刘增良　贾晓东　杜　静◎主编

新编
大学物理实验

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

新编大学物理实验

主　编　刘增良　贾晓东　杜　静
副主编　胡珑珑　贺长伟　王宝林

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内容简介

本教材是在山东建筑大学物理实验教学改革和实践的基础上，根据教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学的基本要求》，结合21世纪人才培养目标，广泛吸取国内同类教科书的精华重新编写而成的。本次编写融进了近几年教学改革中新的成果，增加了反映时代特点的实验内容和方法。

全书共分5章，包括测量误差及数据处理、基本实验知识、基础物理实验、综合性物理实验及近代物理实验、设计性物理实验等内容，共46个实验。

本书可作为高等工科院校各专业的物理实验教学用书，也可作为有关实验教师和实验技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

新编大学物理实验 / 刘增良，贾晓东，杜静主编. -- 北京：北京邮电大学出版社，2016.7

ISBN 978-7-5635-4791-3

Ⅰ.①新… Ⅱ.①刘… ②贾… ③杜… Ⅲ.①物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.①O4－33

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第135494号

书　　名：新编大学物理实验
著作责任者：刘增良　贾晓东　杜　静　主编
责 任 编 辑：王丹丹　刘　佳
出 版 发 行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路10号(邮编：100876)
发　行　部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京通州皇家印刷厂
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：16.5
字　　数：406千字
印　　数：1—4 000册
版　　次：2016年7月第1版　2016年7月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-4791-3　　定　价：33.00元

前　言

本书是根据高等工业学校物理实验课程新的教学基本要求，结合国内各高校物理实验教学的新发展，并针对近年来山东建筑大学物理实验教学的需要而编写的。

为了适应时代的发展以及更好地培养学生跨学科思维能力和创造能力，我校购进了大量改进型实验仪器和新型实验仪器。编写本书时，我们参照山东建筑大学新版物理实验教学大纲，对所开设的工科实验和理科实验作了挑选和修改，按照基础物理实验、综合性物理实验及近代物理实验、设计性物理实验体系安排实验内容。

物理实验教学是一项是体现集体智慧和劳动结晶的事业，离不开实验室多年来的建设和发展，是一个日积月累、逐步完善及发展和升华的过程。本书的编写凝聚着实验室全体教师和实验技术人员长期辛勤劳动的成果，他们长期工作在实验教学第一线，积累了丰富的教学经验。在本书编写过程中，我们得到了山东建筑大学理学院和实验设备处领导的大力支持和帮助，得到了陈文智、赵苏生和谭金凤三位副教授的关心和指导。

参加本书编写工作的有张慧军、连鲁云、胡珑珑、贾晓东、杜静、王宝林、贺长伟、曹坤波、张玲、赵金花和刘增良。其中第 1 章由贾晓东、杜静和刘增良执笔，实验 3.4、实验 3.8、实验 4.5、实验 5.2、实验 5.5 由张慧军执笔，2.2 节、实验 3.1、实验 3.14、实验 3.15、实验 3.17 由连鲁云执笔，2.3 节、实验 3.2、实验 3.13、实验 4.9、实验 5.3 由胡珑珑执笔，实验 3.6、实验 3.16、实验 4.10、实验 5.1、实验 5.8 由贾晓东执笔，实验 3.10、实验 3.11、实验 4.7、实验 4.11、实验 5.4 由杜静执笔，实验 3.18、实验 4.2、实验 4.4、实验 4.6、实验 5.9 由王宝林执笔，实验 3.3、实验 3.9、实验 4.12、实验 4.13、实验 5.11 由贺长伟执笔，2.1 节由曹坤波执笔，实验 3.7、实验 5.6 由张玲执笔，实验 3.12、实验 4.1、实验 4.3、实验 4.8、实验 4.14、实验4.15、实验 5.7、实验 5.10 由刘增良执笔，实验 3.5、实验 5.12、实验 5.13 由赵金花执笔。编者感谢以上各位老师在繁忙的教学和科研工作中抽出时间参与本书的编写工作。

