


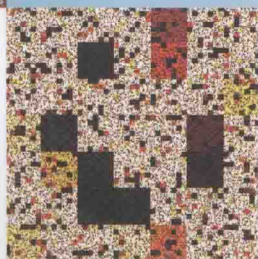
Fractal Theory  
in Porous Media and  
Its Applications



# 多孔介质 分形理论与应用



蔡建超 胡祥云 编著



 科学出版社

# 多孔介质分形理论与应用

蔡建超 胡祥云 编著

科学出版社

北京

## 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

### 内 容 简 介

本书系统介绍了表征多孔介质的分形理论及其在多孔介质中应用的最新研究成果,从多孔介质基本分形模型、多孔介质分形参数和多孔介质输运特性的分形分析三个方面系统论述多孔介质的分形理论与应用。其中第一部分(第2章)详细归纳了质量分形模型、孔隙-固体分形模型、分形毛细管束模型及混合分形单元模型等用于表征多孔介质的基本分形模型及其特性;第二部分(第3章至第5章)系统分析了多孔介质的分形维数、进相和缺项特性的预测理论和方法;第三部分(第6章至第9章)具体阐述了分形理论在多孔介质的迂曲度、渗透率、毛细流动以及土壤的水分特征曲线等传输特性研究中的应用。

本书可作为石油工程、地球物理学、地质学、环境科学、水资源、土壤科学、化学科学、物理学、生物学、材料科学等领域的科研人员及大专院校师生的教学和参考用书。

#### 图书在版编目(CIP)数据

多孔介质分形理论与应用/蔡建超,胡祥云编著. —北京:科学出版社,2015.12  
ISBN 978-7-03-046923-6

I. ①多… II. ①蔡… ②胡… III. ①多孔介质-分形理论 IV. ①O357.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第309512号

责任编辑:张颖兵 杨光华/责任校对:肖 婷  
责任印制:彭 超/封面设计:苏 波

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉中远印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

开本:787×1092 1/16

2015年12月第 一 版 印张:13 彩插:5

2015年12月第一次印刷 字数:329 000

定价:68.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前 言

多孔介质广泛存在于自然界、工程材料、动植物体内(人为通过物理化学作用制造的材料也属于多孔介质),它是一类由固体骨架和一定程度连通性的孔隙(裂缝)组成的材料的统称。以多孔介质为研究对象的早期研究可以追溯到 19 世纪 50 年代, H. Darcy 从实验观测得到了流体通过多孔介质时的流动规律, 这一规律后来被人们称为达西定律。此后, 有关多孔介质表征及输运特性的研究在众多领域受到广泛关注, 特别是 J. Bear 在 1972 年出版的《多孔介质流体动力学》一书系统地总结了 20 世纪 70 年代以前关于多孔介质流体动力学领域的理论和方法等研究成果, 对此后多孔介质输运特性的研究产生了深远影响。随后, 以多孔介质为主题的期刊“Transport in Porous Media”(1986 年创刊)和“Journal of Porous Media”(1998 年创刊)陆续出现并逐渐丰富了“多孔介质理论和方法”的研究内容和应用领域。至 2008 年非营利性独立的国际学术组织“国际多孔介质学会”(简称 InterPore)的成立充分反映了多孔介质研究在国际学术界的重要地位。

由于多孔介质具有十分复杂的微观结构特征, 使得有关多孔介质表征及传输特性的研究一直是自然科学和工程应用领域工作者孜孜探索的难题。以分形之父 B. B. Mandelbrot 的专著《大自然的分形几何学》为标志, 创立于 20 世纪 70 年代的分形几何学, 为复杂系统或自然现象本质的描述提供了十分简单的方法, 跳出了传统维度空间的藩篱, 用分数维度的视角和数学方法描述和研究自然界, 对许多复杂科学问题的研究起到了重要的推动作用。特

别是近年来以分形为主题的专著、国际期刊、国际会议、国际期刊上的专刊(专辑),极大地丰富了分形几何学的应用领域,并推动了分形几何学的发展。

分形几何学作为一种有效的方法也赋予了多孔介质表征研究新的活力。以分形几何学为手段研究多孔介质特性受到地质学、地球物理学、石油工程等地球科学领域的广泛关注,并取得了良好成果。特别是最近由郁伯铭教授等出版的专著《分形多孔介质输运物理》总结了他们建立的有关多孔介质分形理论和方法及其若干应用领域的输运物理研究成果,进一步展现了分形是一种有效的多孔介质输运特性的分析工具。作为该书的姊妹篇,本书从不同视角系统介绍多孔介质的基本分形理论,以及国际上应用分形理论研究多孔介质传输特性的最新研究成果。

