{bf} = 1$ 。

ab 段: b 处输入阻抗是 $Z_{\text{in}}(c)$ (由 $\lambda/2$ 重复性) 和 Z_{11} 的并联

$$Z_{\text{in}}(b) = \frac{Z_{\text{in}}(c)Z_{11}}{Z_{\text{in}}(c) + Z_{11}} = \frac{100 \times 100}{100 + 100} = 50 \, \Omega \quad (1-12.3)$$

与此段特性阻抗不匹配, 传输线呈行驻波状态。利用式(1.3-22)和式(1.3-29a), b 处反射系数及此段驻波比为

$$\Gamma_b = \frac{Z_{\text{in}}(b) - Z_0}{Z_{\text{in}}(b) + Z_0} = \frac{50 - 100}{50 + 100} = -\frac{1}{3} \quad (1-12.4a)$$

$$\rho_{ab} = \frac{1 + 1/3}{1 - 1/3} = 2 \quad (1-12.4b)$$

② 各段的电压、电流分布和电压极大、极小值, 从信源向终端分析。再次应用 $\lambda/4$ 阻抗变换式(1.3-20b), a 处输入阻抗为

$$Z_{\text{in}}(a) = \frac{Z_0^2}{Z_{\text{in}}(b)} = \frac{100^2}{50} = 200 \, \Omega \quad (1-12.5)$$

由此得 a 处输入电压和输入电流

$$U_{\text{in}}(a) = \frac{Z_{\text{in}}(a)}{Z_g + Z_{\text{in}}(a)} E_g = \frac{200}{100 + 200} \times 50 = \frac{100}{3} \, \text{V} \quad (1-12.6a)$$

$$I_{\text{in}}(a) = \frac{E_g}{Z_g + Z_{\text{in}}(a)} = \frac{50}{100 + 200} = \frac{1}{6} \, \text{A} \quad (1-12.6b)$$

行驻波的波节点和波腹点是纯电阻, 可按照式(1.4-10c)和式(1.4-11c)判断波腹点和波节点

$$R_{\text{max}} = Z_0 \rho, \quad R_{\text{min}} = \frac{Z_0}{\rho} \quad (1 \leq \rho < \infty)$$

利用式(1.4-10b)和式(1.4-11b)计算波腹点和波节点的电压和电流

$$|U|_{\text{max}} = |A_+|(1 + |\Gamma_l|), \quad |I|_{\text{min}} = \frac{|A_+|}{Z_0}(1 - |\Gamma_l|)$$

$$|U|_{\text{min}} = |A_+|(1 - |\Gamma_l|), \quad |I|_{\text{max}} = \frac{|A_+|}{Z_0}(1 + |\Gamma_l|)$$

a 点: $Z_{\text{in}}(a) > Z_0$ 为电压波腹点

$$\left. \begin{aligned} |U(a)|_{\text{max}} &= |A_{ab+}|(1 + |\Gamma_b|) = |A_{ab+}| \left(1 + \frac{1}{3}\right) = |U_{\text{in}}(a)| = \frac{100}{3} \, \text{V} \rightarrow |A_{ab+}| = 25 \, \text{V} \\ |I(E_g \rightarrow a)|_{\text{min}} &= \frac{|A_{ab+}|}{Z_0}(1 - |\Gamma_b|) = \frac{25}{100} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = |I_{\text{in}}(a)| = \frac{1}{6} \, \text{A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.7)$$

b 点:根据 $\lambda/4$ 变换性和 $Z_{\text{in}}(b) < Z_0$, 判断为电压波节点

$$\left. \begin{aligned} |U(b)|_{\min} &= |A_{ab+}|(1 - |\Gamma_b|) = 25 \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{50}{3} \text{ V} \\ |I(a \rightarrow b)|_{\max} &= \frac{|A_{ab+}|}{Z_0} (1 + |\Gamma_b|) = \frac{25}{100} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.8)$$

c 点: 因 bc 段呈行波状态 $\Gamma_l = 0$, 电压和电流均为常数, 由式(1.4-11b)可知

$$\left. \begin{aligned} |U(c)| &= |U(b)|_{\min} = \frac{50}{3} \text{ V} \\ |I(b \rightarrow c)| &= \frac{|U(b)|_{\min}}{Z_0} = \frac{50}{3} \frac{1}{100} = \frac{1}{6} \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.9)$$

d 点: 按照 $\lambda/2$ 重复性和 $\lambda/4$ 变换性

$$\left. \begin{aligned} |U(d)|_{\max} &= |U(c)|_{\min} \cdot \rho_{cd} = \frac{50}{3} \times \frac{3}{2} = 25 \text{ V} \\ |I(b \rightarrow c \rightarrow d)|_{\min} &= \frac{|I(c)|_{\max}}{\rho_{cd}} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9} \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.10)$$

e 点: 是(理想)开路终端 $\Gamma_l = 1$, 为电压波腹点。由 $\lambda/2$ 重复性和纯驻波性质可知

$$\left. \begin{aligned} |U(e)|_{\max} &= |U(d)|_{\max} = 25 \text{ V} \\ |I(b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e)|_{\min} &= 0 \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.11)$$

