

本书主编 潘振华

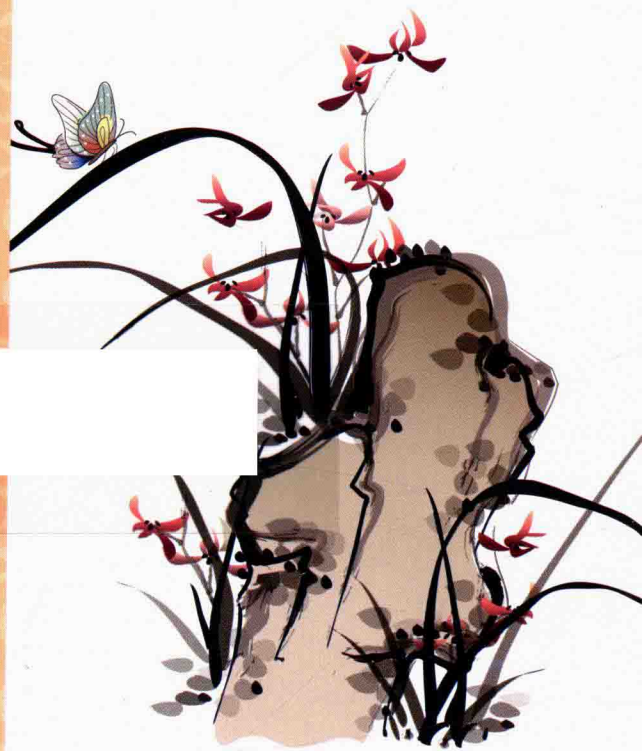
核心

社会主义

价值观学科教育丛书

丛书主编 赖茵

初中数学学科教育



教育科学出版社
Educational Science Publishing House

本书主编
潘振华

初中数学学科教育

核心

社会主义

价值观学科教育丛书

丛书主编 赖茵



教育科学出版社
· 北京 ·

出版人 所广一
责任编辑 石雷先
版式设计 郝晓红
责任校对 贾静芳 刘 婧
责任印制 叶小峰

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学学科教育/潘振华主编. — 北京: 教育
科学出版社, 2016. 3

(社会主义核心价值观学科教育丛书/赖菡主编)

ISBN 978-7-5191-0384-2

I. ①初… II. ①潘… III. ①中学数学课—教学研究
—初中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 053442 号

社会主义核心价值观学科教育丛书

初中数学学科教育

CHUZHONG SHUXUE XUEKE JIAOYU

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号
邮 编 100101
传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009
编辑部电话 010-64981258
网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店
制 作 北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印 刷 永清县晔盛亚胶印有限公司
开 本 184 毫米×260 毫米 16 开
印 张 10
字 数 231 千

版 次 2016 年 3 月第 1 版
印 次 2016 年 3 月第 1 次印刷
定 价 31.00 元

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

总 序

把社会主义核心价值观融入中小学教育全过程，是落实立德树人根本任务、培养社会主义事业合格建设者和接班人的重要途径，是新形势下学校德育工作创新的现实要求。2013年，中共中央办公厅印发了《关于培育和践行社会主义核心价值观的意见》，明确提出这项教育活动要从小抓起，从学校抓起。2014年，《教育部关于培育和践行社会主义核心价值观 进一步加强中小学德育工作的意见》中强调，要增强中小学德育的时代性、规律性和实效性。习近平总书记高度重视青少年社会主义核心价值观教育问题。2014年5月4日，习近平在北京大学座谈时对青年们提出“扣好人生第一粒扣子”的殷切期望，指出广大青年树立和培育社会主义核心价值观，要在四个方面下功夫：一是要勤学，下得苦功夫，求得真学问；二是要修德，加强道德修养，注重道德实践；三是要明辨，善于明辨是非，善于决断选择；四是要笃实，扎扎实实干事，踏踏实实做人。2014年5月30日，习近平在视察北京市海淀区民族小学时强调，少年儿童培育和践行社会主义核心价值观，要适应自身年龄和特点，做到记住要求、心有榜样、从小做起、接受帮助。

福建省厦门市从2007年起，按照“课题引领、课堂为主、实践养成、着眼长效”的思路，有计划、有步骤地开展了“社会主义核心价值观体系融入中小学教育全过程”的工作。2013年6月，厦门市教育科学研究院组织了课题指导组，和300余位骨干教师开展了“构建融入社会主义核心价值观的学科教育课堂”研究，将社会主义核心价值观教育结合学科特点分解到中小学各学科教学中，逐步形成学科教育理论框架，完成并出版了《厦门市中小学社会主义核心价值观学科教育指导纲要》（以下简称《纲要》）。《纲要》为社会主义核心价值观融入中小学学科课堂教学提供了很好的指导，有力地促进了社会主义核心价值观进教材、进课堂、进头脑。

