

相似模型试验原理

XIANGSI MOXING SHIYAN YUANLI

TEST PRINCIPLE
OF SIMILITUDE
MODEL

宋 彧◎编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

相似模型试验原理

宋 彧 编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

内 容 提 要

本书中详细叙述了相似的本质,拓展和细化了相似定理,即把传统的相似三定理细化成 11 定理,其中有 5 个性质定理,5 个性质推论和 1 个判定定理。对相似模型设计理论、相似型经验公式建立的方法和步骤进行了更通俗的描述,首次提出了试验组织原理的概念,并对论文写作格式做了归纳。全书共分 9 章,包括相似与变尺、相似模型设计原理、相似准则函数关系分析原理、试验内容设计原理、减少相似准则数量分析原理、组分方程线性回归原理、试验组织原理、创建相似型经验公式、试验类期刊论文写作格式等内容。

本书适合理工科在校硕士、博士研究生、高校教师以及相关的科学技术研究人员阅读,也可作为理工类在校本科生和工程技术人员知识拓展读物。

图书在版编目(CIP)数据

相似模型试验原理 / 宋彧编著. —北京:人民交通出版社股份有限公司,2016.9
ISBN 978-7-114-13196-7

I. ①相… II. ①宋… III. ①相似性理论 ②结构模型—模型试验 IV. ①O303 ②N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 161371 号

书 名:相似模型试验原理

著 作 者:宋 彧

责任编辑:赵瑞琴

出版发行:人民交通出版社股份有限公司

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址:<http://www.ccpres.com.cn>

销售电话:(010)59757973

总 经 销:人民交通出版社股份有限公司发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:4.25

字 数:95 千

版 次:2016 年 9 月 第 1 版

印 次:2016 年 9 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-13196-7

定 价:18.00 元

(有印刷、装订质量问题的图书由本公司负责调换)

序 言

知识来自积累,书,是知识积累的固化;就像路是人走出来的道理一样,书,便是人类交流与传承需求的人为产物。

相似理论属于数学的范畴,如何将这一数学概念变成技术工具,为理工科类专业进行模型试验设计直接服务,是目前的一种普遍需求。顺天应人,宋或教授汇总了自己近30年在土木工程结构试验教学中对相似模型设计的相关理论问题不断地探索的体会,编撰了这本短小的《相似模型试验原理》。

从描述“缩尺”和“变尺”两个概念开始,沿着试验工作程序的技术路线,作者本着突出原理应用的技术原则,分9章(及附录)把相似模型试验设计的原理逐次展开,直至试验成果的表达。其中具有特色的内容在于首先细化和发展了相似原理;提出了“基础物理量”和“函数物理量”的概念,给出了充当“基础物理量”和“函数物理量”的必要条件,使相似模型设计的思想通俗化;其次在试验组织原理中引入了“PPIS”循环的概念;作者还附带介绍了有关试验类论文的写作格式,并且在附件中展示了一份自己早期完成的木结构试验模型设计的案例,使得该书让初学者更易理解。

《相似模型试验原理》将理论介绍和自身实践经验融为一体,自成系统,从试验理论发展的角度看,不乏是一种进步。

兰州理工大学 杜永峰

2016年6月于兰州

前 言

世界之庞大,难以想象。人类能够感知到的估计还不到世界总量的零头。就在人类能够感知的一小点内容中,对任一体会者个体而言其量就更微乎其微了。写书就是把这微乎其微的一点感知用符号语言的方式表达出来。受符号语言表达能力局限性的影响,所感知内容的丰富程度在写的过程中就不可避免地会出现衰减,如同把感知到的较为丰富的大树经过语言符号一表达,就剩粗枝了,大量的叶子难免就被衰减了。

读书的过程是读者把作者写的语言符号组织起来,还原作者对世界感知原貌的过程。对书本所描写现象的还原程度一方面取决于读者自身的阅读能力,另一方面还与作者写书时所运用语言符号的有机性和易懂性有关,书写的入理、形象、简捷则还原易,反之则难。把书能厚知薄写,帮助读者用最短的时间还原作者对世界的最大感知,是一种艺术。

