

高等学校教材
符合 STCW 78/10 公约要求

船舶原理



刘红 邱文昌 主编 吴善刚 主审



上海浦江教育出版社

高等学校教材
符合 STCW 78/10 公约要求

船 舶 原 理

主 编 刘 红 邱文昌

主 审 吴善刚



上海浦江教育出版社

©刘红,邱文昌 2013

内 容 提 要

本书包括船舶原理和船体强度两部分。前者以理论力学和流体力学为基础,研究船舶浮性、稳性、抗沉性、快速性、耐波性和操纵性六项航行性能;后者是以材料力学和结构力学为基础,研究船体抵抗内外力作用的能力。

本书依据高等学校航海技术专业本科生的教学要求和2012年《中华人民共和国海船船员适任考试大纲》编写。根据航海技术专业的特点,本书内容侧重于海船驾驶员在船舶营运中所需具备的相关概念、原理和计算方法,而较少涉及船舶设计。

本书主要用于高等航海院校航海技术和相关专业本科生教材,也可用作无限或沿海航区500~3 000总吨或3 000总吨及以上各类海船驾驶员考证的培训教材,同时可供港航企事业单位有关人员自学参考。

图书在版编目(CIP)数据

船舶原理/刘红,邱文昌主编. —上海: 上海浦江教育出版社有限公司, 2013. 9

ISBN 978 - 7 - 81121 - 297 - 6

I . ①船… II . ①刘…②邱… III . ①船舶原理—高等学校—教材 IV . ①U661

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 206302 号

上海浦江教育出版社出版

社址: 上海海港大道 1550 号上海海事大学校内 邮政编码: 201306

电话: (021)38284910(12)(发行) 38284923(总编室) 38284916(传真)

E-mail: cbs@shmtu.edu.cn URL: <http://www.pujiangpress.cn>

上海图宇印刷有限公司印装 上海浦江教育出版社发行

幅面尺寸: 185 mm×260 mm 印张: 12.5 字数: 296 千字

2013 年 9 月第 1 版 2013 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑: 谢 尘 封面设计: 赵宏义

定价: 30.00 元

前　言

本书是依据高等学校航海技术专业本科生的教学要求和2012年《中华人民共和国海船船员适任考试大纲》编写的。依据航海技术专业的特点,本书内容将侧重于海船驾驶员在船舶营运中所需具备的相关概念、原理和计算方法,而较少涉及船舶设计。

本书包括船舶原理和船体强度两部分。船舶原理是以理论力学和流体力学为基础,研究船舶六项航行性能的一门学科。六项航行性能包括:

浮性——船舶在一定装载条件下具有漂浮于水面保持平衡位置的能力;

稳性——船舶受外力作用而不致倾覆,当外力消失后仍能回复到原平衡位置的能力;

抗沉性——船舶在一舱或相邻数舱破损进水后仍能保持一定浮性和稳性的能力;

快速性——在给定主机功率下船舶的直线均速航行的速度性能,包括船舶阻力和船舶推力两部分;

耐波性——船舶在风浪海况下的航行性能;

操纵性——船舶按照驾驶员意图保持或改变航速、航向和位置的性能。

船体强度是以材料力学和结构力学为基础,研究船体抵抗内外力作用的一门学科。本书侧重介绍船舶营运中影响船体受力状况的各种因素,以及评估船舶在某装载状态下是否满足船体总强度和局部强度条件的多种方法。

本课程虽然属专业基础课程,但包含内容广泛,实践性较强,涉及船舶安全、节能和适航等多个方面,将为《船舶货运》《船舶操纵》等专业课提供理论基础。

全书共分九章:第一章船体形状及近似计算,第二章浮性,第三章稳性,第四章吃水差,第五章抗沉性,第六章船体强度,第七章快速性,第八章耐波性,第九章操纵性概述。其中第九章的编写是为避免与航海技术专业的后续专业课《船舶操纵》在内容上出现重复。

本书由刘红、邱文昌主编。邱文昌负责第一章至第六章的编写,刘红负责第七章至第九章的编写。全书由吴善刚主审。

由于水平与时间所限,疏漏和不足之处在所难免,欢迎读者批评指正。

编　者

2013年6月

目 录

第一章 船体形状及近似计算	1
第一节 船舶尺度、船体坐标系与基准剖面	1
第二节 船型系数与尺度比	3
第三节 船体型线图	6
第四节 船体近似计算	8
本章小结	13
思考题	13
第二章 浮性	15
第一节 船舶平衡条件与浮态	15
第二节 船舶静水力参数	20
第三节 船舶吃水	27
第四节 邦戎曲线与费尔索夫图谱	29
第五节 浮性衡准	31
本章小结	36
思考题	36
第三章 稳性	41
第一节 稳性的基本概念	41
第二节 稳性指标的计算	44
第三节 对稳定性基本要求	62
第四节 稳性的校核与检验	68
第五节 稳性的调整	78
本章小结	81
思考题	81
第四章 吃水差	87
第一节 对船舶吃水差的要求	87
第二节 吃水差与艏艉吃水的计算和调整	88
第三节 吃水差与艏艉吃水计算图表	96
本章小结	101
思考题	101
第五章 抗沉性	104
第一节 进水舱分类与渗透率	104
第二节 船舶剩余浮性和破舱稳定性衡准	106

