

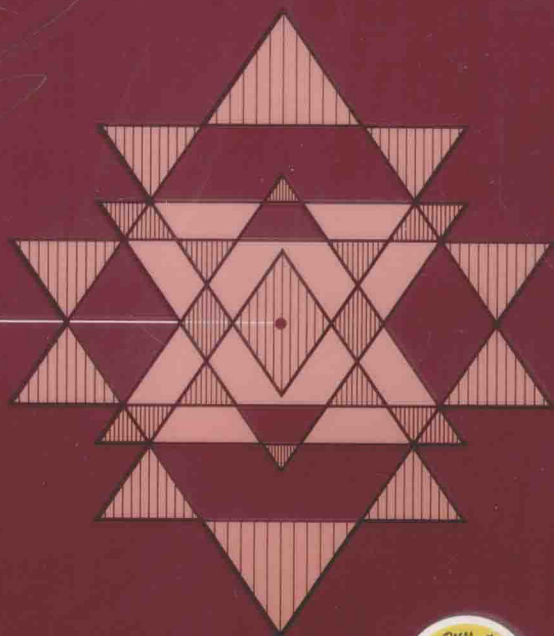
普通高等教育“十三五”规划教材

# 经济预测与决策技术 及MATLAB实现

第  
2  
版

杨德平 刘喜华 著

# MATLAB



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十三五”规划教材

# 经济预测与决策技术 及 MATLAB 实现

第 2 版

杨德平 刘喜华 著

机械工业出版社

本书从模型的基本知识和理论出发,采用经济、金融、管理等领域的实际案例,编写相应的 MATLAB 程序,并得出含有大量数据和套用模型的运行结果,使复杂的问题简单化。学习者无须掌握大量的计算机知识,只需复制例题、案例中相应的程序,就可解决自己想处理的问题,为读者提供了一套手把手处理问题的方法和解决实际问题的手段。

本书主要内容包括定性预测法、弹性预测法、投入产出预测法、趋势外推预测法、时间序列预测法、干预分析模型预测法、马尔可夫链预测法、灰色预测法、景气预测法、神经网络预测法等预测方法,以及层次分析法、熵权法、逼近理想解排序法、数据包络分析法等决策评价技术,汇总了当代经济预测与决策方法、理论和模型,具有较高的学术参考价值。

本书可作为高等院校经济学类、金融学类、工商管理类、统计学类以及计算机类专业本科生和研究生的教科书和参考书,也可供从事经济管理研究、经济预测与决策的人员参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

经济预测与决策技术及 MATLAB 实现/杨德平,刘喜华著. —2 版. —北京:机械工业出版社,2016.8

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-54504-0

I. ①经… II. ①杨… ②刘… III. ①Matlab 软件—应用—经济预测—高等学校—教材 ②Matlab 软件—应用—经济决策—高等学校—教材 IV. ①F201-39 ②F202-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 183804 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:曹俊玲 责任编辑:曹俊玲 何洋

责任校对:樊钟英 封面设计:张静

责任印制:李洋

北京宝昌彩色印刷有限公司印刷

2016 年 9 月第 2 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 19.25 印张 · 471 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-54504-0

定价:39.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线:010-88379833

读者购书热线:010-88379649

网络服务

机工官网:www.cmpbook.com

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

金书网:www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

当今市场竞争激烈，各国政府为指导本国市场经济发展，推动国际经济协作，都很重视对未来经济发展前景的展望和预测，并根据预测结果制定中长期发展规划，做出促进本国发展，使本国利益最大化的决策。企业也要先于竞争对手预测未来的发展前景和消费者的需求，以便做好产品开发、市场定位，制定有利于企业发展的市场决策。个人在进行理财和投资时，也要根据历史和现状预测未来，并及时制订操作方案，才能获得可观收益。总之，大到国家和政府，中到企业集团，小到个人，无时不在进行预测与决策，而准确的经济预测是做出科学经济决策的重要依据和前提。为此，讨论预测与决策理论，研究其方法与模型，给出预测结果和决策方案，具有重要的理论价值。经济预测与决策是一门科学，更是一门技术，其数学模型众多，计算量大且复杂，需要通过有效的学习来掌握。

MATLAB 是一套功能强大且比较易学的可视化软件，不仅具备数值计算、符号解析运算、图形显示等功能，还是线性代数、自动控制理论、概率论及数理统计、数字信号处理、时间序列分析、金融经济计量、数学模型建立、神经网络以及动态系统仿真等方面重要的数学计算工具。它能使人们摆脱重复、复杂的机械性编程细节，把注意力集中在创造性地解决问题上，用尽可能短的时间得出尽可能有价值的结果。