在这里，编者还要感谢书中引用到的参考资料涉及的众多专家和学者，感谢山东建筑大学历年来对实验课提出宝贵意见的诸多学生。

由于编者的水平和经验有限，书中难免存在缺点和不妥之处，真诚欢迎各位专家、同行和广大同学批评指正。

编　者

2016 年 3 月于山东建筑大学

目　录

第1章　测量误差及数据处理的基本知识

1.1　测量与误差

1.1.1　测量

物理实验不仅要定性观察各种物理现象，更重要的是找出有关物理量之间的定量关系，为此，就需要进行测量。测量就是将待测的物理量与一个选作为标准的同类量进行比较，得出它们之间的倍数关系。选作为标准的同类量的分度值称为1个单位，倍数称为测量数值。由此可见，一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积，其包含三层含义：①大小；②单位；③可信赖的程度。

1.1.2　测量的分类

按测量方式，测量可分为直接测量和间接测量。由仪器直接读出测量结果的测量称为直接测量。直接测量按测量次数又分为单次测量和多次测量。利用直接测量量与被测量量之间的已知函数关系，求得该被测物理量的过程称为间接测量。在物理量的测量中，绝大部分是间接测量，但直接测量是一切测量的基础。不论是直接测量，还是间接测量，都需要满足一定的实验条件，都要按照严格的方法，正确地使用测量仪器。

按测量条件，测量可分为等精度测量和非等精度测量。等精度测量是指在同等条件下进行的多次重复性测量，即环境、人员、仪器、方法等不变，对同一个待测量进行多次重复测量。由于各次测量的条件相同，测量结果的可靠性是相同的，测量精度也是相同的。而非等精度测量是指在特定的不同测量条件下，用不同的仪器、不同的测量方法、不同的测量次数，派不同的人员进行测量和研究，这种测量主要用于高精度的测量中。

1.1.3　误差

每一个待测物理量在一定实验条件下都客观地具有确定的大小，称为该物理量的真值，记为 x_0。由于任何测量仪器、测量方法、测量条件及测量者的观察力等都不能做到绝对精确，这就不可避免地伴随有误差产生，实际测得的数值（即测量值 x）只能是一个真值的近似值，“误差存在于一切测量的始终”。

被测量的真值只是一个理想的概念，对测量者来说真值一般是不可知的。在实际测量

中常用多次测量的算术平均值、测量量的理论值或公认值或计量学约定值、相对真值等几种量值来代替真值，称为约定真值。

测量值与真值(或约定真值)之差称为测量误差，简称误差 Δx。测量误差可用绝对误差表示，也可用相对误差表示。

绝对误差
$$\Delta x = x - x_0 \tag{1.1.1}$$

相对误差
$$E = \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right| \times 100\% \tag{1.1.2}$$

绝对误差反映了误差本身的大小，而相对误差反映了误差的严重程度。

任何测量都不可避免地存在误差，所以，一个完整的测量结果应包括测量值和误差两部分。必须注意，绝对误差大的，相对误差不一定大。

1.1.4 误差的分类

既然测量不能得到真值，那么怎样才能最大限度地减小测量误差，并估算出误差的范围呢？要回答这些问题，就必须了解误差产生的原因及其性质。为了便于分析，根据产生误差的原因和误差所表现出的性质，将误差分为三类：系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

系统误差是在相同测量条件下，对同一量进行的多次测量过程中，大小和符号保持恒定或以可预知的方式变化的测量误差分量。

系统误差是由固定不变或按照确定规律变化的因素造成的，故这些误差一般可以掌握。产生系统误差的原因一般有以下几方面：

① 测量装置方面的因素：由仪器、实验装置引起的误差，如仪器未校准、安装不正确、组件老化等。例如，用秒表测单摆周期时，若表自身就走得慢，测得的时间 t 肯定偏大，多次重复测量也无济于事。

② 测量方法方面的因素：测量所依据公式自身的近似性，或实验条件达不到公式所规定的要求，或测量方法等所引起的误差。例如，高灵敏度测量仪器规定在洁净实验室使用却在一般实验室使用；单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 成立条件是摆角应趋于零，实验时摆角超过 $5°$ 等。