第三节 船舱进水后浮态和稳性计算	109
第四节 《船舶破损控制手册》简介	116
本章小结	118
思考题	119
第六章 船体强度	121
第一节 船体纵向强度	121
第二节 船舶局部强度	132
本章小结	136
思考题	136
第七章 快速性	140
第一节 概述	140
第二节 船舶阻力	141
第三节 船舶推力	151
本章小结	164
思考题	165
第八章 耐波性	168
第一节 概述	168
第二节 船舶在静水中的摇荡运动	169
第三节 船舶在波浪中的摇荡运动	171
第四节 减摇装置	177
本章小结	179
思考题	180
第九章 操纵性概述	182
第一节 操纵性基本概念	182
第二节 舵的作用原理	182
第三节 船舶回转运动	184
第四节 影响船舶操纵性的因素	188
本章小结	190
思考题	190
参考文献	192

第一章 船体形状及近似计算

船体形状是指主船体的外部形状,可用船舶尺度、船体基准剖面或船型系数、尺度比和型线图表示。

船体形状对船舶的航行性能和船体强度影响很大,而通常呈流线型的船体难以用数学解析式表达和计算,因此,本章将介绍船体主要要素的定义、船体形状的各种表示方法以及常用的船体近似计算方法。

第一节 船舶尺度、船体坐标系与基准剖面

一、船舶尺度

船舶尺度是描述船舶大小形状最简单的方式。根据用途和度量方式的不同,分为最大尺度、船型尺度和登记尺度三种。

最大尺度 (Maximum dimensions) 是指包括船体固定构件在内的从一端到另一端的尺度,是船舶建造和营运中考虑外界条件限制的依据,如检查船舶是否满足狭水道、船闸、船坞、泊位等外界条件。船型尺度 (Principle dimensions) 又称型尺度或主尺度,是指从钢船壳外板和主甲板内缘丈量的(裸)型船体尺度,用于船体设计和船舶浮性、稳性、抗沉性等性能计算。登记尺度 (Registered dimensions) 是指《船舶与海上设施法定检验规则》(以下简称《法定规则》) 定义的尺度,是主管机关登记船舶、丈量和计算船舶总吨位和净吨位时所用尺度,载于船舶吨位证书中。

1. 船长

(1) 总长 L_{OA} (Length overall) : 自船首最前端至船尾最后端之间包括外板和两端永久性固定突出物在内的水平距离(见图 1-1)。

最大船长 L_{max} (Maximum length) 的定义与总长相同。

(2) 垂线间长 L_{bp} (Length between perpendiculars) : 沿夏季载重线,自艏垂线至艉垂线之间的水平距离;但不应小于夏季载重线总长的 96%,且不必大于 97%。艏垂线 (Fore perpendicular) 是指过夏季载重线与首柱前缘点所作的垂线。艉垂线 (Aft perpendicular) 是指过夏季载重线与舵柱后缘所作的垂线,如无舵柱时取舵杆中心线(见图 1-1)。

(3) 登记船长 L_r (Registered length) : 自龙骨板上缘量得的最小型深 85% 处水线总长度的 96%,或沿该水线从艏柱前缘到舵杆中心的长度,取两者中的较大者。

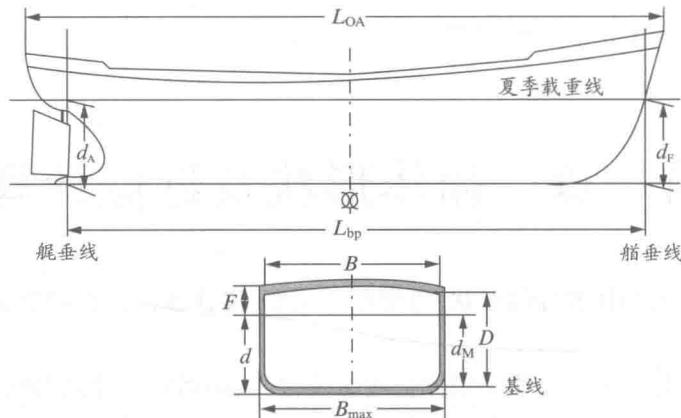


图 1-1 船舶尺度定义

2. 船宽

(1) 最大船宽 B_{\max} (Maximum breadth)：包括船舶外板和永久固定突出物在内的船舶最大宽度(见图 1-1)。

(2) 型宽 B (Moulded breadth)：在船舶最宽处，由钢船一舷的肋骨外缘量至另一舷的肋骨外缘之间的横向水平距离(见图 1-1)。

(3) 登记船宽 B_r (Registered breadth)：与型宽定义相同。

3. 船深

(1) 最大船深 D_{\max} (Maximum depth)：在船长中点处，从龙骨板下缘至干舷甲板舷边上缘(或其延伸线)的船舶最大深度。

(2) 型深 D (Moulded depth)：在船长中点处，沿钢船舷由平板龙骨上缘量至干舷甲板梁上缘的垂直距离；对甲板转角为圆弧形的船，则由平板龙骨上缘量至横梁上缘延伸线与肋骨外缘延伸线的交点(见图 1-1)。

