中等职业学校特色教材

中职实用数学

主编　赵立军　谢聪聪

（下册）

山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

中等职业学校特色教材

中职实用数学

主编　赵立军　谢聪聪

（下册）

山东科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

中职实用数学/赵立军，谢聪聪主编．—济南：山东科学技术出版社，2015
ISBN 978-7-5331-7952-6

Ⅰ.①中… Ⅱ.①赵… ②谢… Ⅲ.①数学课—中等专业学校—教材 Ⅳ.①G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 205591 号

中职实用数学(下册)

赵立军　谢聪聪　主编

主管单位：山东出版传媒股份有限公司
出 版 者：山东科学技术出版社
地址：济南市玉函路 16 号
邮编：250002　电话：(0531)82098088
网址：www.lkj.com.cn
电子邮件：sdkj@sdpress.com.cn
发 行 者：山东科学技术出版社
地址：济南市玉函路 16 号
邮编：250002　电话：(0531)82098071
印 刷 者：山东鸿君杰文化发展有限公司
地址：山东省淄博桓台县
邮编：256401　电话：(0533)8510898

开本：787mm×1092mm　1/16
印张：14.25
版次：2015 年 9 月第 1 版　　2015 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5331-7952-6
定价：35.80 元(上、下册)

目　录

第八章　平面向量 …………………………………………… 1

8.1　向量的概念 ………………………………………… 1

8.2　向量的加法 ………………………………………… 3

8.3　向量的减法 ………………………………………… 5

8.4　向量数乘运算 ……………………………………… 6

第九章　直线与圆的方程 ………………………………… 9

9.1　点间的距离与线段中点的坐标 …………………… 9

9.1.1　点间的距离 …………………………………… 9

9.1.2　线段中点的坐标 ……………………………… 11

9.2　直线的方程 ………………………………………… 13

9.3　两条直线的位置关系 ……………………………… 17

9.4　圆的方程 …………………………………………… 20

9.5　圆的一般方程 ……………………………………… 23

第十章　圆锥曲线 ………………………………………… 25

10.1　椭圆的标准方程和几何性质 ……………………… 25

10.1.1　椭圆的标准方程 ……………………………… 25

10.1.2　椭圆的几何性质 ……………………………… 29

10.2　双曲线的标准方程和几何性质 …………………… 32

10.2.1　双曲线的标准方程 …………………………… 32

10.2.2　双曲线的几何性质 …………………………… 36

10.3　抛物线的标准方程和几何性质 …………………… 38

10.3.1　抛物线的标准方程 …………………………… 38

10.3.2　抛物线的几何性质 …………………………… 41

第十一章　集合与函数 …………………………………… 43

11.1　集合 ………………………………………………… 43

11.1.1　集合与元素 …………………………………… 43

11.1.2　集合的表示法 ………………………………… 45

11.2　集合之间的关系 …………………………………… 50

11.2.1 子集 …… 50
11.2.2 真子集 …… 51
11.2.3 集合的相等 …… 52
11.3 集合的运算 …… 54
11.3.1 交集 …… 54
11.3.2 并集 …… 56
11.3.3 补集 …… 57
11.4 函数 …… 60
11.4.1 函数的概念 …… 60
11.4.2 函数的表示方法 …… 62
11.5 函数的性质 …… 65
11.5.1 函数的单调性 …… 65
11.5.2 函数的奇偶性 …… 66
11.6 函数的实际应用举例 …… 69
11.7 一次函数 …… 71
11.7.1 一次函数的定义 …… 71
11.7.2 一次函数的图象与性质 …… 72
11.8 二次函数 …… 73
11.8.1 二次函数的定义 …… 73
11.8.2 二次函数的图象与性质 …… 75
11.9 指数函数 …… 78
第十二章 不等式与不等式组 …… 80
12.1 不等式的基本概念 …… 80
12.2 不等式的基本性质 …… 82
12.3 一元一次不等式 …… 84
12.4 一元一次不等式组 …… 85
第十三章 数列 …… 88
13.1 数列的概念 …… 88
13.2 等差数列 …… 91
13.3 等比数列 …… 94
第十四章 概率与统计初步 …… 97
14.1 计数的基本原理 …… 97
14.2 概率初步 …… 100

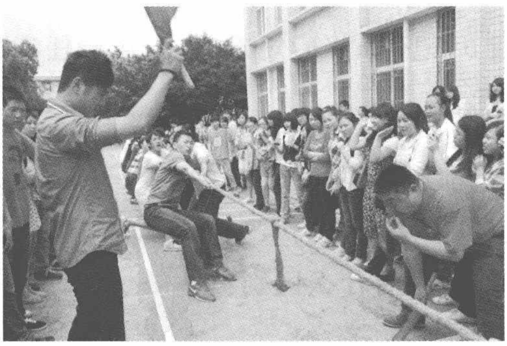
14.2.1 随机事件与样本空间 …………………………………… 100
14.2.2 古典概率 ………………………………………………… 101
14.3 随机抽样 ……………………………………………………… 103
14.3.1 简单随机抽样 …………………………………………… 104
14.3.2 系统抽样 ………………………………………………… 105
14.3.3 分层抽样 ………………………………………………… 106
14.4 用样本估计总体 ……………………………………………… 107