在前期研究的基础上，厦门市部分教师开展了学科教育课堂教学实践，逐步探索出社会主义核心价值观融入各学科教学的方法和策略，并形成教学案例。为进一步开展教师培训，厦门市教育局组织出版了“社会主义核心价值观学科教育丛书”（以下简称“丛书”），包括中小学各学科，共36册。

“丛书”是对学科教育的理论探索。“丛书”通过建立以社会主义核心价值观为指导的学科教育框架，解决了社会主义核心价值观教育“教什么”的问题；通过建立社会主义核心价值观教育的教学设计方法，包括形成基本理解、转化为驱动性问题和设计教学活动等，解决了社会主义核心价值观教育“怎样教”的问题。这些都为学科教育理论奠定了坚实的基础，是对社会主义核心价值观教育方法论的初步探索。

“丛书”也是一线教师进行学科教育的操作手册。书中案例根据不同学段学生的特点，

从实际出发，因势利导，灵活施教，求真、求变、求渗透，力求切实增强中小学社会主义核心价值观教育的有效性。

一是求“真”，从学生的真实生活出发。教师在课堂教学中不是抽象地阐释社会主义核心价值观的内涵，而是根据不同的教学内容，从学生的真实生活出发，解决学生生活中的实际问题，并针对现实社会中的一些问题进行分析，使学生在生活中学习，在学习和思考，在思考中反省，在反省中作出选择与判断，并不断地修正自己的价值观念和行为习惯。

二是求“变”，使学生变传统的被动接受为主动建构。教师在课堂教学中不是填鸭式地将社会主义核心价值观直接灌输给学生，而是注重学生的评价思维训练，通过暗示、询问、激励等手段，帮助学生学会分析、评价，从而作出合理的选择。

三是求“渗透”，渗透于教与学的全过程。教师在课堂教学中不是将教材中蕴含的教育因素单独提取出来进行专门的讲解，而是找准渗透点，选择教学中某一环节、某一知识点或训练点作为突破口，适当、适时、适量地进行社会主义核心价值观教育，并渗透于课堂讲授、课堂训练和课外活动之中。

立德树人、课程育人，以人为本，从学科特点出发，构建融入社会主义核心价值观的学科教育理论，将社会主义核心价值观教育融入课堂教学，培养符合未来社会需要的人才，是当代教师的职责所在。

“丛书”的出版，意义重大，它将同教师们一起探讨学科的内涵，寻找社会主义核心价值观教育的真谛。虽然我们的探索还显粗浅，但我们期待抛出的“砖”能引出更多社会主义核心价值观教育的“玉”。

福建省厦门市委教育工委书记、厦门市教育局局长 赖旭

2016年3月

前 言

在初中学段的数学教育教学过程中，开展社会主义核心价值观教育，引导学生自觉追求富强、民主、文明、和谐的国家理想，弘扬自由、平等、公正、法治的社会价值，遵守爱国、敬业、诚信、友善的道德规范，对学生坚定社会主义信念，促进身心健康发展，增强社会责任感，形成正确价值观等具有重要的意义。

本书对《厦门市中小学社会主义核心价值观学科教育指导纲要·初中数学》进行了详细解读，并精选了丰富的案例进行分析。全书共分五章，重点围绕社会主义核心价值观中公民个人层面的道德规范进行阐述。

第一章是辩证唯物主义教育。在初中数学教科书中，蕴藏着大量的辩证唯物主义思想教育内容。数学是对现实世界的反映，具有客观实在性；数学知识是普遍联系和变化发展的。本章从数学与辩证唯物论、唯物辩证法的关系进行解读，指导教师在教学中有意识地开展辩证唯物主义教育，以帮助学生逐步树立辩证唯物主义世界观。

第二章是爱国爱乡教育。我国古代数学成就辉煌，近现代也涌现出很多杰出的数学家，为国家的发展作出了突出的贡献。教师在教学中可以不失时机地呈现我国古今数学的辉煌成就，也可以反映数学在家乡建设中的作用，充分激发学生的爱国爱乡情怀。

第三章是科学精神教育。科学精神作为人类文明的崇高精神，它表达的是一种敢于坚持科学思想的勇气、毅力和不断探求真理的意识。在教学中，教师可以让学生通过数学家的故事感悟科学精神，并在研究过程中践行科学精神，养成严谨求实的科学态度，为今后在工作中形成敬业精神打下基础。

