

全新修订版



别莱利曼
趣味科学
作品全集

ENTERTAINING
ALGEBRA

趣味代数学

[俄] 别莱利曼 (Я.И. ПЕРЕЛЬМАН) / 著

丁寿田 朱美琨 / 译

全国优秀
科普作品奖
一等奖作品

中国青年出版社



别莱利曼

趣味科学

作品全集

趣味代数学

[俄] 别莱利曼 (Я.И. ПЕРЕЛЬМАН) / 著

丁寿田 朱美琨 / 译

中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

趣味代数学 / (俄罗斯) 别莱利曼著; 丁寿田, 朱美琨译.

— 5版. — 北京: 中国青年出版社, 2016.6

(别莱利曼趣味科学作品全集)

ISBN 978-7-5153-4187-3

I. ①趣… II. ①别… ②丁… ③朱… III. ①代数—青少年读物 IV. ①015-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第105834号

选题策划: 彭 岩

责任编辑: 彭 岩

*

中国青年出版社出版 发行

社址: 北京东四12条21号 邮政编码: 100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话: (010) 57350407 门市部电话: (010) 57350370

三河市君旺印务有限公司印刷 新华书店经销

*

660×970 1/16 12.5印张 4插页 120千字

2016年5月北京第5版 2017年1月河北第2次印刷

定价: 22.00元

本书如有印装质量问题, 请凭购书发票与质检部联系调换

联系电话: (010) 57350337

作者简介



雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼（Я. И. Перельман, 1882 ~ 1942）是一个不能用“学者”本意来诠释的学者。别莱利曼既没有过科学发现，也没有什么称号，但是他把自己的一生都献给了科学；他从来不认为自己是一个作家，但是他的作品的印刷量足以让任何一个成功的作家艳羡不已。

别莱利曼诞生于俄国格罗德诺省别洛斯托克市。他17岁开始在报刊上发表作品，1909年毕业于圣彼得堡林学院，之后便全力从事教学与科学写作。1913~1916年完成《趣味物理学》，这为他后来创作的一系列趣味科学读物奠定了基础。1919~1923年，他创办了苏联第一份科普杂志《在大自然的工坊里》，并任主编。1925~1932年，他担任时代出版社理事，组织出版大量趣味科普图书。1935年，别莱利曼创办并运营列宁格

勒（圣彼得堡）“趣味科学之家”博物馆，开展了广泛的少年科学活动。在苏联卫国战争期间，别莱利曼仍然坚持为苏联军人举办军事科普讲座，但这也是他几十年科普生涯的最后奉献。在德国法西斯侵略军围困列宁格勒期间，这位对世界科普事业做出非凡贡献的趣味科学大师不幸于1942年3月16日辞世。

别莱利曼一生写了105本书，大部分是趣味科学读物。他的作品中很多部已经再版几十次，被翻译成多国语言，至今依然在全球范围再版发行，深受全世界读者的喜爱。

凡是读过别莱利曼的趣味科学读物的人，无不为他作品的优美、流畅、充实和趣味化而倾倒。他将文学语言与科学语言完美结合，将生活实际与科学理论巧妙联系：把一个问题、一个原理叙述得简洁生动而又十分准确、妙趣横生——使人忘记了自己是在读书、学习，而倒像是在听什么新奇的故事。

1959年苏联发射的无人月球探测器“月球3号”传回了人类历史上第一张月球背面照片，人们将照片中的一个月球环形山命名为“别莱利曼”环形山，以纪念这位卓越的科普大师。



目 录

第一章 第五种数学运算

1.1 第五种运算	3	1.10 每秒运算10,000次	13
1.2 天文数字	3	1.11 可能有多少种象棋棋局	15
1.3 空气有多重?	5	1.12 自动下棋机的秘密	16
1.4 没有火焰和热的燃烧	5	1.13 三个二	18
1.5 天气的变化	6	1.14 三个三	19
1.6 锁的秘密	7	1.15 三个四	19
1.7 迷信的骑车人	8	1.16 三个相同的数字	20
1.8 用2累乘的结果	9	1.17 四个一	21
1.9 快一百万倍	10	1.18 四个二	21

第二章 代数的语言

2.1 列方程的技巧	25	2.5 溪边的鸟	28
2.2 刁藩都的生平	25	2.6 散步	29
2.3 马和骡子	26	2.7 刈草组	30
2.4 四兄弟	27	2.8 牧场上的母牛	33