(3) 登记船深 D_r (Registered depth)：与型深定义相同。

4. 吃水与吃水差

(1) 型吃水 d_M (Moulded draft)：从基线(龙骨板上缘)至水线之间的垂直距离(见图 1-1)。

(2) 实际吃水 d (Draft)：从龙骨板下缘至水线之间的垂直距离(见图 1-1)。

(3) 艄吃水 d_F (Fore draft) 与艉吃水 d_A (Aft draft)：艄吃水指沿艄垂线从水线至龙骨板下缘延长线之间的垂直距离；艉吃水指沿艉垂线从水线至龙骨板下缘延长线之间的垂直距离(见图 1-1)。

(4) 吃水差 t (Trim)：我国定义为艄吃水 d_F 与艉吃水 d_A 之差，即

$$t = d_F - d_A$$

5. 干舷

干舷 F (Free board)：自水线至干舷甲板舷边上表面的垂直距离。它等于型深与型吃水之差再加上甲板及其敷料的厚度(见图 1-1)。

二、船体坐标系

1. 船舶基准面

为建立船体坐标系和方便表示船体形状，将船体置于三个相互垂直的基准面中（见图 1-2）。这三个基准面又称为主坐标平面，它们分别是：

(1) 中线面 (Central longitudinal plane)：过船宽中央的纵向垂直平面，将船体分为对称的左右两部分。

(2) 中站面 (Midstation plane)：过船长中点的横向垂直平面，将船体分为艏、艉两部分。

(3) 基平面 (Base plane)：过船长中点龙骨板上缘且平行于设计水线面的平面。它垂直于中线面和中站面。

2. 船体坐标系

为准确表示船上任意一点（如浮心、重心）的空间位置，通常在船上建立如图 1-2 所示的 xyz 直角坐标系。其坐标原点 o 取三个船舶基准面的交点； x 轴（纵轴）取中线面与基平面的交线，且向船首方向； y 轴（横轴）取中站面与基平面的交线，且向船右舷方向； z 轴（垂轴）取中线面与中站面的交线，且向上。

三、船体基准剖面

船体基准剖面由中纵剖面 (Center buttock)、中横剖面 (Midship section) 和设计水线面 (Designed waterplane) 组成（见图 1-3），是表示船体形状的一种方式。

中纵剖面是中线上型船体的截面，反映船底板、艏艉端、甲板的侧视轮廓。中横剖面是中站面上型船体的截面，反映船舯部、舷侧外飘、梁拱（即船横剖面中甲板线中间较两舷升高的高度差）的横剖面轮廓。设计水线面是过设计吃水且平行于基平面的平面上型船体的剖面，反映艏艉形状沿船长变化的俯视轮廓。船体型表面是指钢质船舶船体外板的内表面，水泥、木船等厚船壳船壳的外表面。

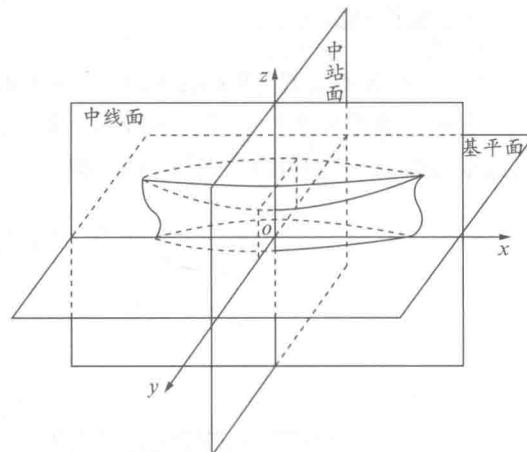


图 1-2 船体坐标系

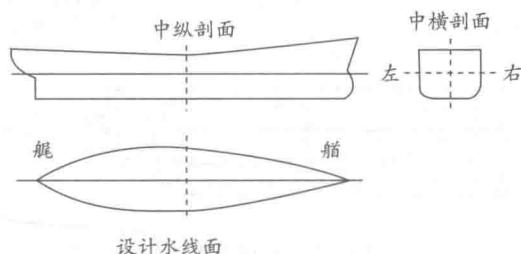


图 1-3 船体基准剖面

第二节 船型系数与尺度比

船型系数 (Form coefficients) 是表示船体水下部分面积或体积肥瘦程度的无因次系数。这些系数与船型分析和船舶性能计算关系密切。

一、船型系数

1. 水线面系数 C_w (Waterplane coefficient)