本书力求做到将经济预测与决策同 MATLAB 工具完美结合，并从实用角度出发，详细地介绍如何运用 MATLAB 工具对预测与决策技术进行程序实现。学习者可以对社会经济、金融、管理等领域的实际问题，轻松地选用合适的数据库，套用正确的预测与决策模型，得出预测结果和决策方案，使复杂问题简单化。在学习经济预测与决策理论知识和 MATLAB 工具的同时，也学会了解决社会实践问题的方法和技能。

本书是在 2012 年出版的《经济预测方法及 MATLAB 实现》一书的基础上，进行了修改和添加，对原书预测方法中的大部分例题和案例分析进行了更新和替换，使用了新数据，优化了程序，更具时效性。针对读者的需求，增加了决策理论部分，选取了目前最流行并广泛使用的层次分析 (AHP) 法、熵权法、逼近理想解排序 (TOPSIS) 法和数据包络分析 (DEA) 法等决策评价技术，主要通过案例分析及 MATLAB 编程，使读者尽快掌握这些理论和方法，及早地应用于学习、科研和撰写论文当中。

本书具有以下主要特色：

(1) 内容丰富，方法全面。介绍了目前广泛使用的预测与决策方法，主要包括定性预测法、弹性预测法、投入产出预测法、趋势外推预测法、时间序列预测法、干预分析模型预测法、马尔可夫链预测法、灰色预测法、景气预测法和神经网络预测法等，以及 AHP 法、熵权法、TOPSIS 法和 DEA 法等决策评价技术，并借助实际案例，用 MATLAB 程序予以实现。每章配有“练习与提高”，能巩固所学方法，拓展课本内容，给出实训案例和操作流程。

(2) 案例丰富，实用性强。重点介绍了预测与决策原理、方法，以及 MATLAB 的编程实现和实际应用。结合不同模型方法的实际需求，精心挑选了大量的经济、金融、管理等方

面的实际案例,通过对案例数据的分析处理,帮助读者理解、领会和掌握 MATLAB 算法和经济预测与决策方法,达到预测与决策技术与 MATLAB 工具的完美结合。

(3) 源代码丰富,编程参考价值高。在编程过程中深化对预测与决策方法思想和理论的理解,强化对预测与决策技术原理的掌握,精心编写和调试了大量 MATLAB 程序代码。通过学习这些程序,读者不仅可以更快、更透彻地理解和领会这些算法,而且能掌握 MATLAB 的使用方法,培养和提高实际计算的能力和技巧。

本书是作者多年来辅导本科生、研究生进行数学建模,从事实验创新研究以及课堂教学实践经验的结晶。在写作过程中得到了学院同事的热心帮助及家人的有力支持,在此表示由衷的谢意。

由于时间和水平有限,书中难免存在不足和疏漏之处,恳请同行专家和广大读者批评指正。

作者

# 目 录

前言	
第1章 MATLAB的基本计算与统计数据 处理	1
本章要点	1
1.1 数值计算	1
1.1.1 基本运算与函数	1
1.1.2 数组运算	2
1.1.3 矩阵生成	3
1.1.4 矩阵运算	5
1.2 符号计算	6
1.2.1 创建符号变量与对象	6
1.2.2 符号微积分	6
1.3 解方程	9
1.3.1 代数方程的符号解	9
1.3.2 常微分方程的符号解	10
1.3.3 利用矩阵解线性方程组	11
1.4 统计数据的处理	13
1.4.1 数据的保存和调用	13
1.4.2 基本统计量函数	16
1.4.3 概率分布函数	18
1.4.4 统计作图	19
1.4.5 参数估计	26
1.4.6 假设检验	28
练习与提高	33
第2章 经济预测概述	34
本章要点	34
2.1 预测的基本概念与原理	34
2.1.1 预测的基本概念	34
2.1.2 预测的基本原理	34
2.2 经济预测的内容与步骤	35
2.2.1 经济预测学的研究内容	35
2.2.2 经济预测的主要内容	36
2.2.3 预测的一般步骤	36
2.3 预测资料的收集与预处理	37
2.3.1 数据的收集与处理	37
2.3.2 数据类型	38
2.3.3 数据的分析与鉴别	38
2.4 数据的初始化处理	45
2.5 样本预测及精度评价	46
2.5.1 样本内预测与样本外 预测	46
2.5.2 预测的精度评价	46
练习与提高	47
第3章 定性预测法	48
本章要点	48
3.1 集合意见预测法	48
3.1.1 常用的集合意见预测法	48
3.1.2 集合意见预测法的应用	50
3.2 德尔菲法	51
3.2.1 德尔菲法的基本内容	52
3.2.2 德尔菲法的应用	54
3.3 主观概率预测法	56
3.3.1 主观概率概述	56
3.3.2 常用的主观概率预测法	56
3.3.3 主观概率预测法的应用	57
3.4 市场预测法	59
练习与提高	62
第4章 弹性预测法	64
本章要点	64
4.1 弹性系数的基本理论	64
4.1.1 弹性与弹性系数	64
4.1.2 弹性系数的分类	64
4.1.3 弹性系数的计算	65
4.1.4 常用函数的弹性	65
4.2 消费需求弹性预测法	66
4.2.1 需求的价格弹性预测法	66
4.2.2 需求的收入弹性预测法	67
4.2.3 需求的交叉弹性预测法	67

