

GEO-SPATIAL INFORMATION SCIENCE

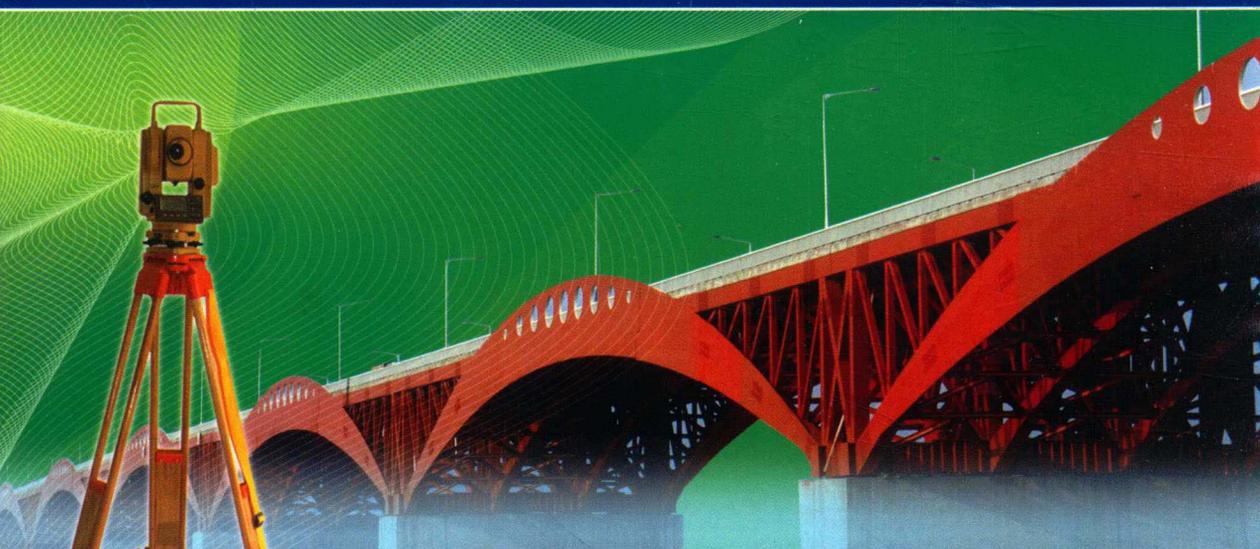
● 高等学校测绘工程系列教材

(第四版)

# 控制测量学

下册

孔祥元 郭际明 主编



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

高等学校测绘工程系列教材

---

# 控制测量学

## 下册

(第四版)

孔祥元 郭际明 主编



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

控制测量学. 下册/孔祥元,郭际明主编.—4版.—武汉:武汉大学出版社,2015.11

高等学校测绘工程系列教材

ISBN 978-7-307-17024-7

I. 控… II. ①孔… ②郭… III. 控制测量—高等学校—教材  
IV. P221

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第248654号

责任编辑:王金龙

责任校对:汪欣怡

版式设计:马佳

---

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:湖北恒泰印务有限公司

开本:787×1092 1/16 印张:22.5 字数:562千字

版次:1996年10月第1版 2002年2月第2版

2006年11月第3版 2015年11月第4版

2015年11月第4版第1次印刷

ISBN 978-7-307-17024-7

定价:42.00元

---

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

# 内 容 简 介

“控制测量学”是高等学校测绘工程专业(本科)一门主干课程,也是从事测绘工程工作者必须掌握的核心知识和技术。本书根据高等学校测绘工程专业本科生(含日校和成人教育)的培养目标和要求,同时兼顾相关专业方向的需求,详细介绍了控制测量学的基本理论、新技术和新方法。为便于教学,分上册、下册两本书出版,这是第四版。