它指与基平面平行的任一水线面面积 A_w 与船长 L_{bp} 和型宽 B 所构成的矩形面积之比, 表示水线面的肥瘦程度(见图 1-4)。即

$$C_w = \frac{A_w}{L_{bp} \cdot B} \quad (1-1)$$

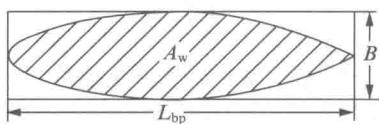


图 1-4 水线面系数

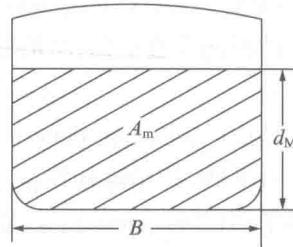


图 1-5 船中剖面系数

2. 船中剖面系数 C_m (Midship section coefficient)

它指水线以下中横剖面的面积 A_m 与型宽 B 和型吃水 d_M 所构成的矩形面积之比, 表示在水线以下船体中横剖面的肥瘦程度(见图 1-5)。即

$$C_m = \frac{A_m}{B \cdot d_M} \quad (1-2)$$

3. 方形系数 C_b (Block coefficient)

它指船体在水线以下型排水体积 V_M 与船长 L_{bp} , 型宽 B 和型吃水 d_M 所构成的长方体体积之比, 表示船体水下型排水体积的肥瘦程度(见图 1-6)。即

$$C_b = \frac{V_M}{L_{bp} \cdot B \cdot d_M} \quad (1-3)$$

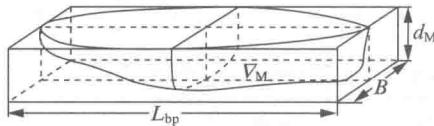


图 1-6 方形系数

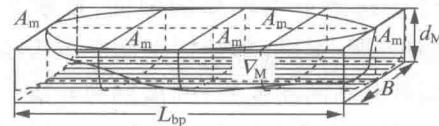


图 1-7 棱形系数

4. 棱形系数 C_p (Prismatic coefficient)

又称纵向棱形系数,是指船体在水线以下型排水体积 V_M 与相对应的中横剖面面积 A_m 和船长 L_{bp} 所构成的柱体体积之比,表示船体水下型排水体积沿船长方向的分布状态(见图 1-7)。即

$$C_p = \frac{V_M}{A_m \cdot L_{bp}} \quad (1-4)$$

5. 垂向棱形系数 C_{vp} (Vertical prismatic coefficient)

它指船体在水线以下型排水体积 V_M 与相对应的水线面面积 A_w 和型吃水 d_M 所构成的柱体体积之比, 表示船体水下型排水体积沿吃水方向的分布状态(见图1-8)。即

$$C_{vp} = \frac{V_M}{A_w \cdot d_M} \quad (1-5)$$

由于

$$C_p = \frac{V_M}{A_m \cdot L_{bp}} = \frac{V_M}{(C_m B d_M) L_{bp}}$$

所以由式(1-3)得

$$C_p = \frac{C_b}{C_m} \quad (1-6)$$

同样

$$C_{vp} = \frac{V_M}{A_w \cdot d_M} = \frac{V_M}{(C_w L_{bp} B) d_M} = \frac{C_b}{C_w} \quad (1-7)$$

因此, 棱形系数和垂向棱形系数可以由前三个系数推导获取。

上述各系数若未特别说明, 通常是指相对于设计吃水状态时的值。不同吃水下的船型系数可以从船舶静水力曲线或参数表中查取。

二、尺度比

又称主尺度比(Dimension ratio), 是表示船体几何形状特征的无因次比值, 其大小与船舶性能、船体强度以及经济性等有密切关系。

1. 长宽比 L_{bp}/B (Length breadth ratio)

它指船舶垂线间长与型宽之比, 其大小与快速性和航向稳定性有关。该值越大, 船体越瘦长, 其快速性和航向稳定性越好。

2. 长深比 L_{bp}/D (Length depth ratio)

它指船舶垂线间长与型深之比, 其大小与船体纵强度有关。该值大对船体纵强度不利。

3. 长吃水比 L_{bp}/d_M (Length draft ratio)

它指垂线间长与型吃水之比, 主要影响船舶的操纵性。该值大使船舶回转性能变差。

4. 宽吃水比 B/d_M (Breadth draft ratio)

它指船舶型宽与型吃水之比, 该值与稳定性、横摇周期、快速性、耐波性等有关。该值大, 则船体宽而吃水小, 稳性大而横摇周期小, 船舶阻力大, 耐波性变差。

5. 深吃水比 D/d_M (Depth draft ratio)