③ 环境方面的因素：由于测量仪器偏离了仪器本身规定的使用环境或者测量条件而引起的误差，如室温的逐渐升高、外界电磁场的干扰、外界的振动等。

④ 测量人员方面的因素：由于实验者生理特点或固有习惯所造成的误差，如在估读数据时总是偏大或偏小等。

2. 随机误差

在相同条件下，对同一物理量进行多次重复测量，即使系统误差减小到最低程度之后，测量值仍会出现一些难以预料和无法控制的起伏，而且测量值误差的绝对值和符号在随机变化着，这种误差称为随机误差(又称偶然误差)。随机误差主要来源有测量仪器、环境条件和测量人员等，其特征是随机性。它是大量因素对测量结果所产生的众多微小影响的综合结果，无法预知，也难以控制。随机误差不可能修正。对个体而言，随机误差是不确定的，但其总体(大量个体的总和)服从一定的统计规律，因此可用统计方法估计其对

测量结果的影响。

(1) 随机误差的统计规律

大量的随机误差服从正态分布(高斯分布)规律，其分布曲线如图 1.1.1 所示。图中横坐标 δ 表示随机误差，纵坐标表示随机误差出现的概率密度分布函数 $f(\delta)$，函数的数学表述为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1.1.3}$$

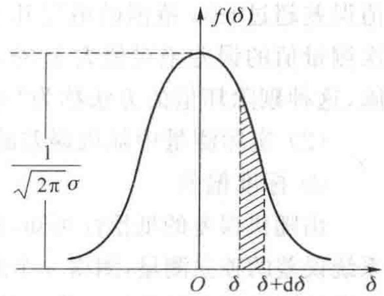

图 1.1.1　正态分布曲线

测量值的随机误差出现在 δ 到 $\delta+\mathrm{d}\delta$ 区间内的可能性(概率)为 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$，即图 1.1.1 中阴影线所包含的面积元。

式(1.1.3)中的 σ 是用统计方法(计算标准差)估计的随机误差的一个特征值，称为标准误差。

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta^2}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x-x_0)^2} \tag{1.1.4}$$

服从正态分布的随机误差具有以下四个显著的特征：

① 单峰性：小误差多而集中，形成一个峰值，在 $\delta=0$ 处，真值出现的概率最大。

② 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率基本相等。

③ 有界性：非常大的误差出现的概率趋近于零。

④ 抵偿性：当测量次数 $n\to\infty$ 时，由于正负误差相互抵消，故各误差的代数和趋于零。

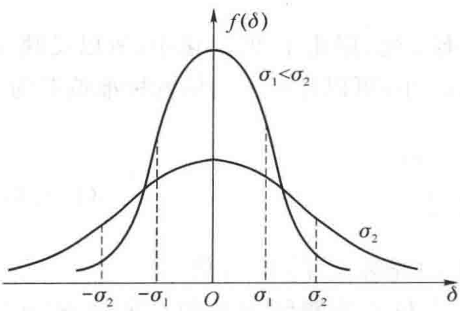

图 1.1.2　不同 σ 值的 $f(\delta)$ 曲线

由式(1.1.3)可知，随机误差正态分布曲线的形状取决于 σ 值的大小，如图 1.1.2 所示。σ 越小，分布曲线越陡峭，峰值越高，说明绝对值小的误差占多数，且测量值的重复性好，分散性小；反之，σ 越大，曲线越平坦，峰值越低，说明测量值的重复性差，分散性大。标准误差 σ 反映了测量值的离散程度。

但应注意，标准误差 σ 和各测量值的误差 Δx 有着完全不同的含义。Δx 是实在的误差值，亦称真误差；而 σ 并不是一个具体的测量误差值，它反映在相同条件下进行一组测量后的随机误差出现的概率的分布情况，只具有统计性质的意义，是一个统计性的特征值。

σ 表示的概率意义可以从 $f(\delta)$ 函数式求出，由于 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$ 是测量值随机误差出现在小区间$(\delta,\delta+\mathrm{d}\delta)$的概率，那么测量值随机误差出现在$(-\sigma,\sigma)$区间内的概率就是

$$P=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\delta)\mathrm{d}\delta=68.3\% \tag{1.1.5}$$

由此可见，标准误差 σ 所表示的物理意义是：任一次测量，测量误差落在$(-\sigma,\sigma)$范围内的概率 $P(\sigma)=68.3\%$。区间$(-\sigma,\sigma)$称为置信区间，其相应的概率 68.3% 称为置信概率。显然，置信区间扩大，置信概率提高。置信区间取$(-2\sigma,2\sigma)$、$(-3\sigma,3\sigma)$，相应的置信概率 $P(2\sigma)=95.4\%$，$P(3\sigma)=99.7\%$。