《控制测量学》(上册)第四版,共6章。第1章绪论,主要介绍控制测量学的基本任务、体系和研究内容,地球重力场基本知识以及控制测量的现状和发展,特别介绍了全球导航卫星系统(GNSS)中GPS、GLONASS、BD(我国北斗卫星导航系统)的技术特点和发展与应用。第2章测量控制网的技术设计,主要介绍国家及工程水平测量控制网建立的基本原理,水平测量控制网的质量要求与标准,控制网的优化设计与注意事项以及技术设计书的编制。第3、4、5、6章是控制测量的另一重点内容——基本测量技术与方法。分别详细介绍精密测角、精密测距、精密测高和精密GPS定位的常用的新仪器(包括电子经纬仪、电磁波测距仪、电子水准仪及GPS接收机)的测量原理、结构特点和使用方法及注意事项,外业测量误差来源及减弱的措施,测量的基本操作原则和规范实施,外业测量成果的检查、验收与提供。

《控制测量学》(下册)第四版,共7章。其中第7、8、9(接上册章序)3章主要介绍地球椭球及其数学投影变换的原理、方法及应用。其中,第7章主要介绍地球椭球的数学性质、测量元素向地球椭球面上归算及在地球椭球面上的测量计算。第8章地球椭球的数学投影变换,重点是高斯投影的原理,坐标投影正、反算计算公式以及方向、距离的归算,同时还介绍了通用横轴墨卡托(UTM)、兰勃脱投影、工程测量投影面和投影带的选择等必要知识。第9章测量成果的检查与概算。第10章常用大地坐标系及坐标变换,重点介绍坐标系建立的原理和方法,参心坐标系(1954北京坐标系、1980西安坐标系等),地心坐标系(WGS84、ITRS及ITRF、CGCS2000——我国2000国家大地坐标系),坐标系间的坐标变换原理、方法与注意事项。本书最后一部分重点内容测量控制网的平差计算与数据管理,包括以下3章:第11章测量控制网条件平差(根据需要可选讲),第12章测量控制网间接平差,第13章测量控制网的近代平差及数据管理,重点介绍工程控制网的相关分解平差,大地网综合数据在三维空间坐标系中平差及在二维平面坐标系平差,工程测量控制网数据库系统设计的概念等。本书有关章节附有详细算例和程序说明,供读者学以致用。

本书是高等学校测绘工程专业本科(含日校和成人教育)教材,也可作为其他测绘专业师生、科研和生产技术人员的参考书。

## 第四版前言

《控制测量学》(上册)、(下册)第四版在保持第三版原书框架结构、知识体系及基本内容基本不变的基础上,结合现代控制测量科学技术最新发展和教学改革的需要,增加和补充了必要的新内容,增补的主要内容有:

(1)全球导航卫星系统(GNSS)核心供应商 GPS、GLONASS、BD(我国北斗卫星导航系统)的技术特点、发展与应用;

(2)新一代国家测绘基准:国家卫星定位连续运行基准站网、国家卫星大地控制网、国家高程控制网、重力基准点、国家测绘基准管理服务系统等建设工程的内容和特点;

(3)2000 国家大地坐标系(CGCS)定义、基本参数及实现与推广使用;

(4)不同坐标系控制点坐标转换模型:三维转换模式(包括不同空间直角坐标系间的转换(布尔沙模型)和不同大地坐标系间转换)、二维转换模式(包括二维四参数转换模型和二维七参数转换模型)、转换模型的选取、转换方法及注意事项。

此外,本版书还对第三版书中个别地方进行了调整、删除了过时不用的内容,并对全书的文字、图表、公式等进行了订正。

本书第四版体系更完整、内容更全面先进、重点更突出。在武汉大学测绘学院测绘工程专业本科教学中多次使用,深受广大师生的欢迎和好评。编者认为,《控制测量学》(上册)、(下册)第四版可以更好地满足当代测绘工程专业本科(含日校和成人教育)教学的需要。