第八章　平面向量

8.1　向量的概念

实例

学校正在进行紧张的拔河比赛，双方势均力敌，你注意到作用在绳子上的力既有大小又有方向了吗？



新知识

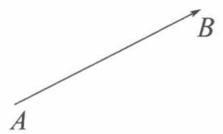
1. 向量的概念

在上面的问题中，参赛双方在绳子上分别施加了向左和向右的力，谁用的力大，中间的标志就向谁的方向移动. 这说明力不仅有大小，而且有方向.

我们把既有大小又有方向的量叫作向量，把只有大小没有方向的量（如长度、面积、体积等）叫作数量.

2. 向量的几何表示

在几何学中，通常用点表示位置，用两点之间的线段表示两点间的距离，用带箭头的直线表示方向.



规定：线段的端点 A 为始点，端点 B 为终点，这时线段 AB 具有从 A 到 B 的方向. 像这样具有方向的线段叫作有向线段.

以 A 为始点，以 B 为终点的有向线段记作$\overrightarrow{AB}$. 注意：始点一定要写在终点的前面.

对于有向线段$\overrightarrow{AB}$，线段 AB 的长度叫作有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度（或模），记作$|\overrightarrow{AB}|$.

有向线段包含三个要素：始点、方向和长度.

如果向量$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，那么有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度表示向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小，也叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 的长度（或模），记作$|\boldsymbol{a}|$.

如果两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同且长度相等，就说 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 相等，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

长度等于 0 的向量叫作零向量，记作 $\boldsymbol{0}$. 零向量的方向是不确定的.

长度等于 1 个单位的向量叫作单位向量.

如果两个向量的方向相同或相反，则称这两个向量平行. 向量平行也称为向量共线.

向量 $\boldsymbol{a}$ 平行于向量 $\boldsymbol{b}$，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 规定：零向量与任意向量平行.

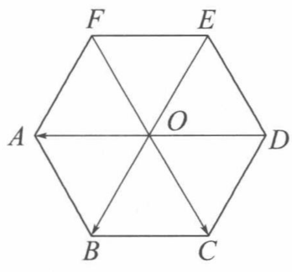
问题探究

(1)所有的单位向量都相等吗？

(2)零向量与实数零有什么区别？

(3)向量平行与直线平行有什么区别？

知识巩固



例　如图，设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，分别写出与向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$相等的向量.

解：由图可知，

$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DO}$,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO}$,

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FO}$.

练习 8.1

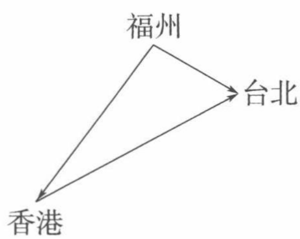
1. 向量$\overrightarrow{AB}$的长度怎样表示？向量$\overrightarrow{BA}$的长度怎样表示？这两个向量的长度相等吗？

2. 在四边形 $ABCD$ 中，如果$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则它一定是什么图形？

8.2　向量的加法

实例

如图，某人乘飞机从福州到台北，在海峡两岸未直航前，飞机首先要从福州飞到香港，然后从香港飞到台北，则这两次位移的结果与飞机直接从福州飞到台北的位移是否相同？

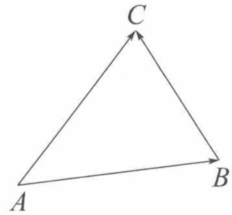


新知识

不难看出，上述问题中，飞机两次位移的结果与飞机直接从福州飞到台北的位移是相同的.

已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面上任取一点 A，作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，连接 AC，则向量$\overrightarrow{AC}$叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

向量加法的三角形法则如图所示.

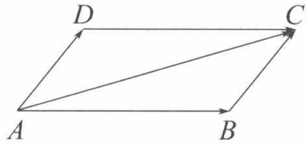


向量加法满足的运算律：

(1)交换律：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

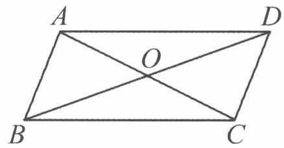
(2)结合律：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

向量加法的平行四边形法则如图所示.



知识巩固

例　如图，已知平行四边形 $ABCD$，填空：



(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$________；

(2)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=$________；

(3)$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DO}=$________.