4.2.4 多种弹性系数综合 预测法	68	6.4.3 逐步回归命令	108
4.3 市场供应弹性预测法	68	6.5 加权拟合直线方程法	111
4.4 产出弹性预测法	69	6.6 非线性回归法	113
4.4.1 单一投入要素的产出 弹性	69	6.6.1 非线性模型的线性化	113
4.4.2 生产弹性	70	6.6.2 非线性回归命令	118
4.5 案例分析	73	6.6.3 逻辑增长曲线模型	119
4.5.1 能源消费需求预测	73	6.7 虚变量回归分析	120
4.5.2 全国铁路、公路客货运量 预测	75	6.8 案例分析	123
练习与提高	77	6.8.1 我国人口预测模型	123
<b>第5章 投入产出预测法</b>	79	6.8.2 投资额模型	128
本章要点	79	练习与提高	130
5.1 投入产出模型	79	<b>第7章 时间序列预测法</b>	132
5.1.1 价值型投入产出表	79	本章要点	132
5.1.2 投入产出的基本平衡 关系	80	7.1 移动平均值预测法	132
5.1.3 直接消耗系数	81	7.1.1 一次移动平均法	132
5.1.4 完全消耗系数	82	7.1.2 二次移动平均法	133
5.1.5 影响力系数与感应度 系数	82	7.2 指数平滑预测法	135
5.1.6 劳动报酬和劳动力需求	82	7.2.1 一次指数平滑法	135
5.1.7 实物型投入产出表	83	7.2.2 二次指数平滑法	137
5.2 案例分析	84	7.2.3 三次指数平滑法	139
5.2.1 国民经济投入产出预测	84	7.2.4 霍尔特双参数线性指数 平滑法	141
5.2.2 企业投入产出预测	87	7.3 季节指数预测法	143
练习与提高	90	7.3.1 季节性水平模型	143
<b>第6章 趋势外推预测法</b>	92	7.3.2 季节性趋势模型	145
本章要点	92	7.3.3 季节性环比法模型	147
6.1 一元线性回归法	92	7.4 时间序列分解法	150
6.2 多项式曲线拟合法	96	7.5 ARMA 模型预测法	153
6.3 多元回归法	100	7.5.1 ARMA 模型的基本形式	153
6.3.1 多元线性回归	100	7.5.2 ARMA 模型的相关性分 析及识别	154
6.3.2 多项式回归	103	7.5.3 ARMA 模型的参数估计	158
6.3.3 多元函数回归	103	7.5.4 ARMA 模型的预测	160
6.4 交互式回归法	105	7.6 案例分析	161
6.4.1 一元多项式回归命令	105	7.6.1 利用指数平滑法预测 GDP	161
6.4.2 多元二项式回归命令	106	7.6.2 利用 ARMA 模型预测 股票价格	166
		练习与提高	170