本书共包含 9 章,可以分为三部分,第一部分主要介绍用于表征和描述多孔介质的基本分形模型的基本特性(第 2 章),包括质量分形模型、孔隙-固体分形模型、分形毛细管束模型以及混合分形单元模型,它们是以分形为手段研究多孔介质的基础;第二部分为描述多孔介质的基本参数,即分形维数、进相和缺项分析(第 3 章至第 5 章),它们是用于研究多孔介质的基础分形模型的细化和深入;第三部分是关于分形理论在多孔介质中的应用(第 6 章至第 9 章),主要包括迂曲度、渗透率、毛细流动以及土壤的水分特征曲线等多孔介质传输特性的分形研究,它是分形理论在多孔介质中的应用实例,这为多孔介质研究者提供了一种采用分形理论与技术研究其传热、传质及导电等特性的基础和借鉴方法。

本书由蔡建超和胡祥云共同完成。相关研究工作得到了中国地质调查局工作项目(12120113101800)、国家自然科学基金(41102080、41572116)和湖北省自然科学基金(2015CFA019)等项目的支持。全书的撰写过程中,华中科技大学郁伯铭教授、西南石油大学张烈辉教授、上海交通大学徐永福教授以及清华大学王沫然教授对本书提出了宝贵建议,中国石油大学(北京)曾溅辉教授提供了碳酸盐岩和致密砂岩微 CT 扫描图像。衷心感谢他们,正是他们的无私帮助才使得本书在内容和系统上更加完善。课题组研究生韦伟、覃章汉和林端琳等在内容翻译、插图制作及文字校样等方面做了大量的协助工作。本书参考了国内外众多学者的研究成果,借此机会我们一并表示感谢。

本书封面图片由田纳西大学 Edmund Perfect 教授和 Ankur Roy 博士提供,特此感谢!

本书的顺利出版,离不开科学出版社的大力支持,在此表示衷心感谢!

由于作者水平有限,书中欠妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

蔡建超 胡祥云

2015 年 12 月

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 分形几何学的提出 .....	1
1.2 分形发展史上的重要事件 .....	2
1.3 分形的应用领域 .....	5
1.4 分形理论在多孔介质中的应用 .....	7
参考文献 .....	10
第 2 章 分形多孔介质模型 .....	15
2.1 分形模型的基本构造及一般性质 .....	15
2.2 孔隙质量分形模型 .....	17
2.3 固体质量分形模型 .....	18
2.3.1 Sierpinski 地毯固体质量分形的孔隙度 .....	18
2.3.2 Sierpinski 地毯固体质量分形的周长 .....	20
2.3.3 Menger 海绵固体质量分形的体孔隙度 .....	20
2.3.4 Menger 海绵固体质量分形的比表面积 .....	22
2.3.5 多孔介质分形特性的统一表达式 .....	24
2.4 孔隙-固体分形模型 .....	25
2.4.1 模型定义 .....	25
2.4.2 元素个数 .....	26
2.4.3 孔隙度 .....	26
2.4.4 孔隙和固体的累积数目-尺寸分布 .....	26
2.4.5 孔隙-固体界面 .....	27
2.4.6 孔隙和固体的质量 .....	29
2.5 孔隙-固体分形模型与传统质量分形模型的对比 .....	30