解：根据向量加法的三角形法则或平行四边形法则求解.

(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；

(2)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$；

(3)$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{AO}$.

练习 8.2

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}$等于　　(　　)

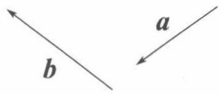
A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BC}$　　C. $\overrightarrow{CD}$　　D. $\overrightarrow{BA}$

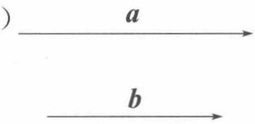
2. 求下列向量的和：

(1)$\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{ON}$；　　(2)$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}$；

(3)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$；　　(4)$\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+\overrightarrow{A_3A_4}$

3. 已知下列各组向量，求作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

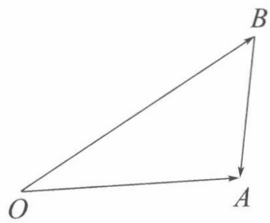
(1) 

(2) 

8.3　向量的减法

在实数的运算中，我们知道减法是加法的逆运算，下面我们类比实数的减法运算来定义向量的减法运算.

新知识



已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则由向量加法的三角形法则，得

$$\boldsymbol{b}+\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}.$$

我们把向量 $\overrightarrow{BA}$ 叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$.

这种求两个向量差的运算，叫作向量的减法.

由此可见，如果把表示两个向量的有向线段的始点放在一起，则这两个向量的差是以减向量的终点为始点、被减向量的终点为终点的向量.

与向量 $\boldsymbol{a}$ 等长且方向相反的向量叫作 $\boldsymbol{a}$ 的相反向量，记作 $-\boldsymbol{a}$. $\boldsymbol{0}$ 向量的相反向量是它本身.

显然，任意向量与其相反向量的和是零向量，即

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}.$$

在 $\boldsymbol{b}+\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}$ 的两边同时加上 $-\boldsymbol{b}$，得

$$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}),$$

即

$$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}.$$

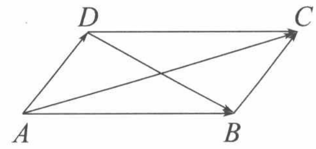
这就是说，减去一个向量等于加上这个向量的相反向量.

知识巩固

例　已知平行四边形 $ABCD$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，试用向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 分别表示向

量$\overrightarrow{AC}$和$\overrightarrow{DB}$.

解:连接 AC、DB,由向量加法的平行四边形法则,得



$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

由向量减法的定义,得

$$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}.$$

练习 8.3

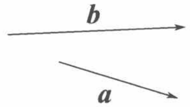
1. 求下列向量的差:

(1)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$;　　(2)$\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$;

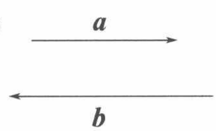
(3)$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$;　　(4)$\overrightarrow{DO}-\overrightarrow{AO}$.

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,求作向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

(1)



(2)



8.4　向量数乘运算

实例

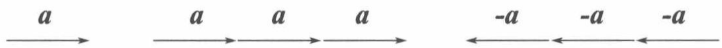
将四个质量相等的砝码悬挂在横梁 AB 上,若悬挂在 A 处的一个砝码使横梁 AB 受到向下的拉力 F 作用,则悬挂在 B 处的三个砝码使横梁 AB 受到向下的拉力($F+F+F$)作用,记作 $3F$.

新知识

如图所示,已知向量 $\boldsymbol{a}$,可以作出以下向量的和:

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$;

(2)$(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})$.



3 个 $\boldsymbol{a}$ 连加,记作 $3\boldsymbol{a}$;3 个$(-\boldsymbol{a})$连加,记作 $-3\boldsymbol{a}$. 由图象我们可以看到,3 个 $\boldsymbol{a}$ 连加仍是一个向量,它的长度等于 $3|\boldsymbol{a}|$,方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同;3 个 $-\boldsymbol{a}$ 连加仍是一个向量,它的长度等于 $3|\boldsymbol{a}|$,方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反.

由以上分析,我们给出如下定义.

定义:实数 λ 和向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积是一个向量,这种运算叫作向量的数乘,记作 $\lambda\boldsymbol{a}$. 向量 $\lambda\boldsymbol{a}$($\boldsymbol{a}\neq 0$)的长度与方向规定如下:

(1)$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$;

(2)当 $\lambda>0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同;当 $\lambda<0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反.

显然,$0\boldsymbol{a}=0$,$\lambda 0=0$.

已知 P、Q 为线段 AB 的两个三等分点,则

$$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},$$

$$\overrightarrow{BP}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}.$$

$\lambda\boldsymbol{a}$ 中的实数 λ 叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 的系数. 数乘向量的几何意义是把向量 $\boldsymbol{a}$ 沿着 $\boldsymbol{a}$ 的方向或 $\boldsymbol{a}$ 的反方向,长度放大或缩小.