它指船舶型深与型吃水之比, 该值与稳定性、抗沉性等有关。该值大, 干舷高, 储备浮力大, 抗沉性好, 但船舱容积增大, 重心升高。

表 1-1 是各类船舶船型系数和尺度比的大致范围。

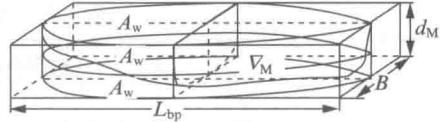


图 1-8 垂线棱形系数

表 1-1 各类船舶船型系数与尺度比范围

船舶类型	船型系数			尺度比		
	C_w	C_m	C_b	L_{bp}/B	B/d_M	D/d_M
远洋客船	0.75 ~ 0.82	0.95 ~ 0.96	0.57 ~ 0.71	8.0 ~ 10.0	2.4 ~ 2.8	1.6 ~ 1.8
远洋货船	0.80 ~ 0.85	0.95 ~ 0.98	0.70 ~ 0.78	6.0 ~ 8.0	2.0 ~ 2.4	1.1 ~ 1.5
沿海货船	0.70 ~ 0.80	0.85 ~ 0.96	0.50 ~ 0.68	6.0 ~ 7.5	2.7 ~ 3.8	1.5 ~ 2.0
油 船	0.73 ~ 0.87	0.98 ~ 0.99	0.63 ~ 0.83	4.8 ~ 7.5	2.1 ~ 3.4	1.1 ~ 1.5
拖 船	0.72 ~ 0.80	0.79 ~ 0.90	0.46 ~ 0.60	3.0 ~ 6.5	2.0 ~ 2.7	1.2 ~ 1.6
水面军舰	0.69 ~ 0.80	0.75 ~ 0.90	0.40 ~ 0.65	6.5 ~ 12.0	2.5 ~ 4.5	1.6 ~ 2.8

第三节 船体型线图

船体外形通常是呈流线型的双向曲面,难以用数学解析式表示。图 1-3 所示的相互垂直的三个船体基准剖面尽管可以大致表示船体形状,但还不足以重现船体的三维形状。型线图(Lines plan)或型值表(型线图中曲线的数值表示形式,见表 1-2)是关系船体全局、可以据此重现船体型表面三维形状的重要资料,是在船舶设计、建造和营运中用于计算船舶静水力性能的重要依据。

表 1-2 型值表

站台	船底 线	半 宽										高 宽									
		600 水线	1 200 水线	2 400 水线	3 600 水线	4 800 水线	6 000 水线	上甲板 边线	折 角 线	艏 楼 甲 板 边 线	舷 墙 顶 线	1 200 纵剖线	2 400 纵剖线	3 600 纵剖线	4 800 纵剖线	上甲板 边线	艏 楼 甲 板 边 线	舷 墙 顶 线			
艉封板						340	1 460	2 400	2 480		2 480	5 620	7 090			7 090		8 190			
0						1 270	2 760	3 820	3 900		3 900	4 740	5 700	6 735		6 955		8 053			
1	130	430	508	660	1 330	2 680	4 230	5 120	5 220		5 220	3 472	4 565	5 500	6 480	6 750		7 850			
2	500	1 280	1 580	2 060	2 870	4 100	5 420	5 965	6 020		6 020	500	2 970	4 550	5 415	6 578		7 675			
3	1 090	2 200	2 760	3 510	4 290	5 200	6 100	6 555	6 400		6 400	20	775	2 540	4 300	6 423		7 525			
4	1 600	3 250	3 890	4 710	5 330	5 860	6 310	6 400	6 400		6 400		140	895	2 510	6 295					
5	2 260	4 250	4 850	5 580	5 985	6 240	6 400	6 400			6 400			260	1 110	6 200		7 300			
6	3 040	5 070	5 385	6 100	6 505	6 370	6 400	6 400			6 400			40	405	6 200		7 300			
7	3 840	5 665	6 095	6 355	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				140	6 200		7 300			
8	4 440	5 965	6 305	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				22	6 200		7 300			
9	4 750	6 023	6 337	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				1	6 200		7 300			
10	4 750	6 023	6 337	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				1	6 200		7 300			
11	4 750	6 023	6 337	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				1	6 200		7 300			
12	4 750	6 023	6 337	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				1	6 200		7 300			
13	4 750	6 023	6 337	6 400	6 400	6 400	6 400	6 400			6 400				1	6 200		7 300			
14	4 390	5 910	6 245	6 570	6 385	6 400	6 400	6 400			6 400				55	6 200		7 300			
15	3 200	5 548	5 986	6 260	6 350	6 360	6 390	6 400			6 400			10	215	6 200		7 300			
16	1 900	4 760	5 365	5 805	5 995	6 095	6 180	6 200			6 260		5	145	630	6 215		7 313			
17	810	3 525	4 235	4 855	5 140	5 280	5 490	5 570			5 855	10	210	650	2 200	6 258		7 558			
18	155	1 915	2 630	3 350	3 695	3 895	4 220	4 370			5 380	5 460	240	945	3 153	7 273	6 328	8 465	8 659		
19	75	560	1 000	1 485	1 785	2 028	2 440	2 620			4 140	4 425	1 600	5 865	7 995		6 390	8 825	9 230		
20						100	495	680			2 520	2 780	7 475	9 290			6 443	9 180	9 891		