本书以通过试验手段建立相似性经验公式来解决工程问题为目标,详细地叙述了相似原理的6个定理及其应用,引入了“基础物理量”和“函数物理量”两个新名词,使模型设计的概念和过程变得简单具体;紧扣试验背景,描述了相似准则的两种函数关系;接着对试验组织和试验数据处理的理论依据做了简明的阐述;以举例的方式把建立相似性经验公式的方法和步骤进行了详细的描述;最后结合期刊论文的写作格式,以附录的形式把“雀替木结构受弯构件相似模型设计与试验研究”一文作为范例展示给了读者。

从“如何形象理解相似理论的量纲分析原理”^[4]开始,经过“相似理论内容的扩充与分析”^[7],直至写完这本书,对如何用简单的举例或形象的比喻来代替繁复的数学证明,把相似原理从抽象的数学世界中粘弹出来,进行了一些尝试,有点感知,今天把这点感知写出来,以飨读者。

一家之言,难免有错谬之处,望能用扬弃的态度读之。

感谢红柳学科团队的资助!

感谢杜永峰先生为本书写序!

目 录

1	相似与变尺	1
1.1	概述	1
1.2	共性	1
1.3	个性	2
1.4	小结	3
	思考题	3
2	相似模型设计原理	4
2.1	概述	4
2.2	相似概念	6
2.3	相似原理	7
2.4	量纲分析	13
2.5	模型设计	15
	思考题	18
3	相似准则函数关系分析原理	19
3.1	概述	19
3.2	乘积关系	19
3.3	总和关系	21
	思考题	23
4	试验内容设计原理	24
4.1	设计原则	24
4.2	设计原理	24
4.3	设计结果	25
	思考题	26
5	减少相似准则数量分析原理	27
5.1	减少的原则	27
5.2	单值条件更新法	27
5.3	基本量纲扩充法	29
5.4	小结	31
6	组分方程线性回归原理	32
6.1	概述	32
6.2	确定组分方程形式	32
6.3	求组分方程式的系数	32

思考题	36
7 试验组织原理	37
7.1 组织的意义	37
7.2 组织的基本理论	38
7.3 试验的 PPIS 循环	39
思考题	42
8 创建相似型经验公式	43
8.1 用教材方式表达	43
8.2 用论文方式表达	47
思考题	47
9 试验类期刊论文写作格式	48
9.0 概述	48
9.1 试验研究的特点	48
9.2 论文的组成及其功能	48
9.3 主体的组成及其功能	49
9.4 正文的组成及其功能	50
9.5 小结	51
附录 雀替木结构受弯构件相似模型设计与试验研究	52
F0 引言	52
F1 试验模型设计	52
F2 试验组织	53
F3 结果分析	55
F4 小结	58
参考文献	59

1 相似与变尺

导读

变尺就是原型的尺寸被放大或缩小,只注重外形的(或外在)模拟,对质(或内在)没有模拟要求,而相似模型不仅强调和注重外形,更强调模型与原型在质总量上的一致性或同步性,变尺模型与原型的其他单值条件不一定存在对应的相似关系。

1.1 概述

随着科学技术的不断发展,新的学科以及各学科中新的概念层出不穷。就《建筑结构试验》课程已有的教学内容而言,只有相似模型的概念,没有缩尺模型这个名词。在“结构试验的分类”一节中,现有版本的教材中只讲按实验对象不同,结构试验有真型试验与模型试验之分,对模型试验只从缩小尺寸的角度进行了简单的阐述,对模型的概念只说模型是真型的仿制品或复制品。在有的教材中,把缩尺模型试验叫作小构件试验。从试验学科发展的角度出发,在这一章节的内容中提出模型按模型设计理论可分为相似模型与变尺模型的新概念,并从不同的角度和侧面进行详细的对比分析,旨在将模型试验的概念给初学者阐述清楚。

1.2 共性

1.2.1 存在真型

相似模型与变尺模型两者都有原型。当人们对某系统了解还不够多,而日益增长的生活需求更需要了解它,但由于各种客观原因(比如试验能力、测试方法、社会资源等)的制约,往往难以实现用直接试验的方法了解和验证该系统全部的或部分的性能。此时,最有效的办法就是根据试验目的,按照一定的条件来模仿该系统,得到原系统的仿制品或复制品,代替原系统来完成试验研究。人们把原系统叫作真型,把具有原系统全部或部分性能的原系统的仿制品或复制品叫作模型。