2.6	分形毛细管束模型 .....	33
2.7	混合分形单元模型 .....	34
	参考文献 .....	37
<b>第3章</b>	<b>多孔介质的分形维数 .....</b>	<b>41</b>
3.1	质量分形维数 .....	41
3.1.1	利用理论模型计算分形维数 .....	41
3.1.2	利用水分特征曲线预测分形维数 .....	45
3.1.3	利用自发渗吸预测分形维数 .....	48
3.2	表面分形维数 .....	49
3.3	迂曲度分形维数 .....	50
3.3.1	迂曲度分形维数的理论模型 .....	50
3.3.2	电迂曲度研究现状概述 .....	53
3.3.3	随机行走分形维数 .....	54
3.3.4	电迂曲度分形维数的预测 .....	55
3.3.5	分形维数之间的关系 .....	60
3.4	计盒法的改进 .....	63
3.4.1	计盒法存在的问题 .....	63
3.4.2	解析计盒法 .....	65
3.4.3	改进计盒法 .....	66
3.4.4	改进计盒法的应用 .....	67
3.5	不同空间分形维数之间的关系 .....	68
	参考文献 .....	70
<b>第4章</b>	<b>多孔介质的进相 .....</b>	<b>75</b>
4.1	进相的概念 .....	75
4.2	进相的测量方法 .....	78
4.2.1	方法概述 .....	80
4.2.2	计算覆盖百分比的方法 .....	81
4.2.3	二维图像进相的计算 .....	81
4.2.4	三维图像进相的计算 .....	82
4.3	不规则图像进相的应用实例 .....	84
4.3.1	城市社会层次图像的进相 .....	84
4.3.2	医学图像的进相 .....	86
4.3.3	合成材料的进相 .....	87
	参考文献 .....	88

<b>第 5 章 多孔介质的缺项</b> .....	90
5.1 随机和精确自相似分形的缺项特性 .....	91
5.1.1 缺项的计算方法 .....	91
5.1.2 广义 Cantor 集的缺项 .....	92
5.1.3 二维图像的缺项 .....	93
5.2 多重分形和天然灰度图像的缺项 .....	94
5.2.1 多重分形图像的缺项理论 .....	95
5.2.2 多重分形图像的缺项测量 .....	97
5.2.3 天然灰度图像的缺项分析 .....	99
5.3 裂缝网络的缺项分析 .....	100
5.3.1 裂缝网络缺项的量化 .....	101
5.3.2 裂缝集群的尺度问题 .....	102
参考文献 .....	104
<b>第 6 章 多孔介质的迂曲度</b> .....	106
6.1 传统迂曲度模型 .....	107
6.2 分形多孔介质迂曲度的理论模型 .....	109
6.3 分形多孔介质迂曲度的数值分析 .....	115
6.4 天然岩石的分形维数及流动迂曲度 .....	120
6.5 迂曲度与孔隙度的分形标度关系 .....	123
参考文献 .....	125
<b>第 7 章 分形渗透率模型</b> .....	129
7.1 纤维多孔介质的分形渗透率模型 .....	129
7.1.1 传统渗透率模型 .....	129
7.1.2 分形毛细管束渗透率模型 .....	130
7.1.3 分形渗透率模型参数分析及展望 .....	133
7.2 Kozeny-Carman 渗透率方程的分形改进 .....	135
7.3 三参数广义分形渗透率模型 .....	139
7.3.1 广义分形渗透率模型的建立 .....	139
7.3.2 渗透率模型的一致性分析 .....	140
7.3.3 模型有效性的实验验证 .....	142
7.4 质量分形多孔介质的渗透率模型 .....	143
7.5 基于混合分形单元模型的渗透率模型 .....	146
7.6 基于 BMP 模型的分形有效渗透率模型 .....	148
7.7 裂缝网络的分形特征 .....	150



7.8	裂缝网络的分形渗透率模型 .....	153
	参考文献 .....	157
<b>第8章</b>	<b>分形毛细流动 .....</b>	<b>167</b>
8.1	考虑重力因素的分形渗吸模型 .....	167
8.1.1	自发渗吸的分形研究概述 .....	167
8.1.2	考虑重力因素的分形渗吸模型 .....	168
8.1.3	模型分析 .....	170
8.1.4	模型预测与实验数据对比 .....	172
8.2	渗吸时间指数的分形改进模型 .....	174
8.2.1	传统的渗吸时间指数研究 .....	174
8.2.2	渗吸时间指数的分形分析 .....	176
8.2.3	模型有效性的实验验证 .....	177
8.3	裂缝提高渗吸效应的分形分析 .....	178
8.4	双重多孔介质渗吸机理的分形分析 .....	181
8.4.1	渗吸机理判据的传统模型 .....	181
8.4.2	渗吸机理判据的分形模型 .....	182
8.4.3	模型有效性验证 .....	183
	参考文献 .....	185
<b>第9章</b>	<b>分形水分特征曲线模型 .....</b>	<b>189</b>
9.1	Tyler-Wheatcraft 模型 .....	190
9.2	Rieu-Sposito 模型 .....	192
9.3	Perrier 模型 .....	194
9.4	Perfect 模型 .....	194
9.5	Bird 模型 .....	195
9.6	Millán-González-Posada 模型 .....	197
9.7	Cihan 模型 .....	197
9.8	利用分形颗粒分布预测水分特征曲线 .....	199
9.9	模型总结与展望 .....	199
	参考文献 .....	201
<b>附图</b>	<b>.....</b>	<b>204</b>