以上说明，绝对值大于 $\pm3\sigma$ 的误差出现的概率只有 0.003，即 1 000 次测量中只有 3 次

测量的误差的绝对值会超过 3σ。一般的物理实验中的测量次数不会超过几十次，所以测量值误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现，因此把 3σ 称为极限误差。若发现测量列中某次测量值的误差绝对值大于 3σ，就可以认为它是由某种非正常因素造成的"坏值"，予以剔除，这种剔除坏值的方法称为"3σ 法则"。

(2) 实际测量中随机误差的估算

① 标准偏差

由随机误差的抵偿性可知，若对某一物理量在测量条件相同的情况下进行了 n 次无明显系统误差的独立测量，测得 n 个测量值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，则当系统误差已被消除时，测量值的算术平均值最接近被测量的真值。测量次数越多，接近程度越好（当 $n\to\infty$ 时，平均值趋近于真值），因此我们用算术平均值表示测量结果的最佳值。测量值与算术平均值之差称为残差。

$$\Delta x_i = x_i - \overline{x} \ (i=1,2,3,\cdots,n) \tag{1.1.6}$$

由于残差可正可负，有大有小，所以常用"方、均、根"法对它们进行统计，得到的结果就是测量列的任一次测量值的标准误差，用 σ_x 表示为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{1.1.7}$$

式(1.1.7)称为贝塞尔公式。σ_x 是 σ 在实际测量中用算术平均值 $\overline{x}$ 代替真值 x_0 后的估算值，为示二者的区别，以下将 σ_x 称为标准偏差（也有教材用符号 S_x 表示）。σ_x 反映了各次测量值的离散程度，任一次测量值 x_i 的误差落在 $(-\sigma_x, +\sigma_x)$ 范围内的概率为 68.3%。

② 算术平均值的标准偏差

由于 $\overline{x}$ 也是随机变量，其值随测量次数 n 的增减而变化，但比 x_i 的变化小，所以反映 $\overline{x}$ 离散程度的标准差 $\sigma_{\overline{x}}$（也有教材换用符号 $S_{\overline{x}}$ 表示）比 σ_x 小，可以证明平均值的标准偏差为

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1.1.8}$$

即平均值的标准偏差 $\sigma_{\overline{x}}$ 是 n 次测量中任一次测量值标准偏差 σ_x 的 $1/\sqrt{n}$ 倍。

平均值标准偏差的物理意义是：在区间 $(\overline{x}\pm\sigma_{\overline{x}})$ 内包含待测物理量的真值的概率为 68.3%；在 $(\overline{x}\pm 2\sigma_{\overline{x}})$ 内包含真值的概率为 95.4%；在 $(\overline{x}\pm 3\sigma_{\overline{x}})$ 内包含真值的概率为 99.7%。

由式(1.1.8)可知，$\sigma_{\overline{x}}$ 随着测量次数 n 增加而减小，即通过测量次数的增加可减小随机误差。但由于 $n>10$ 以后 $\sigma_{\overline{x}}$ 变化得很慢，所以测量次数一般不需要很多。

大量的随机误差服从正态分布规律，但实际测量只可能是有限次，此时的随机误差不完全服从正态分布规律，而是服从所谓的 t 分布。t 分布曲线较正态分布曲线平缓，要获得与正态分布同样的置信概率，需对式(1.1.8)进行修正，即 $\sigma_{\overline{x}}$ 乘以因子 t_p：

$$t_p\sigma_{\overline{x}} = t_p\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{t_p}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum(x_i - \overline{x})^2} \tag{1.1.9}$$

因子 t_p 是与测量次数 n 及置信概率 p 有关的量，当置信概率 p 以及测量次数 n 确定后，t_p 也就确定了。表 1.1.1 列出了几个常用的 t_p 因子。

表 1.1.1　t_p 与 $n-1$ 的关系

$n-1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{0.683}$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05
$t_{0.954}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23
$t_{0.997}$	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	3.17

普物实验中，若不特别指出，一般默认 0.954 的置信概率，这时相应的置信区间可写为 $\left(-\frac{t_{0.954}}{\sqrt{n}}\sigma_x, +\frac{t_{0.954}}{\sqrt{n}}\sigma_x\right)$。一般 $5<n\leqslant 10$ 时，$\frac{t_{0.954}}{\sqrt{n}}\approx 1$，如表 1.1.2 所示。