第四章是规则意识教育。规则意识是个人诚信和社会法治的基础，也是社会和谐的重要保障。数学因其高度的抽象性和严谨性而处处有规则。数学学习对培养学生的规则意识有着很重要的作用。教师应在教学中引导学生从认识数学规则到遵循、应用数学规则，做遵纪守法、诚实守信的合格公民。

第五章是时代精神教育。以改革创新为核心和以合作精神为基础的时代精神是中华民族不断发展的强大动力。教师在教学中应鼓励学生勇于质疑、善于发现和敢于提出问题，在独立思考的基础上进行合作交流，养成尊重他人、团结友善的品质，初步形成创新意识和合作精神。

总之，本书旨在帮助中学数学教师立足于学科教育，培养学生的数学核心素养，将社会主义核心价值观有机地融入日常教学过程中，充分发挥数学在塑造学生的人格方面的重要作用。

编 者

2016年3月

目 录

第一章 辩证唯物主义教育	1
第一节 数学与辩证唯物论 / 1	
第二节 数学与唯物辩证法 / 7	
第二章 爱国爱乡教育	39
第一节 数学与民族骄傲 / 39	
第二节 数学与国家发展 / 50	
第三节 数学与家乡建设 / 56	
第三章 科学精神教育	60
第一节 感悟科学精神 / 60	
第二节 践行科学精神 / 67	
第四章 规则意识教育	85
第一节 认识与建立数学规则 / 85	
第二节 遵循与应用数学规则 / 107	
第五章 时代精神教育	124
第一节 创新意识 / 124	
第二节 合作精神 / 141	
后 记	152

第一章 辩证唯物主义教育

恩格斯曾说：“要确立辩证的同时又是唯物主义的自然科学观，需要具备数学和自然科学的知识。”辩证唯物主义正确地揭示了物质世界的基本规律，它是建立在人类全部科学知识基础上的科学思维方法，是科学的世界观和方法论，是我们认识世界和改造世界的伟大思想武器。数学是研究数量关系和空间形式的科学，就其产生与发展的过程来看，完全符合物质世界的最普遍规律。本章将从数学与辩证唯物论、数学与唯物辩证法两个方面的关系进行阐述，旨在指导教师在教学中站在培养学生学科素养的高度，用马克思主义哲学的观点深刻理解数学的本质，有意识地开展辩证唯物主义教育，帮助学生逐步树立辩证唯物主义世界观。

第一节 数学与辩证唯物论

辩证唯物论的基本观点认为，世界的本原是物质，物质决定意识，意识是对物质的反映，同时，意识对物质有能动的反作用。承认世界是物质的，物质具有客观性，这是整个马克思主义哲学的基础。数学是研究数量关系与空间形式的科学，而数量关系与空间形式是客观存在于万物之中的。

意大利科学家伽利略曾说过：“宇宙大自然的奥秘写在一本巨大的书上，而这部书是用数学语言写成的。”数学的每一个分支内容都是基于现实世界的现象产生的，它在揭示着客观事物间的规律，比如著名的勾股定理揭示了直角三角形三边之间的关系，又比如著名的斐波那契数列和生活中的某些花朵的花瓣数、树木的生长都有着密切的联系。然而数学的进一步发展需要人类意识的创造性。数学家们由数学的内部结构又发现了很多有价值、具有丰富内涵的问题，进而推动了数学的应用与发展。从表面上看，这些问题可能脱离实际，看似没有太多的意义。可是一旦人们发现它们在现实生活中能直接使用时，它们就会产生无穷的魅力。比如数学史上的第一次危机就源于希帕索斯的发现，虽然在当时与倡导“万物皆数（整数）”的毕达哥拉斯学派产生冲突，但是事实却证明了这样的发现在现实世界是存在的。又比如早在公元前3世纪，数学家阿波罗尼就开始研究圆锥曲线的性质，甚至已经系统化。可是这部分的内容并没有得到实际应用，直到17世纪，开普勒利用其描述了行星运动的轨迹，提出了开普勒三大定律。数学发展是基于客观世界发展规律而形成的科学，它与现实世界有着千丝万缕的联系。



史宁中教授在《数学思想概论》中提出这样的观点：“数学发展所依赖的思想在本质上有三个：抽象、推理、模型。通过抽象在现实生活中得到数学的概念和运算法则；通过推理得到数学的发展；然后通过模型建立数学与外部世界的联系。”这段话从数学的产生、数学的内部发展、数学的外部关联三个维度上概括了对数学发展影响最大的三个基本思想。正是由于数学的抽象才使得数学高于现实生活中的物质本身，同时也正是由于数学的高度抽象，才使得数学能有今天这么广泛的作用。