模型就是模拟真型全部或部分性能的装置(即复制品或仿制品)。从这个意义上讲,相似模型与变尺模型是相同的。若换个角度看,相似模型不但注重系统外在的相似,而且更注重系统内在的相似,但变尺模型只注重系统外在的相似,不注重系统内在的相似,它们有明显的不同。

1.2.2 可以变尺

相似模型与变尺模型两者都强调变尺。变尺就是尺寸被放大或被缩小的尺寸,变尺模型包括缩尺模型和扩尺模型两类。即在试验设计时,有的模型比真型小,比如航模、大江大

河模型、建筑物模型等;有的模型则比真型大,比如动物血液循环毛细血管中的动力学问题的试验研究模型,分子化学结构及其化学作用的分析模型,等等。

在尺寸设计上相似模型和变尺模型一样,可以将大体积、特大体积缩小;也可以将小体积,甚至微观体放大。

1.3 个性

1.3.1 大小比例本质有别

相似模型与变尺模型在设计比例上存在着本质的差别。相似模型除了设计比例的内容比较丰富而外,还强调保持其原型的本质,即始终保持原型质的总量不变。比如,原型是 $4000\text{mm}\times 200\text{mm}\times 400\text{mm}$ 的木梁,若把比例缩小成 $400\text{mm}\times 20\text{mm}\times 40\text{mm}$,且用原材料制作;这个模型作为缩尺模型是合格的,就是 $1:10$ 的小构件;而作为相似模型,则是不合格的,因为其质的总量只剩 1% 了,不符合相似模型的本意,相似模型就是强调在变小或变大的过程中质的总量不变,在工程试验中很难做到这一点,“畸变”一词就是这样产生的。

1.3.2 设计内容存在差异

变尺模型在设计时只讲尺寸的变化,而相似模型设计时的内容比较丰富。在时程变化方面,只有相似模型能够将模型的时程变得比真型快,比如石油在开采过程中,油井的渗流现象比较慢。又比如在对渗流现象进行模拟试验研究时,则需要将渗流过程加快;有的模型则比真型慢,比如对子弹运动轨迹的研究、地面运动加速度对建筑物破坏过程的研究都需要将其变化过程变慢,还有边界条件、初始状态,等等。即相似模型既可以将变化过程极为缓慢的现象加快,也可以将稍纵即逝的现象放慢。变尺模型则专指或单一强调将大尺寸真型缩小或小尺寸真型放大的试验模型。

相似模型的设计内容详见 2.2“相似概念”一节。

1.3.3 设计理论各自独立

设计理论的不同是相似模型与变尺模型在概念上的根本区别。相似模型有自己独特的设计理论,一为相似概念,一为相似原理。

相似是用决定现象的各个单值所对应的相似常数来表示的,现象的各个单值之间是相互约束的,所以单值所对应的相似常数就不是孤立的,它们之间存在着必然的联系。这是相似概念的核心内容。

相似原理由现象相似的 5 个性质定理、5 个性质推论以及现象相似的判定定理组成。相似理论是一门新学科,相似判定定理在 20 世纪中叶由苏联专家完成。

变尺模型没有自己专用的设计理论,其模型与真型的设计理论相同。比如,简支梁的设计内容有支座处的斜截面抗剪强度、跨中的正截面抗弯强度以及跨中最大挠度等。一根简支木梁的变尺模型就是一根小的简支木梁,其设计与计算方法与真型的完全相同。

1.3.4 试验结果分析方法不同

相似模型的试验过程步骤主要有:

(1)根据任务明确试验的具体目的和要求,选择适当的模型材料。

(2)针对任务所研究的对象,用相似理论为依据,确定相似准数。

①确定影响结构性能的物理量;

②用函数物理量的概念求出相似准则。

(3)根据试验条件,确定相似常数。

①根据已经确定的相似准则的函数形式,确定相似条件。

②根据实验能力,设计几何尺寸。

③根据相似条件,确定相似常数。

(4)绘制模型施工图,设计试验方案,试验方案中试验数量不受正交设计方法等试验设计理论的支配,受组分方程数量的影响,其自成体系。

(5)建立经验公式。

因为相似模型具有很强的针对性,所以模型试验的结果能够直接推广到真型上去。

变尺模型的试验过程步骤主要有:

(1)根据任务明确试验的具体目的和要求,选择适当的模型材料。

(2)根据实验能力,确定几何尺寸。

(3)绘制模型施工图,设计试验方案,试验方案直接受试验设计理论支配。

(4)理论值与试验值进行比较,验证理论的正确性,用已经被验证的理论指导实践,或揭示某种现象。

因为变尺模型在实践中没有一一对应的针对性,所以其试验结果不能直接推广到真型上去。

1.3.5 试验目的不一样

相似模型的试验目的是为了解决目前理论上还没有彻底解决的某一具体工程的应用问题,应用范围很广,遍布很多学科。相似模型试验不论试验设计还是试验组织都有一定难度,所以相似模型的应用频率比较低。

变尺模型的试验目的是为了验证真型的设计理论的真实性或揭示某种现象,相对而言与力相关的学科应用较多,其他学科应用较少,所以应用范围较小,由于试验设计和试验组织都比较容易,所以应用频率较高。

1.4 小结

综上所述,相似模型与变尺模型有不同的试验目的,有各自独立的设计理论,对试验结果有独立的处理方法。所以,两者有严格而又清晰的分界线,模型应该分为相似模型和变尺模型两类。相应地,模型试验应该分为相似模型试验和变尺模型试验两类。

思考题

1.区分变尺与相似的概念。

2.理解相似、相似模型的本质。

2 相似模型设计原理

导读

1. 在传统观念上,相似原理只有3个定理的描述,俗称相似三定理(2个性质定理和1个判定定理)。但现象相似后其表现出来的性质远比2个多。通过相关工作的参与,对相似原理有一点新的认识,这里要描述的相似定理有5个,还另有5个推论。这样相似定理就有11个了。

2. 在求相似准则时,需要用现象的一些单值条件去表示现象的其他单值条件,往往读者就误认为是用基本物理量去表示导出物理量。如何避免这种现象,办法只有一个,需要给两部分物理量重新按合适的名称(如基础物理量、函数物理量),大家一看就明白,且用基础物理量来表示函数物理量很顺理成章。

3. 不是任意的物理量都能够充当基础物理量,基础物理量还必须要具备适当的条件。

4. 相似准则只能用单项式表示,目前没有用多项式表达相似准则的数学基础。

2.1 概述

结构中的构件研究属于局部问题的研究,大都采用足尺的结构试验;而对于整体结构的研究考虑到试验设备能力和经济条件等因素,通常采用缩尺例的结构模型试验。

结构模型试验所采用的模型,是仿照实际结构按一定相似关系复制而成的代表物,它具有实际结构的全部或部分特征。只要设计的模型满足相似的条件,通过模型试验所获得的结果,就可以直接推算到相似的原型结构上。

在工程问题的研究中,采用相似模型可使问题描述的参数减小。土木工程结构的力学现象,往往需要多个参数才能进行描述。比如影响混凝土设计强度的因素至少有6个,但通过无量纲组合,就可以将其减少为3个,其中的两个就是大家熟悉的保罗米公式,从而使复杂问题大为简化。

2.1.1 模型试验的优点

(1) 经济性好。由于结构模型的几何尺寸一般原型小很多,模型尺寸与原型尺寸的值多为 $1/2 \sim 1/6$,但有时也可取 $1/10 \sim 1/20$,因此模型的制作容易,装拆方便,节省材料、劳力和时间,并且同一个模型可以进行多个不同目的的试验。尤其是能够减少未知量,使试验由繁变易,节约研究成本。比如,保罗米公式的建立就是典型的一例。

(2) 针对性强。结构模型试验可根据试验目的,突出主要因素,简略次要因素。这对于结构性能的研究、新型结构的设计、结构理论的验证和推动新的计算理论的发展都具有一定的意义。