表 1.1.2　$\frac{t_{0.954}}{\sqrt{n}}$ 与 n 的关系

n	3	4	5	6	7
$\frac{t_{0.954}}{\sqrt{n}}$	2.48	1.59	1.24	1.05	0.926

3. 粗大误差

在一定的测量条件下，由于实验者粗心大意或环境突发性干扰而造成的、超出规定条件下预期的误差称为粗大误差。一般地，可以采用"3σ 法则"来剔除粗大误差。

产生粗大误差的主要原因如下：

① 客观原因：电压突变、机械冲击、外界震动、电磁（静电）干扰、仪器故障等引起了测试仪器的测量值异常或被测物品的位置相对移动，从而产生了粗大误差。

② 主观原因：使用了有缺陷的量具，操作时疏忽大意，读数、记录、计算的错误等。另外，环境条件的反常突变因素也是产生这些误差的原因。

1.2　测量结果的评价

对测量结果的可信赖程度进行评价的时候，可以用精度的概念定性评价，也可以用不确定度来定量评价。

1.2.1　测量结果的定性评价

反映测量结果与真值接近程度的量称为精度。一般用测量精度的高低对测量结果进行定性评价。精度可分精密度、正确度、准确度。

① 精密度：表示重复测量所得各测量值的离散程度。它反映了随机误差的大小，与系统误差无关。

② 正确度：表示测量值或实验结果偏离真值的程度。它反映了系统误差的大小，与随机误差无关。

③ 准确度：它是正确度和精密度的综合，它反映了系统误差和随机误差对测量结果综合影响的大小。

如图 1.2.1 所示的打靶情况形象地描绘了三者的区别。

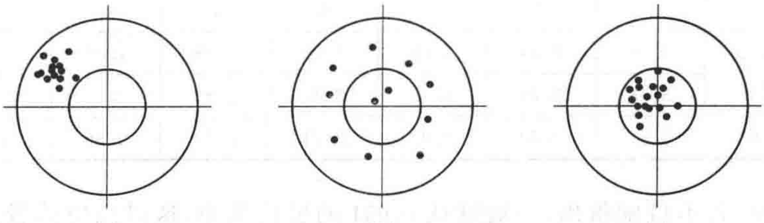

图 1.2.1　打靶情况分布图

图 1.2.1(a)属于随机误差小,系统误差大,故表示精密度高而正确度低;图 1.2.1(b)属于系统误差小,随机误差大,故表示正确度高而精密度低;图 1.2.1(c)属于系统误差和随机误差都小,故表示精密度与正确度都高,即准确度高。

正确度、精密度、准确度只是对测量结果作定性评价,要对测量结果作定量评价,就必须定量地估算测量结果的可信赖程度,即它的不确定度为多少。

1.2.2　测量结果的定量评价:不确定度

不确定度是建立在误差理论基础上的一个新概念,它表示由于测量误差的存在而对被测量量值不能确定的程度,或者说表征被测量的真值包含在某个量值范围内的一个评定。依照国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO 1993(E)》的精神,对普通物理实验中,完整的测量结果应给出被测量的量值 $x_{测}$,同时还要标出测量的不确定度 Δ,将实验结果写成 $x_{测}\pm\Delta$ 形式,这表示被测量量的真值包含在 $(x_{测}-\Delta, x_{测}+\Delta)$ 的范围以外的可能性很小。

由于误差来源很多,在修正了可以修正的系统误差后,测量结果的总不确定度从估算方法上可分为以下两类:

① A 类不确定度:多次等精度测量时,用统计方法计算的分量,用 Δ_A 表示。

② B 类不确定度:用其他非统计方法估算出的"等价标准误差"分量,用 Δ_B 表示。

上述两类不确定度采用"方、和、根"法运算合成为总不确定度 Δ:

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2} \tag{1.2.1}$$

$$相对不确定度\ E=\frac{\Delta}{x_{测}}\times 100\%$$

采用不确定度表示误差范围,改变了以往测量误差分为系统误差和随机误差的传统处理方法,它将修正系统误差后余下的全部误差划为 A、B 两类分量,且均以标准误差形式表示。