《控制测量学》(上册)、(下册)第四版的增补和修订工作由孔祥元教授和郭际明教授完成。由于水平有限,书中难免有不足之处,欢迎读者批评指正。

编者

2014年5月

# 第三版前言

进入 21 世纪以来,由于空间技术、计算机技术、通信技术以及地理信息技术等相关科学技术和我国各项建设事业的快速发展,测绘科学的理论基础、工程技术体系、研究领域以及科学目标和服务对象等都发生着深刻的变化。作为测绘科学的重要组成部分,《控制测量学》对这些变化显得尤为突出和鲜明:

空间测量技术特别是人造地球卫星定位与导航技术给控制测量提供了全新的现代测量手段,促进控制测量更加生机勃勃的发展;

工程控制网优化设计理论和应用得到长足发展,测量数据处理和分析理论取得许多新成果;

信息时代的控制测量仪器和测量系统已形成数字化、智能化和集成化的新的发展态势,空间测量和地面测量仪器和测量系统出现互补共荣的新的发展格局;

电子计算机促进控制测量工作及工程信息管理等工作向着自动化、网络化、标准化和规范化方向发展,适应不同工程控制测量信息管理的信息系统正在逐步走向成熟,等等。

毫无疑问,控制测量必将在国民经济建设和社会发展中,在防灾、减灾、救灾及环境监测、评价及保护中,在发展空间技术及国防建设中,以及在地球科学及相关科学的研究等广大领域中,有着重要的地位和作用,有着广阔的发展空间和服务领域。控制测量学的发展已进入了新时期。

与此同时,随着全国高等教育的改革和发展,我国在高等学校设置了测绘工程本科专业,这是由传统测绘中的几个分支学科专业综合而成的,体现了这种多学科之间的交叉、渗透和融合。鉴于测绘科学和测绘教育这种新的发展形势,在全国高等学校测绘学科教学指导委员会和武汉大学测绘学院的指导和大力支持下,我们本着宽口径、厚基础和培养复合型人才的发展战略和教改精神,重新调整、组织和安排了《控制测量学》的教学计划。经过几年的摸索和实践,我们对《控制测量学》课程教学积累了一定的教学经验,因此,在控制测量学下册第二版的基础上,特为测绘工程本科专业新编写了本书第三版。

《控制测量学》下册第三版共 7 章。按照内容的相关性把它划分为相对独立的三个部分,即地球椭球及其数学投影变换的原理与应用,常用大地控制测量坐标系和测量控制网平差计算与数据管理。其中,地球椭球及其数学投影变换的原理与应用部分包括第 7、8、9(接上册章序)三章:第 7 章椭球面上的测量计算,主要讲椭球几何数学性质,大地线,地面观测元素归算至椭球面,大地主题解算即高斯平均引数法、白塞尔法和微分方程的数值解法,本章增加一些必要内容,理论阐述更简明,公式推导更详细,结论公式均适宜计算机编程,且都有计算实例;第 8 章椭球面元素归算至高斯平面—高斯投影,主要讲地图数学投影变换的基本概念(这是新扩展的内容),高斯投影坐标正反算公式及算例,平面子午线收敛角公式,方向改化公式,距离改化公式,高斯投影的邻带坐标换算,通用横轴墨卡托投影(UTM)和高斯投影族的概念,兰勃脱投影概述,工程测量投影面与投影带选择的概念;第 9 章控制测量概算,用实例说明以上