2.9 牛顿的问题	36	2.18 轮船和木筏	49
2.10 表针对调	37	2.19 两罐咖啡	50
2.11 表针的重合	40	2.20 晚会	51
2.12 猜数的技巧	40	2.21 海上侦察	52
2.13 似非而是	43	2.22 在自行车比赛场上	53
2.14 方程替我们思索	44	2.23 摩托车比赛	54
2.15 古怪和意外的事情	45	2.24 平均行驶速度	56
2.16 在理发馆里	47	2.25 老式计算机	57
2.17 电车和徒步	48		

第三章 对算术的帮助

3.1 速乘法	69	3.8 可以被19整除的数	79
3.2 数字1、5和6	71	3.9 苏菲·热门定理	80
3.3 数25和76	72	3.10 合数	81
3.4 无限长的“数”	73	3.11 素数的个数	83
3.5 找补：一个古代民间的题目	75	3.12 最大的已知素数	83
3.6 可以被11整除的数	76	3.13 重要的计算	83
3.7 汽车牌号	78	3.14 没有代数更简单	86

第四章 刁藩都方程

4.1 买衣服	91	4.7 两个数和四种运算	102
4.2 盘查商店	94	4.8 什么样子的矩形?	103
4.3 买邮票	96	4.9 两个两位数	104
4.4 买水果	97	4.10 整数勾股弦数	105
4.5 猜生日	99	4.11 三次不定方程	109
4.6 卖母鸡	100	4.12 十万马克悬赏证明的定理	112

第五章 第六种数学运算

5.1 第六种运算	117	5.3 一望而解	119
5.2 哪个大些?	118	5.4 代数的喜剧	119

第六章 二次方程

6.1 握手	125	6.6 扩音器	130
6.2 蜂群	125	6.7 飞向月球的代数学	131
6.3 猴群	126	6.8 “难题”	134
6.4 方程的先见之明	127	6.9 什么数?	136
6.5 欧拉的题目	128		

第七章 最大值和最小值

7.1 两列火车	141	7.8 风筝	151
7.2 小站设在哪里?	143	7.9 修建房屋	152
7.3 这条公路线怎样定法?	145	7.10 建筑工地的栅栏	153
7.4 什么时候乘积最大?	146	7.11 截面最大的槽	154
7.5 什么时候的和最小?	149	7.12 容量最大的漏斗	156
7.6 体积最大的方木梁	150	7.13 照得最亮	158
7.7 两块土地	150		

第八章 级数

8.1 最古老的级数	163	8.5 挖土小组	167
8.2 方格纸上的代数	164	8.6 苹果	168
8.3 浇菜园	165	8.7 买马	169
8.4 喂母鸡	166	8.8 战士的抚恤金	170

第九章 第七种数学运算

9.1 第七种运算	175	9.8 恒星、噪声和对数	183
9.2 对数的敌手	176	9.9 电力照明中的对数	184
9.3 对数表的演化	177	9.10 几百年的遗嘱	185
9.4 对数奇观	177	9.11 资金的连续增长	187
9.5 舞台上的对数	178	9.12 数“ e ”	188
9.6 牲畜饲养场里的对数	180	9.13 对数的喜剧	190
9.7 音乐中的对数	181	9.14 三个二表示任意数	191

Chapter

1

第一章

第五种数学运算

1.1 第五种运算

代数往往被称做“有七种运算的算术”，因为除了人人都知道的加减乘除四种运算外，还添上了三种新的：乘方和它的两种逆运算。

我们关于代数的谈话就是从“第五种运算”——乘方开始。

这种新的运算是不是由实际生活的需要产生的呢？这是毫无疑问的。我们在实际计算中时常遇见它。回想一下许多算面积、算体积的例子，那儿一般地都有二次方和三次方的数出现。还有：万有引力、静电作用和磁性作用、光、声等，它们的强弱都和距离的二次方成反比例。行星绕太阳（以及卫星绕行星）旋转的周期和它离旋转中心的距离也是用乘方的关系联系着：周期的二次方和距离的三次方成正比。

可是，不要以为我们在实用上只能遇见二次方和三次方，而更高次的乘方只是在代数练习中才有。工程师计算各种材料的强度，要经常和四次方打交道，至于另外一些计算，例如蒸汽管的直径，甚至要用到六次方。

为了研究流水冲击石块的力量，水利学家也要遇到六次方：如果一条河的流速有另外一条的四倍大，那么流得快的河冲击它河床里的石子的力量就有流得慢的河的 4^6 倍，也就是4,096倍^①。

假使我们研究炽热的物体——例如电灯泡里面的钨丝——的亮度和温度的关系，那么我们还会碰到更高次的乘方。物体白热的时候，总的亮度依温度（这是指的“绝对温度”就是说从 -273°C 起算的温度）的十二次方而增高，而赤热的时候就依温度的三十次方而增高。这就是说，比如物体从2,000K加热到4,000K（绝对温度），就是加热到2倍，亮度就增强到 2^{12} 倍，也就是增强到4,000倍以上。这种独立的关系在制造电灯泡的技术上有什么意义，我们在下面还要讲到。