主 尺 度

总长 L_{OA}	71.82 m
垂线间长 L_{op}	66.00 m
型宽 B	12.80 m
型深 D	6.20 m
设计型吃水 d_h	4.80 m
排水体积 V	2.941 m ³
方形系数 C_b	0.725
船舷弧	0.245 m
艉舷弧	0.753 m
梁拱	0.250 m

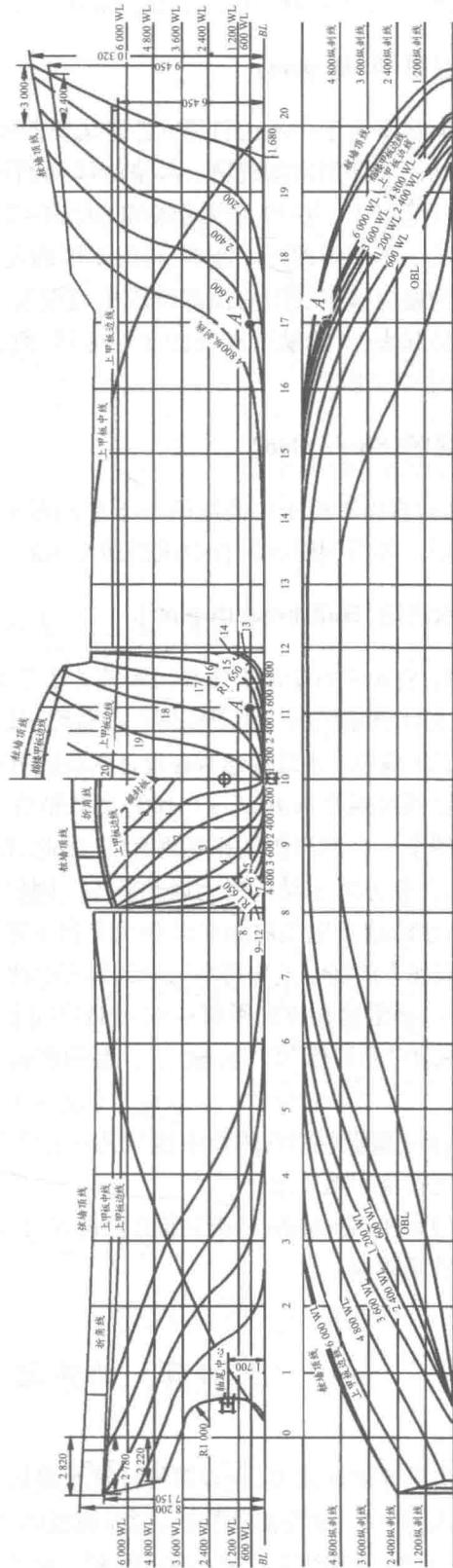


图1-9 某船型线图

船舶型线图(图 1-9)由横剖线图、纵剖线图和半宽水线图组成。

一、横剖线图(Body plan)

沿船长方向将平行于中站面且等间距的若干(常取 21 个)平面截船体所得的型船体横剖面叠置于中站面上即得横剖线图。各横剖线从船尾至船首依次编号(称为站号,常取 0~20)。0~10 站为艉半段,第 10 站为中横剖面,10~20 站为艏半段。由于船体左右对称,每一横剖线只需绘一半剖线即可。通常,将艉半段的左半横剖线绘在左边,艏半段的右半横剖线绘在右边。为避免横剖线图的顶部线段出现混乱,其顶部的甲板线仅是将各站横剖线的甲板边缘点连接起来,并非是甲板线的实际形状;而其舷墙线仅是将各舷墙顶点连接起来,并非是舷墙线的实际形状。

二、纵剖线图(Sheer plan)

沿船宽方向,将由平行于中线面的若干平面截船体所得的型船体纵剖面叠置于中线面上即得纵剖线图。各纵剖线通常自中纵剖面开始向船侧编号。纵剖线数常有 2~4 条。

三、半宽水线图(Half breadth plan)

沿吃水方向,将由平行于基平面等间距的若干平面截船体所得的型船体水线面叠置于同一水平面上,获得半宽水线图。由于船体左右对称,每一水线只需绘出半边即可。各水线自龙骨基线起向上依次编号。水线数通常在设计水线以下取 5~7 条,在设计水线上取 1~2 条。

型线图的比例尺通常取 1/25~1/100,大型船舶常取 1/100。

由于型线图中三个剖面图是相互垂直的,因此,每一条剖线在一个投影面上是表示其真实形状的曲线,而在另两个投影面上均呈直线。例如,在图 1-9 所示的横剖线图中第 3 站横剖线图是曲线,该曲线对应的剖面在纵剖线图和半宽水线图中均是直线。