第 8 章 干预分析模型预测法	172	预测	210
本章要点	172	10.2.4 股票灰色灾变预测	212
8.1 干预分析模型的基本形式	172	10.2.5 重大干旱灾害预测	214
8.1.1 干预分析模型的基本		练习与提高	217
变量	172	第 11 章 景气预测法	219
8.1.2 干预事件的形式	172	本章要点	219
8.1.3 干预分析模型的预测		11.1 景气预测的基本理论	219
过程	173	11.1.1 景气指标体系的基本	
8.2 案例分析	174	概念	219
练习与提高	178	11.1.2 景气循环法的预测	
第 9 章 马尔可夫链预测法	180	过程	219
本章要点	180	11.1.3 景气综合评分——预警	
9.1 马尔可夫链的基本理论	180	系统	223
9.1.1 马尔可夫链的基本概念	180	11.2 案例分析	223
9.1.2 马尔可夫链的预测		11.2.1 国房景气指数	223
原理	181	11.2.2 上海房地产景气指数	228
9.2 案例分析	182	练习与提高	238
9.2.1 市场占有率预测	182	第 12 章 神经网络预测法	239
9.2.2 股票价格走势预测	185	本章要点	239
9.2.3 加权马氏链法预测股票		12.1 神经网络的基本理论	239
走势	187	12.1.1 人工神经网络	239
9.2.4 期望利润预测	192	12.1.2 BP 神经网络的基本	
练习与提高	194	原理	239
第 10 章 灰色预测法	196	12.1.3 BP 神经网络的过程	240
本章要点	196	12.1.4 BP 神经网络预测	241
10.1 灰色预测的基本内容	196	12.2 BP 神经网络的 MATLAB	
10.1.1 灰色预测的基本概念	196	函数	241
10.1.2 灰色预测 GM (1, 1)		12.3 案例分析	243
模型	198	12.3.1 多指标的股票开盘价	
10.1.3 灰色预测 GM (1, 1)		预测	243
修正模型	201	12.3.2 单指标的股票收盘价	
10.1.4 灰色预测 GM (1, n)		预测	248
模型	203	练习与提高	252
10.1.5 灰色灾变预测模型	204	第 13 章 层次分析法	253
10.2 案例分析	204	本章要点	253
10.2.1 社会消费品零售总额		13.1 层次分析法的基本理论	253
预测	204	13.1.1 单层次模型	253
10.2.2 国内生产总值预测	207	13.1.2 多层次分析法的基本	
10.2.3 城市居民消费支出		步骤	256



13.1.3 量化指标的综合选优	258	银行绩效评价	278
排序	258	练习与提高	280
13.2 案例分析	259	<b>第 15 章 数据包络分析法</b>	282
练习与提高	265	本章要点	282
<b>第 14 章 熵权法与逼近理想解排序法</b>	266	15.1 数据包络分析法的基本理论	282
本章要点	266	15.1.1 CCR 模型概述	282
14.1 熵权法	266	15.1.2 具有非阿基米德无穷小量的 CCR 模型	286
14.1.1 熵的定义和性质	266	15.1.3 BCC 模型	287
14.1.2 熵权法的计算步骤	266	15.1.4 超效率 DEA 评价模型	289
14.1.3 熵权的性质与意义	267	15.1.5 规模效率和技术效率	292
14.2 逼近理想解排序法	268	15.2 案例分析	293
14.2.1 逼近理想解排序的基本原理	268	15.2.1 数据包络分析法的商业银行效率评估	293
14.2.2 逼近理想解排序的基本步骤	268	15.2.2 数据包络分析法的房地产开发企业效率评估	296
14.3 案例分析	269	练习与提高	299
14.3.1 熵权法的低碳经济发展评价	269	<b>参考文献</b>	300
14.3.2 逼近理想解排序法的商业银行效率评价	271		

# MATLAB 的基本计算与统计数据处理

## 本章要点

- 数值计算
- 符号计算
- 解方程
- 统计数据的处理

## 1.1 数值计算

### 1.1.1 基本运算与函数

#### 1. 基本运算

在 MATLAB 下进行基本数学运算，只需在提示号 (`>>`) 之后直接输入运算式，并按 `<Enter>` 键即可。MATLAB 能识别一般常用的加 (+)、减 (-)、乘 (\*)、除 (/) 的数学运算符号，以及幂次运算 (^) 等。例如：

```
>> (6 * 5 - 1.5)^2 + 36/4
```

```
ans =
```

```
821.2500
```

MATLAB 会将运算结果直接存入变量 `ans`，代表 MATLAB 运算后的答案 (answer)，并显示其数值。

若将编写的运算式、命令语句等程序保存，以便随时使用，需要打开编辑器窗口，在编辑窗口内编写语句程序，编写完后单击“保存”按钮并给文件命名 (如 `abc`)，则建立了一个文件名为 `abc.m` 的 M 格式文件。然后切换到命令窗口，在提示号 (`>>`) 之后输入 `abc`，并按 `<Enter>` 键，即可运行所编程序，显示其结果。