理论的应用。作为本书的另一部分重要内容是第 10 章常用大地测量坐标系及其变换,主要讲地球的运动,参考系的定义和类型,地心坐标系(WGS-84 世界大地坐标系,国际地球参考系统(ITRS)与国际地球参考框架(ITRF)),参心坐标系(我国的参心坐标系)及坐标系间的换算,这是依据工程控制测量的特点和理论结合实际的原则重新编写的一章,给出关于常用大地测量坐标系及其变换方面简明而又完整的基础理论知识。本书最后一部分是测量控制网平差计算及数据管理,包括以下 3 章:第 11 章工程控制网条件平差,第 12 章工程控制网间接平差,第 13 章测量控制网近代平差与数据管理,在这一章中详细介绍工程控制网相关分解平差(条件分解解法、间接分解解法和序贯平差),大地控制测量数据处理的数学模型(GPS 基线向量网在地心空间直角坐标系中平差的数学模型、GPS 观测值与地面观测值在参心空间坐标系中平差的数学模型、GPS 观测值与地面观测值在二维坐标系中平差的数学模型),最后以例介绍了工程控制网数据库系统设计概念。各章内容均有算例及相应的程序,学以致用。

由此可见,第三版总的保持了第二版的框架结构,对具体章节的编排和内容则作了较大的改动:增加或删除了一些章节,对有些章节给予合并、分开、顺序调整,个别章节则作了重新安排,绝大多数章节的内容作了必要的增补、删减或重写,从而使该书体系更完整,内容更全面,重点更突出,理论更结合实际,充分反映了本课程的全貌和最新发展成果。修订本曾在武汉大学测绘学院和许多兄弟院校测绘工程专业本科教学中使用,深受学生和老师们们的欢迎。编者认为,《控制测量学》下册第三版可以更好地满足当代测绘工程专业本科教学的需要。

本书第三版由孔祥元和郭际明主编,参加编写的还有刘宗泉、邹进贵、丁士俊、孔令华、徐忠阳和范士杰。

受编者水平所限,书中难免有不足之处,欢迎读者批评指正。

编 者

2006 年 6 月

## 第二版前言

自《控制测量学(下册)》第一版(1996年)出版以来,测绘学科特别是大地、控制测量学领域的测绘科学技术有了很大的发展和进步。同时,随着全国高等教育的改革与发展,高等测绘工程专业本科教育也出现了一些新变化,为适应测绘学科建设与测绘高等教育发展的这种新情况,特对本书第一版的某些内容作了修订。

《控制测量学(下册)》第二版主要是对第一版中的有关内容进行了增补。增加的主要内容有:(1)地心纬度及归化纬度坐标系,主曲率半径的计算,子午线弧长与大地纬度的互算;(2)大地主题算法述评,白塞尔大地主题算法,高斯投影簇以及兰勃脱投影;(3)三维、二维及一维大地坐标系的换算等。此外,对原书理论推导不够详细的地方,也作了必要的补充和修正。上述内容简明扼要,适宜计算机编程,学以致用。

本书第二版内容曾经在武汉大学测绘学院(包括原武汉测绘科技大学)测绘工程专业本科日校及函授教学中使用。编者认为,《控制测量学》(下册)第二版,可以更好地满足当前测绘工程专业本科教学的需要。

本书第二版增补的内容由孔祥元教授在征求原书有关编者意见的基础上编写而成。

编者

2002年1月

# 前 言

控制测量学是高等学校测绘工程专业的一门主干课程,在专业课程设置中具有重要地位和作用。十几年来,在学校大力支持下,我们在控制测量学教学和课程建设等方面做了一定的改革工作,在总结日校和成人教育多年教学经验和科研成果的基础上,根据现行教学大纲,特为测绘工程专业本科学生新编了这套《控制测量学》上册及下册教材。

《控制测量学》下册内容主要讲述测量控制网计算的理论和方法。近年来,由于电子计算机在测量计算中的普及与应用,测量平差理论迅速发展及我国新大地坐标系建立等新成就,促使《控制测量学》下册内容发生了很大变化。首先,在地球椭球、高斯投影及平差计算等章节的理论和公式推导中尽量简化,并舍去那些不必要的级数展开及手算表格,使其适宜电算程序的编写和应用;在阐述经典平差方法的基础上,概述了近代平差的理论及其在工程测量中的应用,其中包括控制网逐次分解平差, GPS 网与地面网联合平差以及控制测量数据管理系统等内容;此外,还简介了参考椭球定位, 1980 年国家大地坐标系,坐标变换及工程测量中投影带和投影面选择等概念。力求在加强基础理论和方法的基础上,理论联系实际,反映近代控制测量新发展。