初中学生正处在人生观、价值观初步形成的时期，教师要引导学生树立辩证唯物主义的观点。首先，在教学中要精心创设问题情境，让学生体验从具体情境中抽象出数量与数量关系、图形与图形关系的过程，感受数学来源于客观世界；其次，需要指导学生运用数学模型解决实际问题，从而真切感受数学对客观世界产生的影响。

一、在数学抽象的过程中，体会数学源于客观世界

抽象是指从众多的事物中抽取共同的、本质性的特征，而舍弃其非本质的特征。抽象不能脱离具体事物而独自存在。正如亚里士多德所说：“数学家用抽象的方法对事物进行研究，去掉感性的东西剩下的只有数量和关系；对于数学研究而言，线、角或者其他的东西，不是作为存在而是作为关系。”

对于数学，抽象主要包括两方面的内容：数量与数量关系的抽象，图形与图形关系的抽象。数学的基本概念都是通过抽象得到的。这些基本概念包括：数学研究对象的定义、刻画对象之间关系的术语和符号以及刻画对象之间关系的运算方法。这种抽象是一种从感性具体上升到理性具体的思维过程，这样的抽象还只是第一次抽象。在此基础上，还能凭借想象和类比进行第二次抽象，其特点是符号化，得到那些并非直接来源于现实的数学概念和运算方法，比如实数和高维空间的概念，又比如极限和四元数的运算。第二次抽象是此理性具体扩充到彼理性具体的思维过程。在这个意义上，数学并非仅仅研究那些直接来源于现实生活的东西，它是高于现实生活的。

《义务教育数学课程标准（2011年版）》多次提到，让学生体验从具体情境中抽象出数的过程，从具体情境中抽象出数学符号的过程，从实际物体中抽象出简单几何体和常见的平面图形，等等。由于处于初中阶段的学生对客观世界的认识仍是具体的，故在新授课的引入中，教师应该注意收集生活中的例子，以方便引导学生从实际例子出发理解数学中的抽象概念。这要求教师应做个生活的有心人，热爱生活，感受生活之美。如七年级上册的“数轴”一课中，教师可以引用温度计让学生体会数轴的三要素；在讲授图形旋转时可以借助风车让学生感受旋转的模型等。总之，教师应该让数学课更加生动有趣、更加富有生活气息。

【案例1】

“数轴”教学设计片段

（福建省厦门第一中学 陈燕梅）

一、所属章节

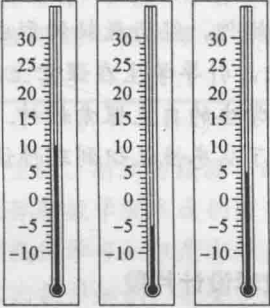
人教版数学七年级上册 第一章有理数



二、教学目标

了解数轴的概念, 经历从生活实例中抽象出数学模型的过程, 体会数学来源于生活, 来源于实际.

三、教学过程

教学环节	问题与情境	师生活动	学科教育设计意图
第一环节: 创设情境, 引入新课	<p>问题 1: 在一条东西向的马路上, 有一个汽车站, 汽车站东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树, 汽车站西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆, 试着画图表示这一情境.</p> <p>追问:</p> <p>(1) 马路可以用什么几何图形代表?</p> <p>(2) 你认为站牌起什么作用?</p> <p>(3) 在画图的过程中, 你主要考虑哪些要素?</p> <p>问题 2:</p> <p>(1) 还记得有理数的分类吗?</p> <p>(2) 怎样用数简明地表示这些树、电线杆与汽车站的相对位置关系(方向、距离)?</p> <p>问题 3: 观察温度计, 读取各温度计上面的示数.</p>  <p>追问:</p> <p>温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线, 它和刚才同学们画的图有什么相同点, 有什么不同点?</p>	<p>教师引导学生看问题 1, 并提问: 如何画出这一情境?</p> <p>学生画图, 预估会有部分学生没有标出原点, 而是对每一个位置用文字说明, 并标记两个位置之间的距离.</p> <p>学生思考并回答. 教师引导学生理解“东”与“西”、“左”与“右”都具有相反意义.“汽车站牌”可以作为基准点, 用负数表示基准点左边的点, 用正数表示右边的点.</p> <p>学生思考并回答.</p> <p>学生回答, 教师引导学生理解温度计也是用一条直线上的点表示正数、0 和负数.</p> <p>教师鼓励小组讨论, 请各小组代表发言.</p> <p>预估学生会从原点、数的正负等方面进行回答, 对于数轴的正方向教师可以适时引导: 通常规定向右(向上)为正.</p>	<p>数学源于生活, 让学生从生活经验出发画图, 渗透方向与距离两个主要的因素.</p> <p>用直线、点、方向、距离等几何符号表示实际问题, 这是对实际问题的第一次数学抽象.</p> <p>回顾旧知, 并引导学生用正数和负数来体现方向的相反, 让学生初步感知数与形的结合.</p> <p>以“三要素”为定向, 将点用数表示, 实现第二次抽象, 为定义数轴概念提供直观基础.</p>