MATLAB 的永久常数主要有以下几种。

`i` 或 `j`：基本虚数单位。

`inf`：无限大，如 `1/0`。

`nan` 或 `NaN`：非数值 (Not a Number)，如 `0/0`。

`pi`：圆周率  $\pi$ 。

#### 2. 基本数学函数

MATLAB 常用的基本数学函数有以下几种。

$\text{abs}(x)$ : 纯量的绝对值或向量的长度。

$\text{sqrt}(x)$ : 开平方。

$\text{round}(x)$ : 四舍五入至最近整数。

$\text{fix}(x)$ : 无论正负, 舍去小数至最近整数。

$\text{rat}(x)$ : 将实数  $x$  化为分数表示。

$\text{sign}(x)$ : 符号函数。

$\text{gcd}(x, y)$ : 整数  $x$  和  $y$  的最大公因数。

$\text{lcm}(x, y)$ : 整数  $x$  和  $y$  的最小公倍数。

$\text{exp}(x)$ : 自然指数。

$\text{pow2}(x)$ : 2 的指数。

$\log(x)$ : 以  $e$  为底的对数, 即自然对数。

$\log_2(x)$ : 以 2 为底的对数。

$\log_{10}(x)$ : 以 10 为底的对数。

$\sin(x)$ : 正弦函数。

$\cos(x)$ : 余弦函数。

$\tan(x)$ : 正切函数。

### 3. 关于向量的常用函数

$\text{min}(x)$ : 向量  $x$  的元素的最小值。

$\text{max}(x)$ : 向量  $x$  的元素的最大值。

$\text{mean}(x)$ : 向量  $x$  的元素的平均值。

$\text{median}(x)$ : 向量  $x$  的元素的中位数。

$\text{std}(x)$ : 向量  $x$  的元素的标准差。

$\text{diff}(x)$ : 向量  $x$  的相邻元素的差。

$\text{sort}(x)$ : 对向量  $x$  的元素进行排序。

$\text{length}(x)$ : 向量  $x$  的元素个数。

$\text{range}(x)$ : 极差。

$\text{sum}(x)$ : 向量  $x$  的元素总和。

$\text{prod}(x)$ : 向量  $x$  的元素总乘积。

$\text{cumsum}(x)$ : 向量  $x$  的累计元素总和。

$\text{cumprod}(x)$ : 向量  $x$  的累计元素总乘积。

$\text{dot}(x, y)$ : 向量  $x$  和  $y$  的内积。

$\text{cross}(x, y)$ : 向量  $x$  和  $y$  的外积。

## 1.1.2 数组运算

### 1. 数组的生成

创建简单的数组有以下几种常用情况。

`>> x = [ a b c d ]`     % 包含指定元素的行向量

`>> x = first : last`     % 创建从 first 开始, 加 1 计数, 到 last 结束的行向量

`>> x = first : increment : last`     % 创建从 first 开始, 加 increment, 到 last 结束的行向量

>> x = linspace(first, last, n) % 创建从 first 开始, 到 last 结束, 有 n 个元素的行向量

## 2. 数组元素的访问

(1) 访问一个元素:  $x(i)$  表示访问数组  $x$  的第  $i$  个元素。

(2) 访问一块元素:  $x(a:b:c)$  表示访问数组  $x$  的从第  $a$  个元素开始, 以步长为  $b$  到第  $c$  个元素 (但不超过  $c$ ), 其中  $b$  可以为负数,  $b$  默认时为 1。

(3) 直接使用元素编址序号:  $x([a \ b \ c \ d])$  表示提取数组  $x$  的第  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  个元素构成一个新的数组  $[x(a) \ x(b) \ x(c) \ x(d)]$ 。

## 3. 数组的运算

(1) 标量—数组运算。数组对标量的加、减、乘、除、乘方是指数组中的每个元素对该标量进行相应的加、减、乘、除、乘方运算。

设  $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $c =$  标量

则  $a + c = [a_1 + c, a_2 + c, \dots, a_n + c]$

$a * c = [a_1 * c, a_2 * c, \dots, a_n * c]$  (点乘)

$a ./ c = [a_1 / c, a_2 / c, \dots, a_n / c]$  (右点除)

$a .\ c = [c / a_1, c / a_2, \dots, c / a_n]$  (左点除)