本书由孔祥元和梅是义主编,参加编写工作的有:张琰、岑虹、姚优华、郭际明等。

本书承邢永昌教授、刘近伯副教授初审,朱鸿禧教授复审,并经测绘教材评委会审定通过,作为全国普通高等教育测绘类规划教材。在审定过程中提出了许多宝贵的意见和建议,在此谨致衷心的感谢。由于编者水平有限,对书中可能存在的不足和错误之处,敬请读者批评指正。

编 者

1996 年 5 月

# 目 录

## 第 3 部分 地球椭球及其数学投影变换的原理与应用

第 7 章 椭球面上的测量计算	3
7.1 地球椭球的基本几何参数及其相互关系	3
7.1.1 地球椭球的基本几何参数	3
7.1.2 地球椭球参数间的相互关系	4
7.2 椭球面上的常用坐标系及其相互关系	5
7.2.1 各种坐标系的建立	5
7.2.2 坐标系间的关系	7
7.2.3 站心地平坐标系	11
7.3 椭球面上的几种曲率半径	12
7.3.1 子午圈曲率半径	12
7.3.2 卯酉圈曲率半径	13
7.3.3 主曲率半径的计算	15
7.3.4 任意法截弧的曲率半径	16
7.3.5 平均曲率半径	17
7.3.6 $M, N, R$ 的关系	18
7.4 椭球面上的弧长计算	19
7.4.1 子午线弧长计算公式	19
7.4.2 由子午线弧长求大地纬度	23
7.4.3 平行圈弧长公式	23
7.4.4 子午线弧长和平行圈弧长变化的比较	24
7.4.5 椭球面梯形图幅面积的计算	25
7.5 大地线	26
7.5.1 相对法截线	26
7.5.2 大地线的定义和性质	27
7.5.3 大地线的微分方程和克莱劳方程	28
7.6 将地面观测值归算至椭球面	29
7.6.1 将地面观测的水平方向归算至椭球面	29
7.6.2 将地面观测的长度归算至椭球面	31

7.7 大地测量主题解算概述	34
7.7.1 大地主题解算的一般说明	34
7.7.2 勒让德级数式	36
7.7.3 高斯平均引数正算公式	38
7.7.4 高斯平均引数反算公式	41
7.7.5 白塞尔大地主题解算方法	43
7.7.6 用大地线微分方程的数值积分方法来解算大地主题问题	58
<b>第8章 椭球面元素归算至高斯平面——高斯投影</b>	<b>62</b>
8.1 地图数学投影变换的基本概念	62
8.1.1 地图数学投影变换的意义和投影方程	62
8.1.2 地图投影的变形	63
8.1.3 地图投影的分类	66
8.2 高斯投影概述	67
8.2.1 控制测量对地图投影的要求	67
8.2.2 高斯投影的基本概念	68
8.2.3 椭球面三角系化算到高斯投影面	70
8.3 正形投影的一般条件	72
8.4 高斯投影坐标正反算公式	76
8.4.1 高斯投影坐标正算公式	76
8.4.2 高斯投影坐标反算公式	79
8.4.3 高斯投影正反算公式的几何解释	81
8.5 高斯投影坐标计算的实用公式及算例	82
8.5.1 适用于查表的高斯坐标计算的实用公式及算例	83
8.5.2 适用于电算的高斯坐标计算的实用公式及算例	85
8.6 平面子午线收敛角公式	92
8.6.1 平面子午线收敛角的定义	92
8.6.2 公式推导	92
8.6.3 实用公式及算例	94
8.7 方向改化公式	95
8.7.1 方向改化近似公式的推导	95
8.7.2 方向改化较精密公式的推导	97
8.7.3 实用公式及算例	99
8.8 距离改化公式	101
8.8.1 $s$ 与 $D$ 的关系	101
8.8.2 长度比和长度变形	102
8.8.3 距离改化公式	104
8.8.4 距离改化的实用公式及算例	105