续表

教学环节	问题与情境	师生活动	学科教育设计意图
第二环节： 合作交流， 探索新知	问题4：阅读课本上数轴的概念，思考以下问题。	学生思考，并将刚才比较的结果提炼成数轴的三大要素，然后试着画出自己想象的数轴。	由直观认识到理性认识，引导学生建立数轴概念。
	<p>(1) 通过刚才温度计和所画的图的比较，想一想，这条表示数的直线（数轴）需要具备什么条件，才能将不同的数用它上面的点表示出来呢？</p> <p>(2) 如何画出满足条件的数轴？</p> <p>(3) 你是怎么理解“选取适当的长度为单位长度”的？</p>	<p>教师用展台将学生的不同画法展示出来，让学生交流哪种画法最合理，然后师生共同分析归纳得出数轴的特征。预估学生会遗漏相关的要素，如原点、正方向，也有可能学生会将“直线”画成“线段”或“射线”，甚至更高谱，教师应及时引导学生纠错并适时鼓励。</p> <p>教师板书数轴的定义（彩色粉笔标识三要素）、画图示范，师生共同分析数轴的概念。</p>	引导学生自主画图，辨析概念，加深学生对数轴概念的理解。

案例分析

本节课之前，学生已经学习了正数、0和负数，理解了具有相反意义的量的含义。然而数轴是数和形的重要媒介，也是学生难以理解的一个难点，对于学生来说，将数和形结合在一起是第一次，因此，本案例中教师注重从学生的已有知识经验出发，从贴近学生生活经验的画图开始，让学生通过观察、思考和动手操作，经历数轴的形成过程，充分发挥学生的主体意识，让学生主动参与到学习活动中来，引导学生在课堂上感悟知识的形成、发展和变化，形成并加深对数轴概念的理解，培养学生的自主探索精神。同时训练学生的抽象和概括能力。本案例中教学环节的安排也体现了从感性认识到理性认识、再到抽象概括的认知规律。

【案例2】**“直线、射线与线段”教学设计片段**

(福建省厦门市第十一中学 黄静芳)

一、所属章节

人教版数学七年级上册 第四章几何图形初步

二、教学目标

通过动手实践、自主探索，得出“两点确定一条直线”的结论。体会数学来源于生活。



三、教学过程

教学环节	问题与情境	师生活动	学科教育设计意图
第一环节： 创设情境， 揭示课题	问题： (1) 小明要在墙上固定一个长条衣架，至少要钉几个钉子？为什么？ (2) 建筑工人砌墙时，经常在两个墙角的位置分别插一根木桩，然后拉一条直的参照线。你能说出其中的道理吗？	教师提出生活中可能遇到的问题，引导学生意识到其中蕴含着数学知识。学生观察思考的同时，请一名学生与老师共同演示。 教师板书：基本的平面图形——直线、射线、线段	创设问题情境，激发学生的求知欲望，揭示课题。
第二环节： 实际操作， 探究事实	操作演示：在墙上固定一个长条衣架，钉一个钉子，衣架会转动，无法固定；钉两个钉子，衣架固定。 问题1：把长条衣架看成一条线段，钉子看成点，刚才的操作演示说明了什么问题？ 追问：把木条向两端无限延伸，也就是把线段向两端延伸得到直线，是否也能用两点来固定其位置呢？能否通过画图来进一步研究？ 问题2：你能解释在墙上钉衣架以及砌墙时在墙角钉木桩的道理吗？你能再举出生活中应用这一基本事实的例子吗？	教师请一名同学进行操作演示，让学生思考并回答其中的道理。然后师生共同归纳：两点能固定一条线段的位置。 学生动手画图思考，写出结论，小组交流讨论。 学生解释、举例，巩固新知，体会应用。 教师总结，教学生学会关注生活中的问题，尝试用所学的数学知识解决问题。	通过实物操作演示，让学生直观感受：两点能固定一条线段的位置。 回归问题情境，感受基本事实在生活和生产中的应用，体会数学的应用价值。

案例分析

本节课是“直线、射线与线段”的第一节课。在案例中，教师从生活中的例子出发引出课题，让学生体验数学就在我们身边。数学中的图形都是由生活中的实物抽象出来的，而生活经验对于我们学习知识是有帮助的。数学来源于生活，并高于生活。我们既能够从例子中抽象出数学知识，也要学会把知识融会贯通地应用到生活中。