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 分形几何学的提出

分形几何理论创立于 20 世纪 70 年代中期,与混沌理论、耗散结构理论并称为 70 年代世界科学史上的三大发现。作为一门独立的学科,分形几何理论已有 40 年的发展历史,并在许多领域得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>。1967 年, B. B. Mandelbrot<sup>①</sup>在其发表在“Science”的论文<sup>[2]</sup>中首次创造性地提出了分形几何理论,标志着分形思想萌芽的出现。1975 年, B. B. Mandelbrot 根据拉丁语中意为“破碎、零碎”的词“fractus”创造了“fractal”这个英文、法文、德文共用的词,中文翻译为“分形”,其原意具有不规则、支离破碎等意义。随后, B. B. Mandelbrot 于 1977 年和 1982 年先

---

<sup>①</sup> Benoit B. Mandelbrot(1924—2010),美籍法国数学家、经济学家,美国科学院院士。他创造了 fractal 这个单词,发现了 Mandelbrot 集,是分形几何学的奠基人和创始人,被称为分形之父,被认为是 20 世纪后半叶少有的影响深远而且广泛的科学伟人之一。他还是美国物理学会、美国统计学会、电气与电子工程师协会、计量经济学会、数理统计学会等学会的会士(Fellow)。在分形理论及应用等领域取得了众多开创性的工作,先后获巴纳德(Barnard)奖(1985)、富兰克林(Franklin)奖(1986)、科学为艺术(Science for Art)奖(1988)、哈佛科技(Harvey Prize for Science and Technology)奖(1989)、沃尔夫物理学(Wolf Prize for Physics)奖(1993)、日本科技(Japan Prize for Science and Technology)奖(2003)以及瓦迪斯瓦夫·奥尔里奇(Władysław Orlicz)奖(2005)等国际荣誉和奖章。更详细信息请见耶鲁大学 B. B. Mandelbrot 的个人主页:<http://www.math.yale.edu/mandelbrot/>。

后出版了两本分形几何理论的经典著作<sup>[3,4]</sup>,将分形理论及应用推进到一个新的高度,标志着分形几何作为一个独立的学科正式诞生。分形几何理论承认系统的局部可能在某一方面(如结构、功能、形态、信息等)、一定的过程与条件中表现出与整体相似的特性,它认为维数的变化可以是分数。

了解分形几何学的创立和发展历史,不得不说的一个重要集合就是 Mandelbrot 集。该集合由 B. B. Mandelbrot 在 20 世纪 70 年代通过迭代公式  $z_{n+1} = z_n^2 + C$ (式中的变量  $z$  和  $C$  均为复数)产生的。理论上,它可以产生无穷无尽的美丽图案,不管该图案放大多少倍,都能展现出更加复杂的局部结构。这些局部既与整体不同,又有某种相似的地方,具有无穷无尽的细节和自相似性。它可以说是人类有史以来做出的最奇异、最瑰丽的几何图形,曾被称为“上帝的指纹”,B. B. Mandelbrot 称此为“魔鬼的聚合物”。Mandelbrot 集是从数学上展现艺术是科学化身的典型实例。为此,他本人在 1988 年获得了“Science for Art Prize”(法国)。

具有分形的系统或现象在自然界中普遍存在。从分形的词义简单看,它是指一种具有自相似特性的图案、现象或者物理过程,即分形的每一组成部分都在特征上与整体相似。分形具有无标度性(scale-independent)和自相似性(self-similar)。无标度性是指一个图像经过放大或缩小,它具有复杂程度、形态、不规则性等均不发生变化的特性。自相似性是指一个对象的局部与整体在结构、功能、形状、信息、空间等方面具有统计意义上的相似性(成比例缩小/放大的性质)。自相似性普遍存在于自然界,如星系与星团的分布、弯弯曲曲的海岸线、连绵的山川、飘浮的云朵、地球的形貌、岩石的断裂口、动物的花纹、植物的树冠等。上述物质或系统的自相似为统计意义上的,而一些分形几何结构,如 Koch 曲线和 Sierpinski 地毯是精确自相似分形的典型实例。事实上,在自然界中很难找到精确自相似的分形<sup>[5,6]</sup>。