1. 直接测量的不确定度估算

(1) 多次直接测量的不确定度估算

在基础物理实验教学中,为简便计算,直接取 $\Delta_A=\sigma_x$。实际上标准偏差 σ_x 和 A 类不确定度 Δ_A 是两个不同的概念,基础物理实验中,当测量次数 $5<n\leqslant 10$ 时,取 σ_x 值当作 Δ_A 是一种最方便的简化处理方法。因为在有限次测量时,用统计方法估算的随机误差为 $t_p\cdot\sigma_x$,在量值上和 A 类不确定度基本相等,即

$$\Delta_A = t_p \cdot \sigma_{\bar{x}} = \frac{t_p}{\sqrt{n}}\sigma_x$$

而在普通物理实验中，置信概率一般取 0.954，并且对同一量作多次直接测量时，一般测量次数 n 不大于 10，只要测量次数 $n>5$，则 $\frac{t_{0.95}}{\sqrt{n}} \approx 1$（见表 1.1.2），所以

$$\Delta_A = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (5 < n \leqslant 10, p = 0.954) \tag{1.2.2}$$

B 类不确定度 Δ_B 的评定比较复杂，一般用近似的仪器误差的等价标准误差 $\sigma_{仪}$ 表征，即

$$\Delta_B = \sigma_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{c}$$

式中，$\Delta_{仪}$ 为仪器误差，c 为修正因子。根据统计规律可以证明，服从均匀分布的仪器误差的等价标准误差为：$\sigma_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}(p=0.577)$，若统一置信概率 p 取 0.954，则需修正 $\sigma_{仪} = (\frac{0.954}{0.577})\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \approx \Delta_{仪}$，所以普通物理实验中简化地把 $\Delta_{仪}$ 直接当作 Δ_B 分量，即

$$\Delta_B = \Delta_{仪}$$

最后利用式(1.2.1)合成总不确定度：

$$\Delta = \sqrt{\sigma_x^2 + (\Delta_{仪})^2} \qquad (5<n\leqslant 10, p=0.954) \tag{1.2.3}$$

式(1.2.3)中仪器误差 $\Delta_{仪}$ 在普通物理实验教学中是一种简化表示，通常取 $\Delta_{仪}$ 等于仪表、器具的示值误差限或基本误差限。许多计量仪表、器具的误差产生原因及误差分量的计算分析，大多超出了本课程的要求范围。$\Delta_{仪}$ 一般情况可由仪器说明书提供，如果无厂家提供的仪器误差，有的粗略地取仪器的分度值或分度值的一半，有的根据仪器准确度等级与量程（或测量值）的乘积得到，具体实验中，实验室根据所用实验仪器的具体情况提供 $\Delta_{仪}$。实验室常用仪器的 $\Delta_{仪}$ 取值可查阅相关资料。

多次直接测量的最终量值取算术平均值 $\bar{x}$，此时多次直接测量结果完整表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta \qquad (p=0.954)$$

其物理意义表示在 $(\bar{x}-\Delta, \bar{x}+\Delta)$ 区间内包含真值的概率为 0.954。

(2) 单次直接测量的不确定度估算

在普通物理实验中往往有以下几种情况进行单次测量：①测量结果的准确程度要求不高，可以粗略地估计不确定度，不必考虑随机误差的影响；②实验室在安排实验时早已做过分析，$\sigma_x << \sigma_{仪}$；③因条件受限制只能进行单次测量。

尽管单次直接测量的 A 类不确定度分量 Δ_A 依然存在，但此时 $\Delta_{仪}$ 比 Δ_A 大得多。按照微小误差原则，只要 $\Delta_A \leqslant \frac{1}{3}\Delta_B$（或 $\sigma_x \leqslant \frac{1}{3}\Delta_{仪}$），在计算 Δ 时就可忽略 Δ_A 对其影响。所以，对于单次测量，Δ 可简单地用仪器误差 $\Delta_{仪}$ 来表示。即

$$\Delta = \Delta_B = \Delta_{仪} \tag{1.2.4}$$

最终量值就取该次测量值，结果表示为：$x = x_{测} \pm \Delta_{仪}$

2. 间接测量的不确定度估算

在很多实验中，进行的测量都是间接测量。间接测量结果由直接测量数据依据一定的

数学公式计算出来，这样一来，直接测量结果的不确定度必然影响到间接测量结果，这就是不确定度的传递与合成问题。

设间接测量的函数式为 $N=F(x,y,z,\cdots)$，$x,y,z,\cdots$ 是直接测量结果，它们之间相互独立。它们各自的不确定度分别为 $\Delta_x,\Delta_y,\Delta_z,\cdots$，它们必然影响间接测量结果，由于不确定度都是微小的量，可用数学中的全微分公式推导得到间接测量的不确定度计算式，即

$$\Delta_N=\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2+\cdots} \tag{1.2.5}$$