$a.^c = [a_1^c, a_2^c, \dots, a_n^c]$  (点幂)

$c.^a = [c^{a_1}, c^{a_2}, \dots, c^{a_n}]$

(2) 数组—数组运算。当两个数组有相同维数时, 加、减、乘、除、幂运算可按元素对元素的方式进行; 不同大小或维数的数组不能进行运算。

设  $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$

则  $a + b = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n]$

$a * b = [a_1 * b_1, a_2 * b_2, \dots, a_n * b_n]$

$a ./ b = [a_1 / b_1, a_2 / b_2, \dots, a_n / b_n]$

$a .\ b = [b_1 / a_1, b_2 / a_2, \dots, b_n / a_n]$

$a.^b = [a_1^{b_1}, a_2^{b_2}, \dots, a_n^{b_n}]$

## 4. 数据索引

数据索引函数 `find` 是 MATLAB 中比较常用的函数。

例如, 查找数组  $X = [1 \ 3 \ 6 \ 9 \ 0 \ -2 \ 4 \ -1 \ 8 \ 10]$  中大于 0 的数, 只需执行函数命令: `find(X > 0)`, 即可找出  $X$  中大于 0 的数的位置。

### 1.1.3 矩阵生成

#### 1. 数值矩阵的生成

矩阵可直接按行方式输入每个元素来生成: 同一行中的元素用逗号 (,) 或者用空格符来分隔, 且空格个数不限; 不同的行用分号 (;) 分隔; 所有元素处于同一方括号 ([ ]) 内。例如:

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

A =

1 2 3

4 5 6

```
7 8 9
>> M = [ ] %表示空阵
```

## 2. 特殊矩阵的生成

### (1) 全零阵。

格式:  $X = \text{zeros}(n)$  %生成  $n \times n$  全零阵  
 $X = \text{zeros}(m, n)$  %生成  $m \times n$  全零阵  
 $X = \text{zeros}([m, n])$  %生成  $m \times n$  全零阵  
 $X = \text{zeros}(\text{size}(A))$  %生成与矩阵 A 相同大小的全零阵

### (2) 全 1 阵。

格式:  $X = \text{ones}(n)$  %生成  $n \times n$  全 1 阵  
 $X = \text{ones}(m, n)$  %生成  $m \times n$  全 1 阵  
 $X = \text{ones}([m, n])$  %生成  $m \times n$  全 1 阵  
 $X = \text{ones}(\text{size}(A))$  %生成与矩阵 A 相同大小的全 1 阵

### (3) 单位阵。

格式:  $X = \text{eye}(n)$  %生成  $n \times n$  单位阵  
 $X = \text{eye}(m, n)$  %生成  $m \times n$  单位阵  
 $X = \text{eye}(\text{size}(A))$  %生成与矩阵 A 相同大小的单位阵

### (4) 生成以输入元素为对角线元素的矩阵。

格式:  $X = \text{diag}([a, b, c, d])$  %生成以 a、b、c、d 为对角线元素的矩阵

例如:

```
>> X = diag([1,2,3,4])
```

```
X =
```

```
1 0 0 0
0 2 0 0
0 0 3 0
0 0 0 4
```

### (5) 魔方 (magic) 矩阵。

格式:  $M = \text{magic}(n)$  %生成 n 阶魔方矩阵

例如:

```
>> M = magic(3)
```

```
M =
```

```
8 1 6
3 5 7
4 9 2
```

## 3. 矩阵中元素的操作

(1) 矩阵 A 的第 r 行:  $A(r, :)$ 。

(2) 矩阵 A 的第 r 列:  $A(:, r)$ 。

(3) 依次提取矩阵 A 的每一列, 将 A 拉伸为一个列向量:  $A(:)$ 。

(4) 提取矩阵 A 的第  $i_1 \sim i_2$  行、第  $j_1 \sim j_2$  列构成新矩阵:  $A(i_1 : i_2, j_1 : j_2)$ 。