8.9	高斯投影的邻带坐标换算	106
8.9.1	应用高斯投影正、反算公式间接进行换带计算	107
8.9.2	应用换带表直接进行换带计算	110
8.10	通用横轴墨卡托投影及高斯-克吕格投影族概念	118
8.10.1	通用横轴墨卡托投影概念	118
8.10.2	高斯投影族的概念	120
8.11	兰勃脱投影概述	123
8.11.1	兰勃脱投影基本概念	123
8.11.2	兰勃脱投影坐标正、反算公式	124
8.11.3	兰勃脱投影长度比、投影带划分及应用	129
8.12	工程测量投影面与投影带选择的的概念	131
8.12.1	工程测量中投影面和投影带选择的基本出发点	131
8.12.2	工程测量中几种可能采用的直角坐标系	132
<b>第9章</b>	<b>控制测量概算</b>	<b>135</b>
9.1	概算的准备工作	135
9.1.1	外业成果资料的检查	135
9.1.2	已知数据表和控制网略图的编制	136
9.2	观测成果化至标石中心的计算	136
9.2.1	三角形近似边长及球面角超的计算	136
9.2.2	观测值化至标石中心的计算	137
9.3	观测值化至椭球面上的计算	139
9.3.1	预备计算	139
9.3.2	观测值化至椭球面上的计算	141
9.4	椭球面上的观测值化至高斯平面上的计算	142
9.4.1	方向改化的计算	142
9.4.2	距离改化计算	143
9.4.3	大地方位角化算为坐标方位角的计算	143
9.5	依控制网几何条件检查观测质量	143
9.5.1	依控制网几何条件检查观测质量的主要内容	144
9.5.2	依几何条件查寻闭合差超限的测站	144
9.6	资用坐标计算	145
9.7	三角网概算算例	146
9.7.1	已知数据表和控制网略图的编制	146
9.7.2	观测成果化至标石中心的计算	148
9.7.3	将观测成果归化至椭球面上的计算	149
9.7.4	将椭球面上的观测成果化算到高斯平面上的计算	153
9.7.5	资用坐标计算	156

## 第 4 部分 常用大地控制测量坐标系及其变换

第 10 章 常用大地测量坐标系及其变换 .....	159
10.1 地球的运转 .....	159
10.1.1 地球绕太阳公转 .....	159
10.1.2 地球的自转 .....	160
10.2 参考系的定义和类型 .....	162
10.2.1 基本概念 .....	162
10.2.2 大地测量参考系统及大地测量参考框架 .....	163
10.2.3 椭球定位和定向 .....	166
10.3 地心坐标系 .....	166
10.3.1 地心坐标系的建立方法 .....	167
10.3.2 WGS-84 世界大地坐标系 .....	167
10.3.3 国际地球参考系统与国际地球参考框架 .....	168
10.3.4 2000 国家大地坐标系 .....	170
10.4 参心坐标系 .....	172
10.4.1 参心坐标系的建立 .....	172
10.4.2 我国的参心坐标系 .....	174
10.5 坐标系间的换算 .....	178
10.5.1 协议天球坐标系和协议地球坐标系之间的换算 .....	178
10.5.2 不同空间直角坐标系的换算 .....	180
10.5.3 不同大地坐标系间的换算 .....	184
10.5.4 站心坐标系及相应的坐标换算 .....	188