(3)数据准确。由于试验模型小,一般可在试验环境条件较好的室内进行试验,因此可以严格控制其主要参数,避免许多外界因素的干扰,容易保证试验结果的准确度。

德国的 H·霍斯多尔夫将几种结构分析进行了比较,如图 2.1 所示。图中将问题难易程度作为横向坐标,以解决问题所需的相对能力作为竖向坐标,勾画出常规分析、计算机分析和模型分析的三条曲线。图上水平轴上定出的两条定性分界线,第一条为困难分界线即理论假定渐近线,是按照结构和材料承载能力的理论确定的;第二条是问题出现渐近线,超过该界线,就只能设想,而无法建造。虽然计算机分析和常规分析更快、更方便合理,并且能解决一些复杂的弹塑性理论问题,但是它的解答能力也是有限的。从图上来看,只要问题一旦接近第一条渐近线,计算机分析解答所需的能力会沿渐近线急剧上升,和常规方法曲线相同,都会遇到它们不能跨越的界限。结构模型试验因具有不受内力计算时某些简化假定影响的独特价值,所以模型分析曲线可以跨越两条分界线,可以更好地揭示出不能定量探索的区域。

除此之外,相似模型试验还具有能及性、变时性和唯一性。即能及未及之事,早知后知之,唯有相似模型试验“能及未及之事,早知后知之”的唯一手段。

总之,结构模型试验的意义不仅是确定结构的工作性能和验证有限的结构理论,而是能够使人们从结构性能有限的理论知识的束缚中解放出来,将设计活动扩大到实际结构的大量有待探索的领域中。

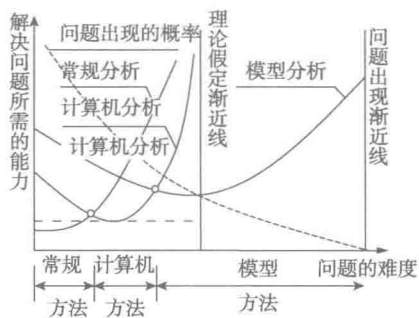


图 2.1 分析方法的比较

2.1.2 模型试验的局限性

(1)相似模型的本质在于,原型放大或缩小后其物质不变。即物质的点距仅随着比例在空间上增大或缩小而已。所以,在构件设计时,模型的条件往往不能满足,即模型的“畸变”现象就在所难免,会给试验带来一定的困难。对于“畸变”现象的理解,在本章“2.5 模型设计”中公式(2.24)有解释。

(2)相似模型试验结果的“正确性”是相对的,在很大程度上依赖人们对现象的主观判断。因为需要研究的事物往往是人们不太了解的事物。所以,试验结果往往摆脱不了已有的、局限的实践经验的限制。

(3)在量纲分析时难辨量纲相同的量、零量纲的量,更难辨量中的主次性,建立相似准则时容易漏项等,都是相似模型试验分析方法的不足。

(4)鉴于目前的数学理论,不能支撑用多项式来定义相似准则,相似准则的表达就只能用单项式这一种形式了。比如牛顿第二定律可以用 $\frac{F}{ma} = 1$ 来描述,初速度为零的自由落体

运动 $S = \frac{1}{2}gt^2$ 能够用 $\frac{S}{gt^2} = 0.5$ 来描述。当自由落体运动的初速度不为零时,用一个单项式就不能够表达了。但是“不能用多项式来定义相似准则”不等于“不能用多项式来描述现象”,

即任何现象总是最大限度地能够用单项式或多项式表达。

2.1.3 模型试验的应用范围

(1)代替大型结构试验或作为大型结构试验的辅助试验。许多受力复杂、体积庞大的构件或结构物,往往很难进行实物试验,这是因为现场试验难以组织,室内的足尺试验又会受经济能力和室内的空间限制,所以常用模型试验代替。对于某些重要的复杂结构,模型试验可作为实际结构试验的辅助试验。实物试验之前先通过模型试验获得必要的参考数据,这样可使实物试验工作更有把握。

(2)作为结构分析计算的辅助手段。当设计受力较复杂的结构时,由于设计计算存在一定的局限性,往往通过模型试验进行结构分析,以弥补设计上存在的不足,核算设计计算方法的适应性,比较设计方案。