分形几何学,又称为描述大自然的几何学,它抓住了一系列复杂的系统或自然现象的本质,并提供了十分简单的描述手段,它对许多复杂的科学问题的研究起到了重要的推动作用。

## 1.2 分形发展史上的重要事件

在分形几何学发展的历史上,有一些重要的、甚至是里程碑式的事件,笔者将它归纳为以下 7 个方面。

(1) 典型的规则分形结构。最早的分形图案是由 K. T. W. Weierstrass 在 1861 年发现的处处连续却处处不可微的曲线,该曲线上全是拐点,无光滑点,无法对这条曲线上任何一个点定义其变化速率,生成该曲线的

Weierstrass 函数被视为第一个分形函数。G. F. P. Cantor 于 1883 年构造了三分集,该集合无穷可分但完全不连续,它与实直线相对立,零测度,是分形几何学的最典型、最简单的模型之一。1890 年,G. Peano 发现了充满空间的曲线——皮亚诺曲线,它是一条理想曲线,扭曲形态复杂,能够填充平面上所有的点。1904 年,H. von Koch 创造了以他的名字命名的分形曲线,它被定义为一系列复杂程度不断增加的曲线的极限。该曲线无限长,但存在于有限空间,它是现实世界中各种结构(如海岸线等)的理想模型。1915 年,V. Sierpinski 发现了以他的名字命名的 Sierpinski 地毯,它是平面万有曲线(plane universal curve)。奥地利数学家 K. Menger 证明,任何曲线都可嵌入 Sierpinski 地毯中<sup>[7]</sup>。上述分形结构在人们认识分形事物、推动分形理论发展上起到了至关重要的作用,有关这些分形结构的性质,读者可查阅相关专著<sup>[4,8-11]</sup>。

(2) 分形的定量描述原理。1919 年,描述复杂几何体的 Hausdorff 测度和维数问世。F. Hausdorff 研究了奇异集合的性质,从集合形状如何填充空间的角度重新定义了维度,提出分数维的概念,拓宽了对维度的直观认识。1951 年,英国水文学家 H. E. Hurst<sup>[12]</sup> 在研究尼罗河水库水流量和贮存能力的关系时,发现用分形布朗运动能够更好地描述水库的长期存贮能力,并提出用重标极差(R/S)分析方法来求取赫斯特指数。

(3) 分形专著及国际期刊。分形几何学的诞生是以 B. B. Mandelbrot 的两本专著《分形对象:形、机遇与维数》(Fractals: Form, Chance and Dimension)和《大自然的分形几何学》(The Fractal Geometry of Nature)正式出版为标志的,这两本书可以说是分形工作者的“圣经”,在分形几何学发展史上具有里程碑的意义。随后,在不同的领域出现了分形及其应用的专著,如关于分形几何学的数学理论<sup>[8,11,13-19]</sup>以及分形在土壤科学<sup>[20,21]</sup>、油气藏工程<sup>[22-24]</sup>、材料科学及化学<sup>[25-28]</sup>、岩石力学<sup>[29,30]</sup>、物理学<sup>[31]</sup>、摩擦学<sup>[5]</sup>、多孔介质输运特性<sup>[32-34]</sup>、地质和地球物理学<sup>[9,35-38]</sup>、晶体生长<sup>[1,39]</sup>、床矿学<sup>[40]</sup>及矿产勘查<sup>[41]</sup>、生命科学<sup>[42]</sup>、表面科学<sup>[43-45]</sup>、图像压缩<sup>[46]</sup>及信号处理<sup>[47]</sup>等领域的应用,这些不同领域的专著促进了分形几何学的发展,同时也扩展了分形的应用。

目前,以分形命名(名称里含有分形)的期刊较有影响力的主要有两个。其中,最早的是英国著名的培格曼出版社 1990 年创办的《混沌、孤子和分形》(Chaos, Soliton and Fractal)国际杂志。创办时,由混沌理论的创始人 M. J. Feigenbaum、耗散结构理论的创始人 L. Prigogine 和分形理论的创始人 B. B. Mandelbrot 等著名科学家担任该刊的名誉编委,美国康奈尔大学的 M. Maschie 担任期刊的执行编辑。该期刊影响因子为 1.448(2015 年 6 月,美国科学情报研究所)。另一个期刊是新加坡世界科学出版社 1993 年创办的《分形》(Fractals)杂志,B. B. Mandelbrot 任名誉主编。目前,华中科技大学的郁