设 λ、μ 为实数,则

(1)$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$;

(2)$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$;

(3)$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

知识巩固

例　计算:$2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

解:$2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

$=2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

$=(2-3)\boldsymbol{a}+(2+3)\boldsymbol{b}$

$=-\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$.

平行向量基本定理:如果向量 $\boldsymbol{b}\neq 0$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充分必要条件是存在唯一一

个实数 λ，使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$.

练习 8.4

1. 化简：

(1) $4\times(2\boldsymbol{a})$；

(2) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$；

(3) $4(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$；

(4) $\frac{1}{4}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\frac{1}{4}(5\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，D 为边 BC 的中点，求证：

(1) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$；

(2) $3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=2\overrightarrow{AD}$.

第九章　直线与圆的方程

9.1　点间的距离与线段中点的坐标

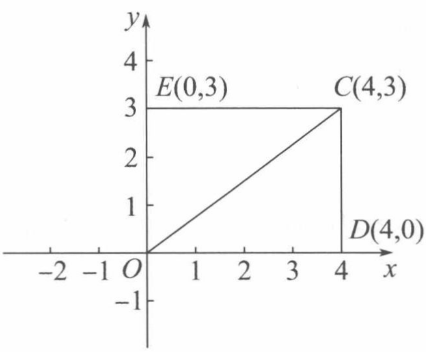
9.1.1　点间的距离

知识回顾

在初中我们学过，若数轴上 A、B 两点对应的实数分别为 x_1、x_2，则 A、B 两点间的距离 $|AB|=|x_2-x_1|$，这就是数轴上两点间的距离公式.

问题 1

如图，在平面直角坐标系中，已知点 $C(4,3)$，$D(4,0)$，$E(0,3)$，如何求 C、D，C、E，O、C 间的距离？



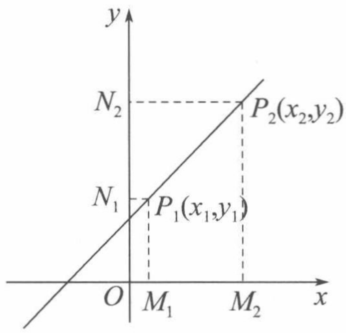
问题 2

对于平面直角坐标系中的任意两点 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，如何求 P_1、P_2 间的距离 $|P_1P_2|$.

探究新知

同学们能否用以前所学的知识解决以下问题？

如图，已知点 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，求 $|P_1P_2|$.



过 P_1、P_2 分别向 x 轴和 y 轴作垂线，垂足分别为 $M_1(x_1,0)$，$M_2(x_2,0)$，$N_1(y_1,0)$，$N_2(y_2,0)$，直线 P_1N_1 与 P_2M_2 相交于点 Q.

在 $\mathrm{Rt}\triangle P_1QP_2$ 中，

$$|P_1P_2|^2=|P_1Q|^2+|P_2Q|^2.$$

而

$$|P_1Q|^2=|M_1M_2|^2=(x_2-x_1)^2,$$

$$|P_2Q|^2=|N_1N_2|^2=(y_2-y_1)^2,$$

由此可得两点间的距离公式

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2},$$

这是平面上两点间的距离公式.

知识巩固

例　已知点 $A(-1,-1)$，$B(2,3)$，求 A、B 之间的距离.

解：由两点间的距离公式，得

$|AB|=\sqrt{(3+1)^2+(2+1)^2}=5$，

所以 A、B 之间的距离是 5.

练习 9.1.1

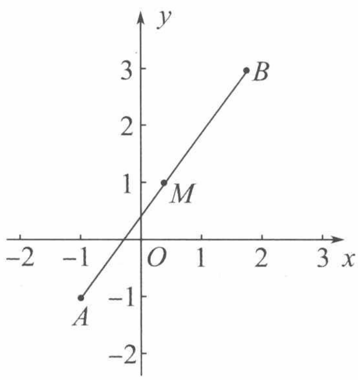
1. 已知点 $M(2,-5)$，$N(-1,4)$，求 M、N 两点间的距离.

2. 已知点 $A(-1,2)$，$B(2,1)$，在 x 轴上存在点 P，使 $|PA|=|PB|$，求 P 点的坐标.

9.1.2　线段中点的坐标

问题

如图，线段 AB 的两个端点 A、B 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，则线段 AB 的中点 M 的坐标是多少？



思考

在数轴上，若点 M 是线段 AB 的中点，端点 A、B 对应的实数分别为 x_1、x_2，则点 M 在数轴上对应的实数是多少？在平面直角坐标系中，线段的中点坐标与两个端点的坐标有什么关系？