(3)验证和发展结构设计理论。新的设计计算理论和方法的提出,通常需要一定的结构试验来验证,由于模型试验具有较强的针对性,故验证试验一般均采用模型试验。

模型试验由于模型制作尺寸存在一定的误差,故常与计算机分析相配合,试验结果与分析计算结果互相校核。此外,模型试验对某些结构局部细节起关键作用的问题很难模拟,如结构连接接头、焊缝特性、残余应力、钢筋与混凝土间的握裹力以及锚固长度等,故对这种结构在进行模型试验之后,还需进行实物试验做最后的校核。

模型试验一般包括模型设计、制作、测试和分析总结等几个方面,中心问题是如何设计模型。

2.2 相似概念

2.2.1 相似的含义

这里所说的相似是指模型和真型相对应的物理量的相似,比通常所说的几何相似概念更广泛。在进行物理变化的系统中,第一过程和第二过程相应的物理量之间的比例保持为常数,这些常数间又存在互相制约的关系,这种现象称为相似现象。

在相似理论中,系统是按一定关系组成的同类现象的集合,现象就是由物理量所决定的、发展变化中的具体事物或过程。这就是系统、现象和物理量三者之间的关系。两个现象相似是由决定现象的物理量的相似所决定的。

下面简略介绍与结构性能有关的几个主要物理量的相似。

2.2.2 相似量的表达

为了表达方便,约定凡是下标为 p 的物理量均表示为原型 (prototype) 的物理量;凡是下称为 m 的物理量均表示为模型 (model) 的物理量。

1) 几何相似

如果模型上所有方向的线性尺寸均按实物的相应尺寸用同一比例常数确定,则模型与原型的几何尺寸相似。几何相似用数学形式可表达为:

$$C_l = \frac{l_m}{l_p} = \frac{l'_m}{l'_p} \quad (2.1)$$

式中: C_l ——几何相似常数;

l ——长度尺寸的物理量。

凡模型与原型在某一方向的尺寸不满足式(2.1)条件的,则设计的模型为变态相似模型。

2) 荷载相似

如果模型所有位置上作用的荷载与原型在对应位置上的荷载方向一致,大小成同一比例,则称为荷载相似。用公式表达为:

$$C_p = \frac{P_m}{P_p} = \frac{P'_m}{P'_p} \quad (2.2)$$

式中: C_p ——荷载相似常数;

P ——静荷载物理量。

3) 时间相似

所谓时间相似不一定必须强调相同的时刻,而是指只要对应的时间间隔保持同一比例,用公式表达为:

$$C_t = \frac{t_m}{t_p} = \frac{t'_m}{t'_p} \quad (2.3)$$

式中: C_t ——时间相似常数;

t ——描述时间间隔物理量。

4) 质量相似

要求模型的质量与真型的质量在相应时间间隔保持同一比例,用公式表达为:

$$C_m = \frac{m_m}{m_p} = \frac{m'_m}{m'_p} \quad (2.4)$$

式中: C_m ——质量相似常数;

m ——表示质量的物理量。

5) 边界条件相似

要求模型和真型在与外界接触的区域内的各种条件保持相似,即要求支承条件相似、约束条件相似以及边界受力情况相似。模型的支承条件和约束条件可以由与真型结构构造相同的条件来满足与保证。

6) 初始条件相似

在动力学问题中,为了保证模型与真型的动力反应相似,要求初始时刻运动的参数相似。运动的初始条件包括初始位置、初始速度和初始加速度等。模型上的速度、加速度与原型的速度和加速度在对应的位置和对应的时刻保持一定的比例,并且运动的方向一致,则称为速度和加速度相似。

2.3 相似原理

相似原理是研究自然界相似现象的性质和鉴别相似现象的基本原理,它由 5 个性质

定理、5 个推论和 1 个判定定理组成。下面分别用举例的方式加以介绍,即没有数学证明过程。

2.3.1 性质定理

1) 性质定理一

(1) 名词解释

单值条件:决定于某一自然现象的因素,有系统的几何特性,或介质,或系统中所研究的现象有重大影响的物理参数,或系统的初始状态以及边界条件等。

相似常数:模型与真型对应物理量的值,常用 C_x 表示,下标 x 表示具体的物理量。下面就以牛顿第二定律为例说明:

牛顿第二定律的数学表达式为:

$$F = ma \quad (2.5)$$

对于真型,设 $F' = m'a'$; 对于模型,设 $F'' = m''a''$ 。那么,其相似常数依次应为:

$$C_F = \frac{F''}{F'} \quad C_m = \frac{m''}{m'} \quad C_a = \frac{a''}{a'} \quad (2.6)$$