伯铭教授为该期刊的亚太区执行编辑,该期刊影响因子为 1.220(2015 年 6 月,美国科学情报研究所)。

(4) 分形主题的国际会议。较早以分形为主题的国际会议有 1998 年在马耳他首都瓦莱塔召开的关于分形的国际多学科会议(5<sup>th</sup> International Multidisciplinary Conference on Fractals),该会议 2004 年在加拿大温哥华再次召开。“分形几何和推测学国际会议”(Fractal Geometry and Stochastics International Conference)已举行五届,其中最近的一届于 2014 年在德国塔巴尔茨举行。“土壤和环境科学中的分形及应用国际会议”(Fractals and Applications in Soil and Environmental Sciences, FEDOFRACT)已成功举行八届,其中最近一届于 2015 年在西班牙的拉科鲁尼亚举行。其他一些国际性的学术年会也经常见到与分形相关的专题,如 1987 年在旧金山召开的美国地球物理联合会上举办了“地球物理学中的分形研究”专题讨论会等。

(5) 分形主题的国内会议。国内早在 1992 年就举办了“第一届全国分形理论与地质科学学术研讨会”,会议及时总结了国际国内的分形研究前沿,引起了较好的反响。近年来国内举办了众多分形相关的学术会议,如“华中地区分形几何与相关领域研讨会”(2014 年,张家界)、“全国分形几何学术会议”(2015 年,武汉)、“分形几何与相关领域学术研讨会”(2015 年,新乡)以及“分形几何及其相关问题研讨会”(2015 年,重庆),在一定程度上促进了国内分形相关学科的发展及科研人员的交流。

(6) 分形主题的国际专刊。随着分形在众多领域中的广泛应用,以分形应用为主题的专刊近年来逐渐增加。较早的有 1989 年在《理论与应用地球物理学》(Pure and Applied Geophysics)杂志出版的专刊“地球物理学中的分形研究”(1989, 131(1-2): 1-313)<sup>[48]</sup>,由美国哥伦比亚大学的 C. H. Scholz 和 B. B. Mandelbrot 担任客座编辑,共出版了 17 篇论文,这些论文来源于 1987 年美国地球物理联合会年会秋季专题研讨会,该专刊 1991 年翻译成中文在国内出版<sup>[38]</sup>。在土壤科学领域,由美国农业部的 Y. Pachepsky、田纳西大学的 E. Perfect 和马德里理工大学的 M. Á. Martín 在《国际土壤科学》(Geoderma)杂志编辑了专刊“Fractal Geometry Applied to Soil and Related Hierarchical Systems-Fractals, Complexity and Heterogeneity”(2006, 134(3/4): 237-456)<sup>[49]</sup>,该专刊的论文选自第六届 PEDOFRACT 会议。最近,由中国地质大学(武汉)的蔡建超和胡祥云以及马德里理工大学的 M. Á. Martín 和 F. San José Martínez 共同在《分形》(Fractals)杂志上编辑了关于分形多孔介质流动与传输(Flow and Transport in Fractal Porous Media)的专辑,分别于 2014 年第三期<sup>[50]</sup>和 2015 年第一期出版<sup>[51]</sup>。还有在《物理 A》(Physica A)杂志上关于分形复杂系统新趋势的专刊<sup>[52]</sup>,在《混沌、孤子和分形》(Chaos, Solitons and Fractals)杂志上以地球物理中的分形为主题的专刊<sup>[53]</sup>等,感兴趣的读者还可