在船体型表面上的任一点均可在三个剖线图中找到其相应位置(如图 1-9 中 A 点位置)。

舷弧(Sheer)指沿船长方向甲板边线自船中向艏艉逐渐升高。在艏垂线和艉垂线处的甲板升高分别称为“艏舷弧”和“艉舷弧”。船舶舷弧可减少艏艉部甲板的上浪,提高船舶耐波性等。

梁拱(Camber)指沿船横向甲板中线与其左右两舷甲板边线存在的高度差。船舶梁拱有利于上浪后迅速排泄甲板积水等。

平行中体(Paralled middle body)指沿船长方向在船中前后设计水线下有一段横剖面与中横剖面相同的船体段。

第四节 船体近似计算

在船舶静水力性能计算中,经常需要计算水线面或横剖面面积及其几何中心、某水线下排水体积及其几何中心、剖面面积静矩、剖面面积惯性矩等。由于流线型船体通常无法用数学解析式表达,因此,只能依据定积分原理,利用型线图或型值表,采用近似计算方法(即数

值积分方法)进行计算。

一、梯形法

梯形法的原理是以折线近似地代替曲线。

求图 1-10 所示曲线 CD 所包围的面积 A 。可将其作横向三等分(横向等分间距设为 l)，以三段折线 CE, EF 和 FD 代替曲线 CD ，先分别求得各个梯形面积 A_i ($i = 1, 2, 3$)，然后相加即得。

$$\begin{aligned} A &= \int_{x_0}^{x_3} y dx \\ &\approx \frac{l}{2}(y_0 + y_1) + \frac{l}{2}(y_1 + y_2) + \frac{l}{2}(y_2 + y_3) \\ &= l[\sum_{i=0}^3 y_i - \frac{1}{2}(y_0 + y_3)] \end{aligned}$$

写成普遍形式为

$$\begin{aligned} A &\approx l \left(\sum_{i=0}^n y_i - \frac{y_0 + y_n}{2} \right) \\ &= l \left(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n \right) \end{aligned} \quad (1-8)$$

式中: $[0.5, 1, 1, \dots, 1, 1, 0.5]$ 称为梯形乘数。

二、辛氏第一法

辛氏第一法的原理是以二次抛物线近似地代替实际曲线。

求图 1-11 所示曲线 CD 下所包围的面积。设曲线方程为

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (1-9)$$

先求曲线段 CF 下面积 A_1 。设将曲线段 CF 横向二等分，横向间距为 l (即 $x_0 = 0, x_2 = 2l$)。

由定积分公式并代入式(1-9)得

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{x_0}^{x_2} y dx \\ &= \int_0^{2l} (a_0 + a_1 x + a_2 x^2) dx \\ &= [a_0 x + \frac{1}{2}a_1 x^2 + \frac{1}{3}a_2 x^3]_0^{2l} \\ &= a_0 2l + a_1 2l^2 + a_2 \frac{8}{3}l^3 \end{aligned} \quad (1-10)$$

同时面积 A_1 表达式又设为

$$A_1 = b_0 y_0 + b_1 y_1 + b_2 y_2 \quad (1-11)$$

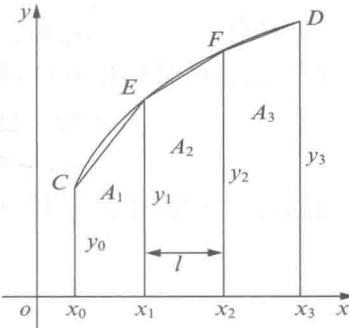


图 1-10 梯形法求曲线下面积

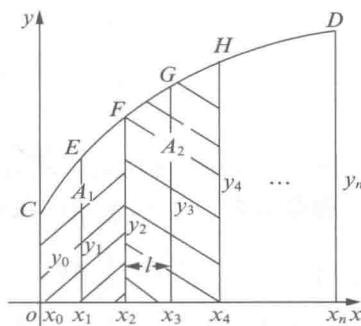


图 1-11 辛氏第一法求曲线下面积

由式(1-9)得

$$\begin{aligned} \text{当 } x=0, \quad & y_0 = a_0 \\ \text{当 } x=l, \quad & \begin{cases} y_1 = a_0 + a_1 l + a_2 l^2 \\ y_2 = a_0 + 2a_1 l + 4a_2 l^2 \end{cases} \\ \text{当 } x=2l, \quad & \end{aligned}$$

将上述三式代入式(1-11)得

$$\begin{aligned} A_1 &= b_0 a_0 + b_1 [a_0 + a_1 l + a_2 l^2] + b_2 [a_0 + 2a_1 l + 4a_2 l^2] \\ &= a_0(b_0 + b_1 + b_2) + a_1 l(b_1 + 2b_2) + a_2 l^2(b_1 + 4b_2) \end{aligned} \quad (1-12)$$

比较式(1-10)和式(1-12)得

$$\begin{aligned} b_0 + b_1 + b_2 &= 2l \\ b_1 + 2b_2 &= 2l \\ b_1 + 4b_2 &= \frac{8}{3}l \end{aligned}$$