1.2 天文数字

可能没有人像天文学家这样广泛地应用第五种数学运算的了。在宇

^① 关于这一点的更详细的说明，可以参看作者的《趣味力学》第九章。

宇宙的研究中，处处都要遇到极其巨大的数字，只有一两位有效数字，后面添写一长串的0。像这一类数，一般叫做“天文数字”是很适当的，用普通的记数法来写的话，必然引起极大的不方便，尤其是用它们进行计算的话。例如从地球到仙女座星云的距离，照普通的写法，等于这样多的千米：

95 000 000 000 000 000 000 000.

在天文计算中，天体间的距离往往不能用千米或更大的单位而用厘米表示。这样一来，我们这个数就得添上五个0：

9 500 000 000 000 000 000 000 000 000.

恒星的质量要用更大的数来表示，尤其如果把它们用克来表示的时候，这在许多计算里面是必需的。太阳的质量用克表示就等于：

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

很明白，用这样大的数来进行计算是多么困难，而且多么容易发生错误。何况上面所举的还不是最大的天文数字！

第五种数学运算就使计算上的这种困难简单地克服了。凡是1后面带着一些0的数目，就表示成10的若干次方：

$$100=10^2, 1,000=10^3, 10,000=10^4 \text{ 等等。}$$

前面讲到的巨大数目因此就可以表示成这样的形式：

第一个数..... $95 \cdot 10^{23}$,

第二个数..... $1\,983 \cdot 10^{30}$ 。

这样的表示方法，不但可以节省地位，还可以便利演算。例如，假设要求把这两个数目乘起来，那么只要用乘法求出 $95 \times 1,983 = 188,385$ ，再在后面写上因数 $10^{23+30} = 10^{53}$ ：

$$95 \cdot 10^{23} \times 1983 \cdot 10^{30} = 188385 \cdot 10^{53}$$

这比起先写一个有23位0的数，再写一个有30位0的数，结果得出一个有53位0的数来，当然方便得多了，——不但方便，而且可靠，因为连写几十个0也许会漏掉一两个0，结果就错了。

1.3 空气有多重?

为了使你相信,用乘方形式表示大数能使实际计算工作变得多么容易,让我们来做一个演算:求地球的质量比它周围全部空气的质量大多少倍。

我们知道,空气压在地球表面每一平方厘米上的力约等于1千克。这就是说,支在1平方厘米上的大气柱的重量等于1千克。地球周围的大气层可以看做由这样一条条的空气柱拼成的;我们的行星的面积有多少平方厘米,这样的空气柱就有多少条,全部大气也就有多少千克重。翻一下参考书,知道地球面积等于51,000万平方千米,也就是 $51 \cdot 10^7$ 平方千米。

算一算,1平方千米有多少平方厘米呢?1千米有1,000米,每米有100厘米,所以1千米是 10^5 厘米,而1平方千米是 $(10^5)^2=10^{10}$ 平方厘米。因此地球的全面积是

$$51 \cdot 10^7 \times 1 \times 10^{10} = 51 \cdot 10^{17}$$

平方厘米。地面大气的重量也就是这么多千克。化做吨,就得到

$$51 \cdot 10^{17} \div 1,000 = 51 \cdot 10^{17} \div 10^3 = 51 \cdot 10^{17-3} = 51 \cdot 10^{14}。$$

地球的质量等于这个数目:

$$6 \cdot 10^{21} \text{ 吨,}$$

要求出我们的行星有它周围空气层多少倍重,用除法:

$$6 \cdot 10^{21} \div 51 \cdot 10^{14} \approx 10^6,$$

就是说,大气质量大约只抵得地球质量的一百万分之一。

1.4 没有火焰和热的燃烧

假使你问一位化学家,为什么木柴和煤只能在高温下燃烧,他会告诉你,碳元素和氧元素的化合,严格地说起来,是在任何温度下都能进行的,不过在低温的时候,化合过程进行得极慢(就是只有极少数分子参与反应),因此不能被我们观察出来。确定化学反应速度的定律告诉我们,

温度每降低 10°C ，反应速度（参与反应的分子数目）就降低一半。

把这定律应用到木头和氧化合的反应上，就是木柴燃烧的过程上。假定在火焰温度 600°C 的时候，每秒钟烧掉1克的木头。在温度 20°C 的时候要烧掉1克木头得多少时间呢？这儿温度降低了 $580=58 \cdot 10^{\circ}\text{C}$ ，所以反应速度就降低到

$$2^{58} \text{ 倍,}$$

就是说1克的木柴要烧上 2^{58} 秒。

这样一段时间合多少年？我们可以大致地算出来，用不着真的把2连乘57次，也不用翻对数表。只要利用

$$2^{10}=1,024 \approx 10^3。$$

因此，

$$2^{58}=2^{60-2}=2^{60} \div 2^2=\frac{1}{4} \cdot 2^{60}=\frac{1}{4} \cdot (2^{10})^6 \approx \frac{1}{4} \cdot 10^{18},$$