二、在数学模型的应用中，体会数学对客观世界的作用

在实践中得以应用是数学得以发展的动力。没有实践运用，数学的概念永远只是纸上谈兵。例如，我国数学家刘徽发现的“割圆术”中就涉及简单的微积分思想；在古希腊，阿基米德在解答某些数学问题时就已经触碰到微分以及积分的运算。可是在那样的时代，微积分理论并没有被创立，就是因为社会实践的需求没有那么迫切。只有当社会生产力达到一定的阶段，人们开始关注物体运动变化的问题时，才出现了函数以及变量这样的概



念，微积分的理论才得到发展。同时，社会的发展给数学提出了很多新问题、新情况。也正是由于这样的实践需求，才使得数学理论得到进一步发展，进而更加有效地服务于实践。所以实践应用对于数学来说非常重要。

对于中学生来说，数学应用就需要能够利用数学模型进行实践。所谓的数学模型，是针对特定现实问题或具体实物对象进行数学抽象所得到的。而要将数学模型应用于现实生活，为解决实际问题指明方向，就需要学生领悟数学中的模型思想。《义务教育数学课程标准（2011年版）》中提到，模型思想的建立是让学生体会和理解数学与外部世界的联系的基本途径。所以在教学中，教师应从现实生活或具体情境中抽象出数学问题，用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律，并在求出结果以后讨论结果的意义。

在学习完每一部分内容后，教师都应该留意让学生学会反思，学会应用所学知识解决实际问题，做到学有所用。这样的应用可以是在实际生活中的应用。比如，教师可以在学生学完三角函数后让他们自主选用工具测量学校旗杆的高度，在学完一次函数后可以让他们自主调查所在城市电费的缴费情况等。同时，它也可以是在其他数学问题中的应用。比如教师应该引导学生在复杂图形中找到已经学过的简单的几何图形，在复杂算式中发现完全平方公式或者平方差公式的结构等。唯有应用才能体现数学的价值，唯有应用才能让数学更加丰富多彩。

【案例3】

“分式方程的应用”教学设计片段

（福建省厦门市第五中学 黄绯）

一、所属章节

人教版数学八年级上册 第十五章分式

二、教学目标

能够根据具体问题中的数量关系列出分式方程，体会分式方程是刻画现实世界的一个有效的数学模型。通过解决与实际生活贴近的案例，体会数学的应用价值。

三、教学过程

教学环节	问题与情境	师生活动	学科教育设计意图
第一环节： 创设情境， 激活思维	在某次捐款活动中，有甲、乙两个班的同学进行捐款，有下列三条信息。 信息1：甲班捐款250元，乙班捐款330元； 信息2：甲班同学人均捐款数是乙班人均捐款数的 $\frac{5}{6}$ ； 信息3：乙班的人数比甲班多5人。 求：_____。 请同学们自己设置一个问题，并运用分式方程来求解。	教师在引导过程中可以进行追问： (1) 题目中哪些是已知量？哪些是未知量？已知量与未知量有何关系？ (2) 你提出的问题是什？你将如何解决这个问题？ (3) 你列出的方程是怎样的方程？如何求解？所求的解是否符合题意？ (4) 你能归纳出自己的解题过程和解题方法吗？	创设开放性问题，使学生能在已有知识的基础上，独立思考，提出具体问题，积极参与整个教学过程。 让学生初步感受分式方程是刻画现实世界的一个有效的模型。



续表

教学环节	问题与情境	师生活动	学科教育设计意图
第二环节： 探究问题， 提升能力	<p>问题 1：两个工程队共同完成一项筑路工程，甲队单独施工 1 个月完成总工程的 $\frac{1}{3}$，这时增加了乙队，两队又共同工作了半个月后总工程全部完成。哪个队的施工速度快？</p> <p>追问 1：题目中有哪些基本量，它们有何关系？</p> <p>追问 2：可以通过怎样的量比较两队的施工速度？工作效率如何求？</p> <p>追问 3：整个工程是怎样完成的？</p> <p>追问 4：如何通过题设求出乙队单独施工 1 个月所完成的总工程量？</p> <p>追问 5：你能归纳出自己的解题过程和解题方法吗？</p>	<p>教师提出问题，学生进行思考回答，教师通过追问，让学生多思考题目中的量之间的联系。</p> <p>在学生充分发表意见的基础上，师生共同板演解决追问 4 的过程。</p> <p>给出充分的时间让学生反思解题过程，并归纳出解题步骤。</p>	<p>通过设置问题串，引导学生学会分析问题、解决问题。</p> <p>让学生经历分式方程的建模过程，并利用分式方程求出相关数据，从而认识到分式方程的重要性和应用价值，增强学生对建模的应用意识和应用能力。</p>
第三环节： 总结反思， 梳理步骤	<p>列分式方程解应用题的解题步骤： 审清题意→合理设未知数→分析数量关系，并准确表示出相关的量→找出相等关系列方程→解方程→检验→答</p>	<p>引导学生总结本节课所学的过程和方法。</p>	<p>让学生学会梳理零散的经验，从而体会分式方程这一数学模型的价值。</p>