联立解上述方程得

$$b_0 = \frac{1}{3}l, b_1 = \frac{4}{3}l, b_2 = \frac{1}{3}l$$

代入式(1-11),于是

$$A_1 = \int_{x_0}^{x_2} y dx = \frac{l}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

同理

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{x_2}^{x_4} y dx = \frac{l}{3}(y_2 + 4y_3 + y_4) \\ &\vdots \\ A_n &= \int_{x_{n-2}}^{x_n} y dx = \frac{l}{3}(y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \end{aligned}$$

将面积 A_1, A_2, \dots, A_n 相加便得

$$A = \int_{x_0}^{x_n} y dx = \frac{l}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (1-13)$$

式中: [1, 4, 2, 4, 2, ..., 2, 4, 1] 称为辛氏乘数。使用辛氏第一法时必须满足等分数 n 为偶数的条件。

三、近似计算法在船体计算中的应用

1. 求曲线下面积的形心

如图 1-12 所示,求曲线 CD 所包围的面积:

$$A = \int_{x_0}^{x_n} y dx$$

面积 A 对 oy 轴的静矩:

$$M_{oy} = \int_{x_0}^{x_n} xy dx$$

面积 A 对 ox 轴的静矩:

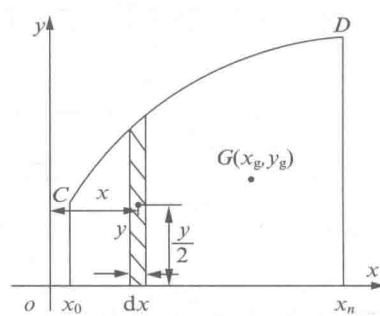


图 1-12 曲线下面积形心

$$M_{ox} = \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_n} y^2 dx$$

面积 A 的形心位置:

$$x_g = \frac{M_{oy}}{A} = \frac{\int_{x_0}^{x_n} xy dx}{\int_{x_0}^{x_n} y dx} \quad (1-14)$$

$$y_g = \frac{M_{ox}}{A} = \frac{\int_{x_0}^{x_n} y^2 dx}{2 \int_{x_0}^{x_n} y dx} \quad (1-15)$$

2. 求曲线下面积的惯性矩

面积惯性矩是指面积上各微元面积与各微元至某一指定轴线距离二次方乘积的积分。例如,如图 1-13 所示的长 l 宽 b 矩形对其中心轴 oy 的面积惯性矩为

$$I_{oy} = \int_{-0.5b}^{0.5b} x^2 (ldx) = \left[\frac{x^3}{3} l \right]_{-0.5b}^{0.5b} = \frac{b^3 l}{12} \quad (1-16)$$

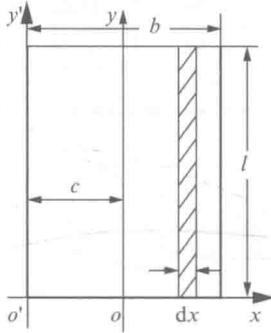


图 1-13 矩形面积对 oy 轴惯性矩

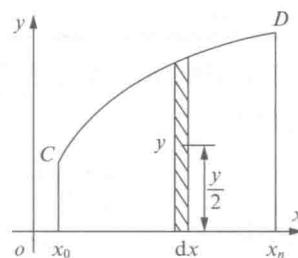


图 1-14 曲线下面积对 ox 轴惯性矩

面积惯性矩的平行移轴(如图 1-13 中将 oy 轴平行移至 $o'y'$)公式为

$$I_{o'y'} = I_{oy} + c^2 A \quad (1-17)$$

式中: A 为面积; c 为自 oy 轴平行移至 $o'y'$ 轴的横向距离。

根据式(1-16)计算图 1-14 中 CD 曲线下面积对其横向轴 ox 的微面积(图 1-14 中阴影部分)惯性矩为: 其长 dx 宽 y 微矩形对其中心轴的微面积惯性矩($y^3 dx / 12$)加上其移轴距离 $y/2$ 乘以微面积 $y dx$, 即

$$I_{ox} = \int_{x_0}^{x_n} \left[\frac{y^3 dx}{12} + \left(\frac{y}{2} \right)^2 y dx \right] = \frac{1}{3} \int_{x_0}^{x_n} y^3 dx \quad (1-18)$$

例题 1-1: 按图 1-15 半宽水线图上所标数据分别采用梯形法和辛氏第一法计算某船的水线面面积 A_w ,漂心(水线面面积形心)的纵向坐标 x_f 和对 ox 轴的惯性矩 I_{ox} 。

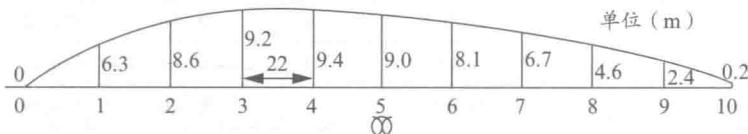


图 1-15 某船半宽水线图