就是大约百万万万秒的四分之一。一年大约有 $3,000$ 万秒就是 $3 \cdot 10^7$ 秒；因此

$$\left(\frac{1}{4} \cdot 10^{18}\right) \div (3 \cdot 10^7) = \frac{1}{12} \cdot 10^{11} \approx 10^{10}。$$

一百万万年！这就是1克木柴没有火焰和热的燃烧大约可以延续的年数。

所以木柴和煤在寻常温度下燃烧着，好像没有什么热。取火工具的发明把这种极端缓慢的过程加快了不知多少万倍。

1.5 天气的变化

【题】假定天气只用天上有没有云这一种特征来区分，也就是只用晴天和阴天来分类。那么你认为，在这样的条件之下有不同天气变化的星期数目多不多呢？

粗想一下好像不多：只要两个月过去，那么一星期里面晴天和阴天的各种组合都全了；在这以后，以前已经出现过的组合中总有一个会不可避

免地重复出现。

可是，让我们再来准确地算一算，在这种条件下究竟有多少种可能的不同组合。这么一个问题，意想不到又引到第五种数学运算上去。

那么，一星期里面晴天和阴天的变化能有多少种情形？

【解】这星期的第一天也许是晴的，也许是阴的；现在已经有两种“组合”。

在两天里面，可能的晴阴次序如下：

晴和晴	阴和晴
晴和阴	阴和阴

两天里面一共有 2^2 种不同的变化。在三天里面，前两天的每一种都可以和第三天的两种组合相结合；所有变化的数目是

$$2^2 \times 2 = 2^3。$$

在四天里面，变化的数目是

$$2^3 \times 2 = 2^4。$$

在五天里面可以有 2^5 种变化，在六天里面有 2^6 种，最后一星期中有 $2^7=128$ 种不同的变化。

因此得出，一星期里面晴阴变化可以有128种情形。经过128个星期以后，也就是 $128 \times 7=896$ 天以后，上面所讲到的组合总会有一个要发生重复的；自然，这种重复可以发生得早些；不过896天却是一天期限，过了这个期限就不可避免要发生重复了。反过来看，却也可能整整经过两年多一点（2年又166天），其间每个星期的天气变化都和其他星期不同。

1.6 锁的秘密

【题】某机关发现了一只保险柜，是很久以前保留下来的。一找钥匙倒是有的，可是，想要利用它，还须先知道锁的秘密。保险柜的门只有把门上五个圈子里的字母——每个圈子边上都有36个字母——恰好排成某个字，才能打开。因为没有人知道这个字，为了不破坏这个柜子，就决定把

圈子里各字母的一切组合都试上一遍。每排成一个组合需要3秒钟时间。

想把这柜子在最近十个工作日以内打开来，能办得到吗？

【解】先算一下，如果统统试上一遍的话，这些字母的组合一共有多少。

第一圈36个字母中的随便一个可以和第二圈36个字母中的随便一个拼合。这就是说，取两个字母的组合数目是

$$36 \times 36 = 36^2。$$

这些组合中的任意一个可以加上第三圈36个字母中的任意一个。因此取三个字母的组合数目是

$$36^2 \times 36 = 36^3。$$

照这样推想，就可以断定，四个字母的组合数目是 36^4 ，而五个字母的组合数目是 36^5 就是60,466,176。如果想把这6,000多万组合都拼完，假定每个组合要3秒钟，就要

$$3 \times 60,466,176 = 181,398,528$$

秒。这就超过50,000小时，按每天工作八小时计算，大约6,300工作日——差不多20年。

这就是说，想花10个工作日就把柜子打开来，它的机会只有10比6,300，就是1比630。这个概率是很小的。

1.7 迷信的骑车人

【题】有个人买了一辆自行车，想学着骑。这人有个毛病，就是特别迷信。他听说自行车最忌讳“8”字，他就唯恐自己的车牌上出现这个倒霉的8字。走在取车牌的路上，他这样盘算：不管写什么数，总跑不了0，1，2，……9这十个数字。而十个之中有一个8是“倒霉”数。可见碰上“倒霉”号的机会只有十分之一。

他的这个判断对吗？

【解】自行车牌的号码是6位，一共有999,999个号：从000001，