或

$$\frac{\Delta_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2\Delta_x^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2\Delta_y^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2\Delta_z^2+\cdots} \tag{1.2.6}$$

和差形式的函数应用式(1.2.5)，积商形式函数应用式(1.2.6)计算方便。

间接测量结果表示为：

$$N\pm\Delta_N$$

3. 不确定度估算举例

首先说明有关测量结果及不确定度的有效数字的问题。

① 不确定度最多保留两位有效数字，当首位非零数字等于或大于 3 时取 1 位；小于 3 时取两位。取好不确定度应保留的位数以后，后面的数字采用进位法舍去。例如：计算结果得到不确定度为 $0.241\,4\times10^{-3}$ m，则应取 $\Delta=0.25\times10^{-3}$ m。

② 测量结果的有效位数由不确定度的有效位数决定，即其有效数字末位与不确定度末位要对齐。例：$\rho=6.659$ g/cm^3，$\Delta=0.03$ g/cm^3，则结果：(6.66 ± 0.03) g/cm^3。

③ 相对不确定度一般保留 1～2 位数字。

例 1 使用 0～25 mm 的一级螺旋测微计($\Delta_{仪}=0.004$ mm)，测量钢球的直径 d 共 6 次，测得的数据如下(单位：mm)：$d_i=5.244$、5.246、5.243、5.247、5.249、5.246，写出该直接测量结果的最终表达式。

解：经检查，没有异常数据。可计算出

$$\overline{d}=\frac{\sum_{i=1}^{6}d_i}{n}=5.245\,8\ \text{mm}$$

计算标准偏差为

$$\sigma_d=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(d_i-\overline{d})^2}{(n-1)}}=0.002\,2\ \text{mm}$$

A 类不确定度为

$$\Delta_A=\sigma_d=0.002\,2\ \text{mm}$$

B 类不确定度为

$$\Delta_B=\Delta_{仪}=0.004\ \text{mm}$$

测量结果不确定度为

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2}=\sqrt{0.002\,2^2+0.004^2}=0.004\,47\approx0.005\ \text{mm}$$

测量结果为

$$d=(5.246\pm0.005)\ \text{mm}$$

例 2　$N=3x+y-z$。x、y、z 是直接测量量，已知：

$$x=(0.5756\pm0.0003)\ \text{cm}$$
$$y=(75.1\pm0.4)\ \text{cm}$$
$$z=(5.368\pm0.001)\ \text{cm}$$

计算 N 的结果和不确定度。

解：
$$N=3x+y-z=3\times0.5756+75.1-5.368=71.46\ \text{cm}$$

求偏导数

$$\frac{\partial N}{\partial x}=3,\frac{\partial N}{\partial y}=1,\frac{\partial N}{\partial z}=-1$$

代入方和根合成公式(1.2.5)，则有

$$\Delta_N=\sqrt{(3\Delta_x)^2+(\Delta_y)^2+(-\Delta_z)^2}=\sqrt{(3\times0.0003)^2+(0.4)^2+(-0.001)^2}=0.4\ \text{cm}$$

因此结果为

$$N=(71.5\pm0.4)\ \text{cm}$$

例 3　已测得金属环的外径 $D_2=(3.600\pm0.004)$ cm，内径 $D_1=(2.880\pm0.004)$ cm，高度 $h=(2.575+0.004)$ cm，求环的体积 V 和不确定度 Δ_V。

解：环体积为

$$\begin{aligned}V&=\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)h\\&=\frac{\pi}{4}(3.600^2-2.880^2)\times2.575\\&=9.431\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