(5) 以逆序提取矩阵 A 的第  $i_1 \sim i_2$  行, 构成新矩阵:  $A(i_2 : -1 : i_1, :)$ 。

(6) 以逆序提取矩阵 A 的第  $j_1 \sim j_2$  列, 构成新矩阵:  $A(:, j_2 : -1 : j_1)$ 。

(7) 删除矩阵 A 的第  $i_1 \sim i_2$  行, 构成新矩阵:  $A(i_1 : i_2, :) = []$ 。

(8) 删除矩阵 A 的第  $j_1 \sim j_2$  列, 构成新矩阵:  $A(:, j_1 : j_2) = []$ 。

(9) 将矩阵 A 和矩阵 B 拼接成新矩阵:  $[A, B]$ ;  $[A; B]$ 。

### 1.1.4 矩阵运算

#### 1. 加减运算

运算规则: 对应元素相加减, 即按线性代数中矩阵的加法和减法运算进行。

#### 2. 乘法运算

(1) 两个矩阵相乘。运算规则: 按线性代数中矩阵乘法运算进行, 即将放在前面的矩阵的各行元素, 分别与放在后面的矩阵的各列元素对应相乘并相加。

(2) 矩阵的数乘。矩阵的数乘就是数与矩阵中的每一个元素相乘。

(3) 两矩阵点乘。A.\*B 表示矩阵 A 与矩阵 B 中的对应元素相乘。

#### 3. 除法运算

(1) 两种除法运算: 左除 ( $\backslash$ ) 和右除 ( $/$ )。一般情况下,  $X = A \backslash B$  是方程组  $A * X = B$  的解; 而  $X = B / A$  是方程组  $X * A = B$  的解。

(2) 两矩阵点除: A./B 表示矩阵 A 与矩阵 B 中的对应元素相除。

#### 4. 乘方运算

运算规则: 当 A 为矩阵, P 为大于 0 的整数时,  $A^P$  表示 A 的 P 次方, 即 A 自乘 P 次; 当 P 为小于 0 的整数时,  $A^P$  表示  $A^{-1}$  的 P 次方。

#### 5. 其他运算

(1) A': 矩阵 A 转置。

(2) det(A): 返回矩阵 A 的行列式的值。

(3) inv(A): 求矩阵 A 的逆矩阵。若 X 为奇异阵, 将给出警告信息。

(4) rank(A): 求矩阵 A 的秩。

(5) [V, D] = eig(A): 求矩阵 A 的特征值 D 与特征向量 V。

例如:

```
>> A = [1 1 0; 0 2 2; 0 0 3];
```

```
>> format rat %指定有理式格式输出
```

```
>> X = det(A)
```

```
>> Y = inv(A)
```

```
>> [V, D] = eig(A)
```

```
X =
```

```
6
```

```
Y =
```

```
1 -1/2 1/3
```

```
0 1/2 -1/3
```

```
0 0 1/3
```

```
V =
```

```
1 985/1393 881/2158
```

```

0      985/1393      881/1079
0      0      881/2158
D =
1      0      0
0      2      0
0      0      3

```

即表示特征值  $D$  为 1 时, 对应的特征向量  $V1 = (1 \ 0 \ 0)^T$ ; 特征值  $D$  为 2 时, 对应的特征向量  $V2 = (1 \ 1 \ 0)^T$ ; 特征值  $D$  为 3 时, 对应的特征向量  $V3 = (1 \ 2 \ 1)^T$ 。

## 1.2 符号计算

### 1.2.1 创建符号变量与对象

格式:  $S = \text{sym}(A)$       % 用输入参量  $A$ , 构造一类型为“sym”的对象  $S$ 。若  $A$  为字符串, 则  $S$  为符号数值或变量; 若  $A$  为一数值标量或矩阵, 则  $S$  代表所给数值的符号表达式

$x = \text{sym}('x')$       % 创建一名字为“ $x$ ”的符号变量, 且将结果存于  $x$

$\text{pi} = \text{sym}('pi')$     % 创建一符号数值  $\pi$

$\text{syms } x, y, z$       % 创建多个符号变量

例如:

```

>> A = sym('[a b c d e f]')
A =
[a b c d e f]
>> B = sym('[1 2 3; a b c; sin(x) cos(y) tan(z)]')
B =
[1      2      3 ]
[a      b      c ]
[sin(x)  cos(y)  tan(z)]
>> syms a b c d
>> C = [a b; c d]
C =
[ a  b ]
[ c  d ]

```

### 1.2.2 符号微积分

#### 1. 符号极限

格式:  $\text{limit}(f, x, a)$       % 计算符号表达式  $f = f(x)$  的极限值, 当  $x \rightarrow a$  时

$\text{limit}(f, a)$             % 用命令  $\text{findsym}(f)$  确定  $f$  中的自变量, 设为变量  $x$ , 再