案例分析

学生在学习本节内容之前，已具备了建立方程模型解决简单实际问题的基础，对解决问题的基本过程也有了一定的认识。本节案例设计从创设情境开始，始终围绕学生身边的例子，让学生感受到分式方程可以解决实际问题。在例题学习中，以“判断决策”为最终目标，让学生自行分析并发现影响结论的关键变量，建立分式方程模型去解决问题。学生在独立思考、独立解决这类问题的过程中，通常会缺少理性的分析，所以在教学过程中，教师要通过不断追问来加强引导，突出将“判断决策”的实际问题转化为“比较数字大小”的数学问题的过程，体现分式方程的工具性，从而进一步加深学生对问题的理解，帮助学生体会建模思想并增强应用模型的意识。

第二节 数学与唯物辩证法

唯物辩证法，是关于社会和最一般规律的科学方法，它是马克思主义哲学的组成部分。唯物辩证法的基本观点认为：世界是普遍联系的有机整体，同时又是变化发展



的,联系和发展是辩证法的总特征。数学与辩证法之间存在着相辅相成的关系。在数学中随处可见辩证法的踪迹,辩证法不仅涉及数学内容,更包括了数学思想方法。

首先,数学内容是在旧的矛盾不断解决、新的矛盾不断产生的条件下产生和发展起来的。负数的产生解决了“不够减”的问题,无理数的产生解决了“开不尽”的问题,复数的引进又解决了负数不能开偶次方的问题。然而解决了旧问题又产生了新问题,例如有理数不像整数那样可数,复数不像实数那样可比等。随着这样的不断演变发展,数学进步了,它能够解决的问题也更多了。所以数学的发展史是一部矛盾斗争史,它蕴含着丰富的辩证法思想。

其次,数学思想方法是辩证法在数学学科中的衍生。数学思想是对数学事实与理论经过概括后产生的本质认识,是人们在认识数学的过程中反复应用、具有指导意义的思想。数学方法是数学活动中所采用的途径、方式、手段、策略等,是由思想转化而来的具体操作方法。而唯物辩证法中普遍联系、运动变化的观点无形地渗透于数学思想方法中,在很大程度上指导数学思想方法的运用。例如数学归纳法就涉及从特殊到一般的观点,利用辩证的思想解决数学问题。

可以这么说,数学的每个大的进步,都暗含着哲学的理念,同时也在影响着哲学理论,特别是三次数学危机丰富了唯物辩证法思想,解决了例如“运动是什么”这样古老的哲学问题。正如张景中院士在《数学与哲学》一书中所言:“当哲学家说明世界上的一切时,他看到,万物都具有一定的量,呈现出具体的形,数学的对象寓于万物之中。当哲学家谈论怎样认识真理时,他不能不注意到,数学真理是那么清晰而无可怀疑,那么必然而且普遍。当哲学家谈论抽象的事物是否存在时,数学提供了最抽象而又最具体的东西,数、形、关系、结构。它们有着似乎是不依赖人的主观意志的性质。当哲学家在争论中希望把概念弄得更清楚时,数学提供了似乎卓有成效的形式化的方法。”由此可见辩证法与数学是不可分割的两个部分。教师在教学中应该不断学习辩证法的相关知识,将哲学与数学紧密结合,这样才能更加认清事物的本质。

一、数学与普遍联系观

世界存在是一个有机的整体,具有普遍联系的特征。生活中的一切事物和现象之间是相互联系,相互影响,辩证统一的。数学知识间的联系具有客观性、普遍性和多样性。

所谓客观性是指事物之间的联系是固有的,不以事物的形式变化而变化。比如矩形、菱形以及正方形虽然是不同形式的平行四边形,但它们都具有平行四边形的性质。

所谓普遍性是指联系是普遍存在的。每个知识点都不是孤立存在的,它们都是相互作用,相互影响的。比如,从函数的角度看方程、不等式,它们存在着密切的联系,是整体和局部的关系。

所谓多样性是指联系有多种形式,有内部联系和外部联系、本质联系和非本质联系等,比如,方程与方程之间属于内部联系,而方程与直线、曲线之间属于外部联系。

正是由于数学知识之间存在着许多联系,学生在数学知识不断丰富充实的过程中,要学会利用知识之间的普遍联系,从类比中找到不同问题的相似之处;学会从特殊到一般的推广中找到事物发展的内在规律;学会从转化中找到解决新问题的方法,逐步形成辩证唯



物主义世界观.