相似指数:在现象相似的前提下,把由相似常数组成的反映相似常数相互关系的表达式称为相似指数,常用 C 表示。把 $C=1$ 叫作相似指数方程。相似模型的设计过程实际上就是用求解相似指数方程的方法来确定相似常数的过程。

将式(2.6)整理后代入模型式得:

$$\frac{C_F}{C_m C_a} F' = m' a' \quad (2.7)$$

表达式(2.7)与真型表达式相比,多了一个因式 $\frac{C_F}{C_m C_a}$,这类因式通常用 C 表示。由于牛顿第二定律只有一个,若牛顿第二定律能够成立,则 C 必须等于 1,即 $C=1$ 。否则,牛顿第二定律就不能成立。

(2) 定理描述

现象相似,单值条件相同,相似指数等于 1,即 $C=1$ 。

性质定理一是牛顿于 1786 年首先发现的,它揭示了相似现象的性质,说明了两个相似现象在数量上和空间中的相互关系。

$C=1$ 是相似现象的必要条件。它表明若两个物理系统相似,其相似指数必须等于 1。同时,各物理量的相似常数不是都能任意选择的,它们的相互关系必须接受式 $C=1$ 的约束。

2) 性质定理二

(1) 名词解释

相似准则:从形式上看,相似准则是一个单项式的等式,即若现象相似,现象的单值条件按照一定的原则能够组成一组无量纲因式,因式与因式的值构成一个无量纲的等式,每一个无量纲的等式都能够反映系统不同侧面的特征。这种无量纲的等式称为相似准则,这种无量纲因式的值 π 称为相似准数。相似准则是由理论推导而来,相似准数是通过试验数据整理得到的。从这个意义上讲,试验研究的目的是求出相似准则的具体值,即相似准数。

无量纲因式;由单值条件组合而成的没有量纲的单项式。

(2) 定理描述

现象相似,相似准数恒定不变,即对于给定的现象 π = 不能改变的常量。

式(2.5)也可以用 $\frac{F}{ma} = 1$ 表达。又如自由落体运动 $S = \frac{1}{2}gt^2$ 能够用 $\frac{S}{gt^2} = 0.5$ 来描述。再

如均布荷载作用下简支梁的挠度问题 $\omega = \frac{5ql^4}{384EI}$ 能够用 $\frac{ql^4}{\omega EI} = \frac{384}{5}$ 来表示。

表达式 $\frac{F}{ma} = 1$ 、 $\frac{S}{gt^2} = 0.5$ 、 $\frac{ql^4}{\omega EI} = \frac{384}{5}$ 是无量纲的等式,准确地反映了相应规律的特性。这

些等式就是现象的相似准则。1、0.5 和 $\frac{384}{5}$ 都是无量纲因式的值,就是相似准数。

当现象一定时,现象的相似准数是能改变的定值。因为,现象反映的规律不能够随意更改,所以相应的相似准数才能成为不能改变的定值。这里的 1、0.5 和 $\frac{384}{5}$ 就成为反映相应现象规律的不能改变的值。

不难看出,相似准数 π 具有 3 个特点。对于给定的现象, π 值是唯一的,即 π 等于不能改变的常量;对于不同的现象有不同的 π 值,即 π 为可变的常量; π 能够用幂函数的形式表示。

性质定理二是量纲分析的普遍定理,它是由美国学者 J. 白肯汉 (J. Buckingham) 提出的,为模型设计提供了可靠的理论基础。

相似准数 π 把相似系统中各物理量联系起来,说明了它们之间存在的必然关系,故又把相似准数 π 称“模型律”。利用这个模型律可将模型试验中得到的结果推广应用到相似的真型结构中去。

相似准数 π 的优势还体现在它减少了未知数,使所研究的问题得到简化。

注意:相似常数和相似准数的概念是不同的。相似常数是指在两个相似现象中,两个相对应的物理量始终保持的常数,它表示相似现象中某两个物理量应保持的量的关系。而相似准数则在所有互相相似的现象中是一个不变量,并非一任意常数,它描述了相似现象中各物理量必须保持的内在关系。