                         % 计算  $f$  的极限值, 当  $x \rightarrow a$  时

$\text{limit}(f)$                 % 用命令  $\text{findsym}(f)$  确定  $f$  中的自变量, 设为变量  $x$ , 再

                         % 计算  $f$  的极限值, 当  $x \rightarrow 0$  时

```
limit(f,x,a,'right') %计算符号表达式 f 的右极限,当  $x \rightarrow a^+$  时
limit(f,x,a,'left') %计算符号表达式 f 的左极限,当  $x \rightarrow a^-$  时
```

【例 1-1】 有关符号极限举例如下:

```
>> syms x a t h n;
>> L1 = limit((cos(x) - 1)/x)
>> L2 = limit(1/x^2,x,0,'right')
>> L3 = limit(1/x,x,0)
>> L4 = limit((log(x+h) - log(x))/h,h,0)
>> L5 = limit((1 + 2/n)^(3 * n),n,inf)
>> L6 = limit([(1 + a/x)^x, exp(-x)],x,inf,'left')
```

运行结果如下:

```
L1 =
    0
L2 =
    inf
L3 =
    NaN
L4 =
    1/x
L5 =
    exp(6)
L6 =
    [exp(a), 0]
```

## 2. 符号导数

```
格式:diff(f,'x') %计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 1 阶导数
diff(f,'x',n) %计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 n 阶导数
diff(f) %计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 1 阶导数,其中 x = findsym(f)
diff(f,n) %计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 n 阶导数,其中 x = findsym(f)
```

【例 1-2】 有关符号导数举例如下:

```
>> syms x y
>> D1 = diff(y^2 * sin(x)) %对默认自变量 x 求 1 阶导数
>> D2 = diff(y^2 * sin(x),'y') %对符号变量 y 求 1 阶导数
>> D3 = diff(y^2 * sin(x),'y',2) %对符号变量 y 求 2 阶导数
D1 =
    y^2 * cos(x)
D2 =
    2 * y * sin(x)
D3 =
    2 * sin(x)
```

## 3. 符号积分

```
格式:R = int(f,x) %计算符号表达式 f 中指定符号变量 x 的不定积分,只是函数 %f 的一个原函数,后面没加任意常数 C
```



```
R = int(f) % 计算符号表达式 f 中指定符号变量 x 的不定积分, 其中 x =
           % findsym(f)
R = int(f,x,a,b) % 计算符号表达式 f 中指定符号变量 x 从 a 到 b 的定积分
R = int(f,a,b) % 计算符号表达式 f 中指定符号变量 x 从 a 到 b 的定积分, 其
               % 中 x = findsym(f)
```

**【例 1-3】** 有关符号积分举例如下:

```
>> R1 = int('log(x)')
R1 =
      x * log(x) - x
>> R2 = int('exp(x) * sin(x)', 'x')
R2 =
      -1/2 * exp(x) * cos(x) + 1/2 * exp(x) * sin(x)
>> R3 = int('x * exp(x)', 'x', 0, 1)
R3 =
      1
>> syms x t;
>> R4 = int(2 * x, sin(t), 1)
R4 =
      1 - sin(t)^2
```

#### 4. 符号级数

(1) Taylor 级数。

```
格式: T = taylor(f,n,x) % 返回符号表达式 f 中指定符号变量 x 的 n-1 阶的 Ma
                        % claurin 多项式
T = taylor(f) % 返回符号表达式 f 中符号变量 x 的 5 阶 (即前 6 项) 的
              % Maclaurin 多项式的近似式, 其中 x = findsym(f)
T = taylor(f,n,x,a) % 返回符号表达式 f 中指定符号变量 x = a 点的 n-1 阶的
                    % Taylor 级数
```

**【例 1-4】** 有关 Taylor 级数举例如下:

```
>> syms x t
>> T1 = taylor(sin(x))
T1 =
      x - 1/6 * x^3 + 1/120 * x^5
>> T2 = taylor(t * exp(x), 4, 'x')
T2 =
      t + t * x + 1/2 * t * x^2 + 1/6 * t * x^3
>> T3 = taylor(x * log(x), 5, 'x', 1)
T3 =
      x - 1 + 1/2 * (x-1)^2 - 1/6 * (x-1)^3 + 1/12 * (x-1)^4
```

(2) 符号表达式求和。

```
格式: S = symsum(f) % 对符号表达式 f 中的符号变量 k (由命令 findsym(f) 确
                    % 定的) 从 0 到 k-1 求和
```