在 de 段的中点, 据式(1.4-10b)可知

$$|A_+| = \frac{|U|_{\max}}{(1 + |\Gamma_l|)} = \frac{25}{2}$$

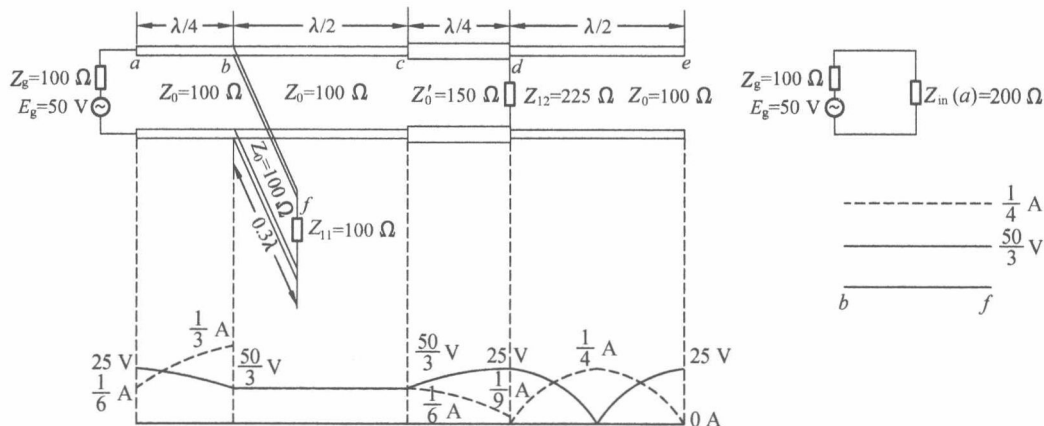
再由式(1.4-11b), 有

$$|I|_{\max} = \frac{|A_+|}{Z_0} (1 + |\Gamma_l|) = \frac{25}{2} \frac{2}{100} = \frac{1}{4} \text{ A}$$

f 点: bf 段呈行波状态, 电压和电流均为常数

$$\left. \begin{aligned} |U(f)| &= |U(b)|_{\min} = \frac{50}{3} \text{ V} \\ |I(b \rightarrow f)| &= \frac{|U(f)|}{Z_0} = \frac{50}{3} \frac{1}{100} = \frac{1}{6} \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.12)$$

按照以上 e, d, c, b, a, f 各点数值, 和传输线上电压电流的正弦变化性质, 即可绘出各段电压、电流振幅分布图(解 1.12 图)。



解 1.12 图

③ 计算负载吸收功率,有如下几种算法。

第一种:根据负载处电压计算

$$\left. \begin{aligned} P_{11} &= \frac{1}{2} \frac{U^2(f)}{Z_{11}} = \frac{1}{2} \left(\frac{50}{3} \right)^2 \frac{1}{100} = \frac{25}{18} \text{ W} \\ P_{12} &= \frac{1}{2} \frac{U^2(d)}{Z_{12}} = \frac{1}{2} \times \frac{25^2}{225} = \frac{25}{18} \text{ W} \\ P &= P_{11} + P_{12} = \frac{25}{18} + \frac{25}{18} = \frac{25}{9} \text{ W} \end{aligned} \right\} \quad (1-12.13)$$

第二种:根据无耗的设定, e 点处输入阻抗获得的功率即为负载吸收功率。由式(1.6-3)得

$$P = \frac{1}{2} \frac{|E_g|^2}{[Z_g + Z_{in}(a)]^2} Z_{in}(a) = \frac{1}{2} \frac{|50|^2}{[100 + 200]^2} 200 = \frac{25}{9} \text{ W} \quad (1-12.14)$$

第三种:因传输线无耗,源的输出功率全部送至负载

$$P = \frac{1}{2} [E_g I(a) - Z_g I^2(a)] = \frac{1}{2} \left[\frac{50}{6} - \frac{100}{6^2} \right] = \frac{25}{9} \text{ W} \quad (1-12.15)$$

第四种:无耗传输线上任一点处的平均功率相等。在 ab 段上可取任一点电压和电流计算负载吸收功率,如取电压波腹点

$$P = \frac{1}{2} |U(a)|_{\max} |I(a)|_{\min} = \frac{1}{2} \times \frac{100}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{9} \text{ W} \quad (1-12.16)$$

1.13 长度为 $\lambda/8$ 的均匀无耗传输线 $Z_0 = 100 \Omega$, 终端接 $Z_l = 200 + j300 \Omega$ 负载, 信源电压 $E_g = 500 \text{ V} \angle 0^\circ$ 、内阻 $R_g = 100 \Omega$ 。求传输线始端电压、电流, 负载吸收的平均功率和终端电压。

【解答】 根据式(1.3-17), 输入端的阻抗为

$$Z_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right) = 100 \frac{(200 + j300) + j100 \tan\left(\frac{2\pi\lambda}{8}\right)}{100 + j(200 + j300) \tan\left(\frac{2\pi\lambda}{8}\right)} = 50(1 - j3) \Omega \quad (1-13.1)$$