环体积的对数及其微分式为：

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+\ln(D_2^2-D_1^2)+\ln h$$

$$\frac{\partial\ln V}{\partial D_2}=\frac{2D_2}{D_2^2-D_1^2},\frac{\partial\ln V}{\partial D_1}=-\frac{2D_1}{D_2^2-D_1^2},\frac{\partial\ln V}{\partial h}=\frac{1}{h}$$

代入方和根合成公式(1.2.6)，则有

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_V}{V}&=\sqrt{\left(\frac{2D_2\Delta_{D_2}}{D_2^2-D_1^2}\right)^2+\left(\frac{-2D_1\Delta_{D_1}}{D_2^2-D_1^2}\right)^2+\left(\frac{\Delta_h}{h}\right)^2}\\&=\sqrt{\left(\frac{2\times3.600\times0.004}{3.600^2-2.880^2}\right)^2+\left(-\frac{2\times2.880\times0.004}{3.600^2-2.880^2}\right)^2+\left(\frac{0.004}{2.575}\right)^2}\\&=\sqrt{(38.1+24.4+2.4)\times10^{-6}}\\&=0.0081=0.81\%\end{aligned}$$

$$\Delta_V=V\cdot\frac{\Delta_V}{V}=9.431\times0.0081\approx0.08\ \text{cm}^3$$

因此环体积为

$$V=(9.43\pm0.08)\ \text{cm}^3$$

1.3 有效数字及其运算法则

1. 有效数字的基本概念

有效数字是测量和处理数据的位数法则。位数的多少可以定性地表征仪器和测量的精度高低,位数不能随意丢弃或增添。把测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。有效数字的最后一位可疑,但它还是在一定程度上反映了客观实际。

例如,用毫米分度的米尺测一物体的长度,正确的读数应是确切读出米尺上有刻线的位数后,还应该估读一位,即在毫米后还应估读一位。如图 1.3.1 所示,测出某物体长度 15.2 mm,表明"5"是确切数字,而"2"是可疑估读数字。在测量读数时,不要忘了估读位的"0",如米尺测一物体长度刚好是 15 mm 整,应记为 15.0 mm,不要写成 15 mm。

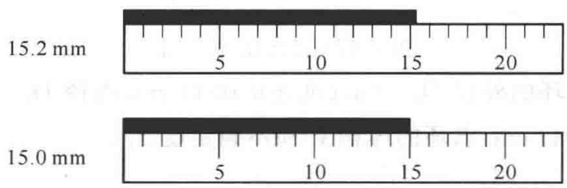

图 1.3.1 米尺测长度时有效数字的读取

2. 写有效数字时应注意的要点

(1) 有效数字位数的多少反映测量结果的准确程度。有效数字位数越多,测量的准确度越高。例如,用不同的量具测量同一物体的厚度 d 时,用米尺测量 $d=6.2$ mm,仪器误差 0.5 mm,$E=\dfrac{0.5}{6.2}=8\%$;用 50 分度游标卡尺测量 $d=6.36$ mm,仪器误差 0.02 mm,$E=\dfrac{0.02}{6.36}=0.3\%$;用螺旋测微器测量 $d=6.347$ mm,仪器误差 0.004 mm,$E=\dfrac{0.004}{6.347}=0.06\%$。

由此可见,有效数字多一位,相对误差 E 差不多要小一个数量级,因此取几位有效数字是件严肃的事情,不能任意取舍。

(2) 有效数字的位数与十进制单位的变换无关,即与小数点的位置无关。如 1.35 cm 换成以毫米为单位时为 13.5 mm,以米为单位则为 0.013 5 m。这三种表示法完全等效,均为三位有效数字。

当"0"不是用来表示小数点位置时,它与其他数字 1、2、3、…具有相等地位。1.003 5 cm 有效数字为 5 位;1.0 cm 有效数字为 2 位;1.000 cm 有效数字为四位。即数字之后的零是不能随意加上或去掉的。

(3) 对较大或较小数值,常采用科学计数法书写,即写 $\times 10^{\pm n}$(n 为正整数)形式。用这种方法计数时,通常在小数点前只写一位数字,例如地球平均半径 6 371 km,可写成 6.371×10^3 km 或 6.371×10^6 m,四位有效数字;而 0.000 062 3 m,写成 6.23×10^{-5} m,三位有效数字。显然,测量数据不能因为单位换算而改变其有效数字的位数。