(一) 从类比中体会联系

类比是指根据两种事物在某些特征上的相似,推论出它们在其他特征上也有可能相似的一种推理形式.正是由于事物之间具有普遍联系才使得这样的类比行之有效.数学中的类比思想是利用两个数学对象之间的相似性,由其中一个数学对象已知的性质推出另一个未知对象性质的一种合情推理.虽然这样的类比是一种主观不充分的推理,但它可以应用在概念、性质以及解决方法等方面.由于数学对象之间的相似性,可以让结论具有一定的可信度.二者相似度越高,这样推导得到的结论的正确性也越高.美籍匈牙利数学家波利亚对数学类比的作用十分重视,他还将平面几何与立体几何之间的类比称赞为“伟大的类比”.在初中数学中,有很多地方涉及类比思想,主要有两种形式(见下表).

	类比思想形式	初中数学主要内容例举
类比思想	概念类比	平方根与立方根概念 因式分解与因式分解概念 一元一次方程与一元二次方程概念 多边形与三角形概念 线段中点与角平分线概念 正方形与矩形、菱形概念
	方法类比	整式运算与有理数运算法则 一元一次方程与一元一次不等式运算法则 分式运算与分数运算法则 同底数幂公式推导 函数性质探索 特殊平行四边形性质探索 平移、旋转、对称性质探索 相似三角形与全等三角形判定方法

1. 概念类比

某些数学概念之间存在着很多相似之处,学生在学习这些概念时,教师可以通过学生已学过的类似概念引入,让学生自行建构新的概念.这样学生既可以理解记忆新的概念,也可以对原有知识有更深刻的理解,有利于知识结构的形成.这样的教学可以激发学生的创造性思维,提高他们学习数学的兴趣.

【案例 1】

“立方根”教学实录片段

(福建省厦门双十中学 唐传琛)

一、所属章节

人教版数学七年级下册 第六章实数

二、教学目标

通过类比联系平方根的定义,自主给出立方根的定义.

三、教学实录

师:上一节课我们学过了平方根的定义以及性质.哪位同学能给大家复习一下平 9



方根的定义呢？

生：如果一个数的平方等于 a ，那么这个数就叫作 a 的平方根。也就是说，如果 $x^2 = a$ ，那么 x 就叫作 a 的平方根。

师：你能否举些例子呢？

生：例如 $(\pm 2)^2 = 4$ ，那么 ± 2 为 4 的平方根。

师：这个同学回答得很不错。那老师这里有一个式子 $3^3 = 27$ ，由昨天我们学的平方根定义，你觉得我们可以说 3 是 27 的什么呢？

生：可以说 3 是 27 的立方根。

师：很好，你是怎么想的？

生：因为平方，所以我们称为平方根。那这个式子中是立方，所以我们应该可以称它为立方根吧。

师：嗯，很好。类比得很好。我们今天就来学习立方根。那你能不能给立方根下个定义呢？

生：如果一个数的立方等于 a ，那么这个数就叫作 a 的立方根……（有些迟疑）

师：你是怎么思考的？

生：我就是将平方根定义中的平方改成立方。

师：嗯，很好。你能够由此及彼，根据平方根的定义推出立方根的定义。这就是立方根的定义。我们可以说，如果 $x^3 = a$ ，那么 x 就叫作 a 的立方根。研究完立方根的定义，我们接下来应用定义进行简单的计算……

案例分析

由于平方根是在立方根之前学习的知识，老师在复习平方根定义的基础上让学生自主给出立方根的定义。学生之所以能够顺利地自主得出立方根的定义就在于有平方根的定义作为基础，学生可以通过字面推理得到。而老师把这样的机会交给学生充分体现了学生为主体的教学模式，能够更加激发学生的创造性。而在后续探究立方根的性质过程中，教师还可以不断渗透类比的思想，让学生将平方根与立方根进行联系、区分。

【案例 2】

“正方形”教学实录片段

（福建省厦门双十中学 唐传琛）

一、所属章节

人教版数学八年级下册 第十八章平行四边形

二、教学目标

1. 通过类比矩形和菱形的定义，得出正方形的定义。
2. 在学习的过程中，能触类旁通，找到知识之间的联系，形成知识网络。

三、教学实录

师：同学们，请看图 1，你们知道这个地方吗？

生：（齐答）知道，水立方。

师：很好，水立方是 2008 年北京奥运会的比赛场



图 1 水立方