有传输线始端电压和电流

$$\left. \begin{aligned} U_{in} &= \frac{Z_{in}}{R_g + Z_{in}} E_g = \frac{50(1 - j3)}{100 + 50(1 - j3)} 500 \text{ V} \angle 0^\circ \approx 372.7 \angle -26.57^\circ \text{ V} \\ I_{in} &= \frac{E_g}{R_g + Z_{in}} = \frac{500 \text{ V} \angle 0^\circ}{100 + 50(1 - j3)} \approx 2.357 \angle 45^\circ \text{ A} \end{aligned} \right\} \quad (1-13.2)$$

利用传给负载的功率式(1.6-3), 可知负载吸收的平均功率

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \frac{|E_g|^2 R_{in}}{(R_g + R_{in})^2 + (X_g + X_{in})^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{|500|^2 \times 50}{(100 + 50)^2 + (0 - 150)^2} \approx 138.89 \text{ W} \end{aligned} \quad (1-13.3)$$

由反射系数公式(1.3-22)和公式(1.3-23), 可得

$$\Gamma_l = \frac{(200 + j300) - 100}{(200 + j300) + 100} = \frac{2 + j}{3} \quad (1-13.4a)$$

$$\Gamma_{in}\left(\frac{\lambda}{8}\right) = \frac{2 + j}{3} e^{-j\pi/2} \quad (1-13.4b)$$

根据式(1.3-16)和反射系数定义式(1.3-21),有

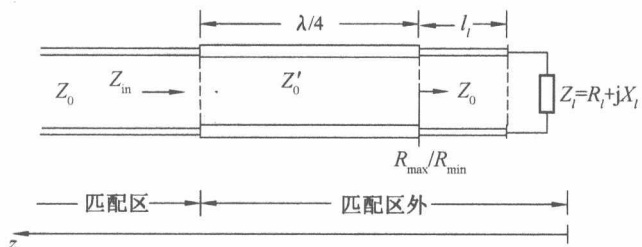
$$U_l = A_+ [1 + \Gamma_l] \quad (1-13.5a)$$

$$U_{in} \left(\frac{\lambda}{8} \right) = A_+ e^{+j\pi/4} \left[1 + \Gamma_{in} \left(\frac{\lambda}{8} \right) \right] \quad (1-13.5b)$$

将式(1-13.5a)和式(1-13.5b)联立求解,得终端电压

$$\begin{aligned} U_l &= U_{in} e^{-j\pi/4} \frac{1 + \Gamma_l}{1 + \Gamma_{in}} = 372.7 \angle -26.57^\circ \frac{1 + e^{-j\pi/4} (2+j)/3}{1 + (2+j)/3} \\ &\approx 671.792 \angle -105.26^\circ \end{aligned} \quad (1-13.6)$$

1.14 无耗传输线特性阻抗 $Z_0 = 150 \Omega$, 终端负载 $Z_l = 250 + j100 \Omega$ 。用如题 1.14 图所示的 $\lambda/4$ 阻抗变换器实现匹配,试求变换器的特性阻抗 Z'_0 和到负载的距离。



题 1.14 图

【解答】 当用 $\lambda/4$ 阻抗变换器对复阻抗负载匹配时,可采用两种方法将复阻抗变为实阻抗:第一种,将变换器接在主线中的电压波节点或波腹点处;第二种,用电纳补偿等方法消去负载中的电抗部分。这里采用第一种方法。

由终端反射系数公式(1.3-22)和驻波比公式(1.3-29a),有

$$\Gamma_l = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} = |\Gamma_l| e^{j\phi_l} = \frac{(250 + j100) - 150}{(250 + j100) + 150} \approx 0.343 e^{j0.54} \quad (1-14.1a)$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_l|}{1 - |\Gamma_l|} \approx \frac{1 + 0.343}{1 - 0.343} \approx 2.044 \quad (1-14.1b)$$

因为是感性负载,离终端最近的应该是电压波腹点,根据式(1.4-10a)可得

$$l_{\max} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_l \approx \frac{\lambda}{4\pi} 0.54 \approx 0.043\lambda \quad (1-14.2)$$

该点输入阻抗为纯电阻。从式(1.4-10c)和式(1.6-9)可求出 $\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗

$$\begin{aligned} Z'_0 &= \sqrt{Z_0 R_l} = \sqrt{Z_0 R_{\max}} = \sqrt{Z_0^2 \rho} \\ &\approx \sqrt{150^2 \times 2.044} \approx 214.45 \Omega \end{aligned} \quad (1-14.3)$$

可知,在距负载 $z \approx 0.043\lambda$ 处插入一个特性阻抗 214.45Ω 的 $\lambda/4$ 阻抗变换器,即可实现匹配。

1.15 有特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的均匀无耗传输线,终端接 $Z_l = 100 + j75 \Omega$ 负载。如果用 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配,如题 1.15 图分别将短路线并接在 $\lambda/4$ 阻抗变换器前后,试求这两种情况下变换器的特性阻抗 Z'_0 和短路线长度 l 。