## 第 5 部分 测量控制网平差计算与数据管理

第 11 章 工程控制网条件平差 .....	195
11.1 三角网的条件及条件方程式 .....	195
11.1.1 三角网中的角度条件 .....	195
11.1.2 三角网中的正弦条件 .....	197
11.1.3 三角网中条件数目的确定和条件式之间相互替代 .....	203
11.1.4 条件方程式闭合差的限值 .....	206
11.2 测边网的条件及条件方程式 .....	207
11.2.1 测边网条件类型 .....	207
11.2.2 按角度闭合法组成测边网条件式 .....	208
11.2.3 用面积闭合法组成测边网图形条件式 .....	213

11.2.4	测边网中独立条件式数目的确定	215
11.3	边角网的条件及条件方程式	215
11.3.1	导线网的条件和条件方程式	216
11.3.2	边角连续网的条件及条件方程式	218
11.3.3	三角-导线混合网条件平差说明	222
11.4	工程水平控制网条件平差算例	224
11.4.1	非独立三角网按平均分配法则的条件平差	224
11.4.2	独立测边网按角度闭合法组成条件方程式的条件平差	234
<b>第 12 章</b>	<b>工程控制网间接平差</b>	<b>242</b>
12.1	三角网坐标平差	242
12.1.1	方向误差方程式的建立和组成	242
12.1.2	误差方程式的改化——史赖伯法则	245
12.1.3	三角网坐标平差的精度评定	247
12.2	测边网与边角网间接平差	249
12.2.1	边长误差方程式	249
12.2.2	角度误差方程式	251
12.2.3	边角网误差方程式	252
12.2.4	边角网坐标平差的精度评定	254
12.3	观测值权的确定和方差估计	255
12.3.1	权的种类及定权公式	255
12.3.2	不同类观测值的方差估计	257
12.3.3	方差估值的假设检验	259
12.4	三角网方向坐标平差算例	260
12.5	测边网间接平差教学程序及算例	268
12.5.1	程序功能	269
12.5.2	变量说明	269
12.5.3	数据准备	270
12.5.4	程序运行与成果输出	270
12.5.5	主要算法和数据结构	270
12.5.6	程序框图	273
12.5.7	测边网电算平差算例	275
12.6	边角网间接平差程序及算例	278
12.6.1	程序功能	278
12.6.2	数据准备	278
12.6.3	变量说明	279
12.6.4	输入输出文件说明	280
12.6.5	主要算法和数据结构	280

12.6.6	程序框图 .....	282
12.6.7	边角网平差算例 .....	285
<b>第 13 章</b>	<b>测量控制网近代平差与数据管理 .....</b>	<b>292</b>
13.1	近代测量平差发展概况 .....	292
13.1.1	经典测量平差的发展和研究的重点 .....	292
13.1.2	近代测量平差的发展和重点内容 .....	292
13.2	带有未知数的条件方程式 .....	294
13.2.1	线形网中带有未知数的坐标条件方程式 .....	295
13.2.2	导线网中带有未知数的条件方程式 .....	298
13.3	带有条件的间接平差 .....	300
13.4	工程控制网相关分解平差 .....	301
13.4.1	条件分解解法 .....	302
13.4.2	间接分解解法 .....	307
13.4.3	序贯平差解法 .....	310
13.5	大地控制测量数据处理的数学模型 .....	314
13.5.1	GPS 基线向量网在地心空间直角坐标系中平差的数学模型 .....	314
13.5.2	GPS 观测值与地面观测值在参心空间坐标系中平差的数学模型 .....	316
13.5.3	GPS 观测值与地面观测值在二维坐标系中平差的数学模型 .....	324
13.6	工程控制网数据库系统设计概念 .....	333
13.6.1	分析阶段 .....	333
13.6.2	设计阶段 .....	333
13.6.3	编写与测试 .....	335
13.6.4	运行与维护 .....	335
13.6.5	控制网数据库实例 .....	335
	<b>主要参考文献 .....</b>	<b>338</b>

## 第 3 部分 地球椭球及其数学投影变换的 原理与应用

---