3) 性质定理三

定理描述:若现象相似,相似准则与相似指数数量一一对应,则构成也对应。

由性质定理一的举例可知,反映牛顿第二定律、自由落体运动、均布荷载作用下简支梁的挠度问题特征的无量纲因式的等式分别只有 1 个,即依次为:

$$\frac{F}{ma} = 1 \quad \frac{S}{gt^2} = 0.5 \quad \frac{ql^4}{\omega EI} = \frac{384}{5}$$

对应的,其相似指数依次为:

$$\frac{C_F}{C_m C_a} = 1 \quad \frac{C_S}{C_g C_t^2} = 1 \quad \frac{C_q C_l^4}{C_\omega C_{EI}} = 1$$

所以,真型与模型的 $C=1$ 不但是必要的,而且是唯一的。

4) 性质定理四

(1) 名词解释

基本物理量:指不受其他物理量的约束而独立存在的物理量,是构成其他物理量的元素。如,在力的系统中,力、时间、长度等都是基本物理量。

导出物理量:是指由基本物理量推导而来的物理量。如,在力的系统中的加速度、速度等都是由力、时间和长度等推导而来的。

基本量纲:构成其他物理量量纲的量纲。它最典型的特征就是能够用专门表示量纲的单个字母来表示,如力 P 的量纲、长度 l 的量纲以及时间 t 的量纲都是基本量纲,它们的表示方法依次为 $[F]$ 、 $[L]$ 和 $[T]$ 。基本量纲就是基本物理量的量纲。

组合量纲:是由基本量纲组合而成的量纲,如应力 σ 的量纲是 $[FL^{-2}]$,弯矩 M 的量纲是 $[FL]$,抵抗矩 W 的量纲是 $[L^3]$ 等,它们最显著的特点是都能够用基本量纲的幂形式来表示。组合量纲也称导出量纲。

(2) 定理描述

若现象相似,则基本物理量的种类数等于基本量纲的个数,且两者对应。

在描述空间点的位置时,常用 x, y, z 来表示。在这里基本量纲只有 1 个“ $[L]$ ”。相应地,基本物理量也只有“长度”1 类;再如自由落体运动的规律 $S = 0.5gt^2$ 中,基本量纲只有“ $[L]$ ”和“ $[T]$ ”2 个。相应地,基本物理量也就有“长度”和“时间”两类。其他现象都是如此。

5) 性质定理五

(1) 名词解释

①零量纲:量纲的幂指数等于零的量纲。零量纲的物理量是指物理量本身不带量纲的物理量。如,角度、应变、泊桑、含水率、空隙等都是没有量纲的物理量。零量纲的物理量可以单独成为 1 个独立的无量纲因式。

②基础物理量与函数物理量:在描述现象的 n 个物理量中,用一些物理量(即能够作为已知条件的物理量,数量上只能有 k 个,)表示另外一些物理量(即未知的物理量,数量上有 $n-k$ 个),是求解量纲矩阵方程的技术环节之一。我们就把已知的物理量叫作基础物理量,未知的物理量叫作函数物理量。从量纲的种类数的特点来看,系统中基础物理量量纲种类数的集合等于本系统量纲种类数的全集。

基础物理量仅仅是求解量纲方程的过渡产物,基本物理量和导出物理量在满足一定的条件后均可充当基础物理量(详见 2.4.2),且函数物理量能够被基础物理量用幂因式的形式来表示。

(2) 定理描述

若现象相似,描述现象的物理量个数为 n ,其中基本物理量的种类数为 k 。那么,基础物理量的个数则为 k ,函数物理量的个数等于相似准则的个数为 $n-k$ 。

在量纲矩阵中,由量纲和谐原理(详见 2.4.1)可知,1 个基本量纲能够写出 1 个量纲方程,那么, k 个基本量纲只能写出 k 个量纲方程,而 k 个量纲方程不能求解 n 个未知数。欲求解 n 个未知数,则需分解出来 k 个物理量,能够把其余的 $n-k$ 个物理量分别用这 k 个物理量的幂因式形式表示出来,这样就把 k 个 n 元 1 次方程组化成 $n-k$ 组 k 元 1 次方程组,方程数