以查阅国际期刊上的有关分形理论及应用为主题的专辑<sup>[54-60]</sup>。

(7) 分形主题的著名论文。分形发展历程中的一些重要论文,对引起分形关注、推动分形学科发展起到了重要作用。1951年 H. E. Hurst<sup>[12]</sup>发表在《美国土木工程师学会会刊》(Transactions of the American Society of Civil Engineers)题为“Long-term Storage Capacity of Reservoirs”的论文提出了赫斯特指数的概念,它是一长串相互关联的事件在时间上的反映,已广泛用于气候、地震、洪水、股票资本市场等时间序列的混沌分形分析<sup>[11,61-68]</sup>。1967年 B. B. Mandelbrot<sup>[2]</sup>在“Science”杂志上发表论文,题为《英国的海岸线有多长?统计自相似与分形维数》(How Long is the Coast of Britain? Statistical self-similarity and Fractional Dimension),探讨了英国海岸线的长度与测量尺度的关系。从此,分形作为一门独立的学科逐步形成。1981年, T. A. Witten 和 L. M. Sander<sup>[69]</sup>发表在《物理评论快报》(Physical Review Letters)上题为“Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon”的论文中,提出了著名的有限扩散凝聚分形生长模型,为解释自然界中众多生长和物理现象提供了数学模型。这些论文均具有较高的引用率,这也从一定程度上反映出上述论文在分形领域的重要地位和贡献。

### 1.3 分形的应用领域

分形有着非常广阔的应用前景,许多传统的科学难题,由于分形理论的引入而取得了显著进展<sup>[70]</sup>;分形结构在自然界普遍存在,探讨自然界复杂事物的客观规律及其内在联系需要研究分形。这就不难理解为何分形会受到如此重视。近30年来,分形已经在许多领域中得到了非常有效的实际应用,已成为各个学科中流行的非线性研究工具之一。其效益之明显、应用范围之广远远超过了十几年前的任何预测。如果说,十几年前,分形还只是一种有趣的新生事物的萌芽的话,那么今天它已经成为一个令人瞩目的前沿学科<sup>[35]</sup>。

为系统地了解分形的发展趋势,笔者在 ISI Web of Science 系统里检索了近十年(2005—2015)被 SCIE 收录的以“Fractal”为主题的论文。论文总数为 21 593 篇(不包含会议论文、编辑语及评论和摘要)。从年发表论文趋势中可以看出(图 1.1a),近十年来每年发表以分形为主题的论文超过 1 800 篇,特别是近三年来每年已超过 2 000 篇;从论文发表数量的单位排序来看,数量最多的是法国国家科学研究中心;前十名中有三家单位来自中国,分别是中国科学院、清华大学和华中科技大学(图 1.1b);从论文的比例来看,来自美国和中国的论文最多,均占论文总数的约 16%,其次是法国、德国、意大利、俄罗斯、

英国、印度和日本(图 1.2,后附彩图);从学科分布来看,以分形为主题的论文遍布各个学科,但主要分布在物理、数学、材料及交叉学科领域(图 1.3,后附彩图)。

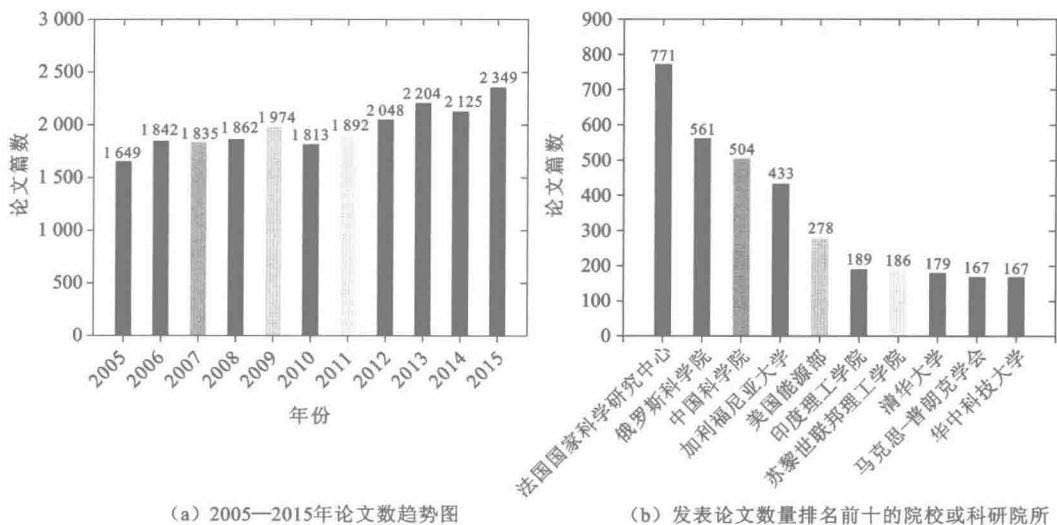


图 1.1 以分形为主题的 SCIE 检索论文数及单位排序

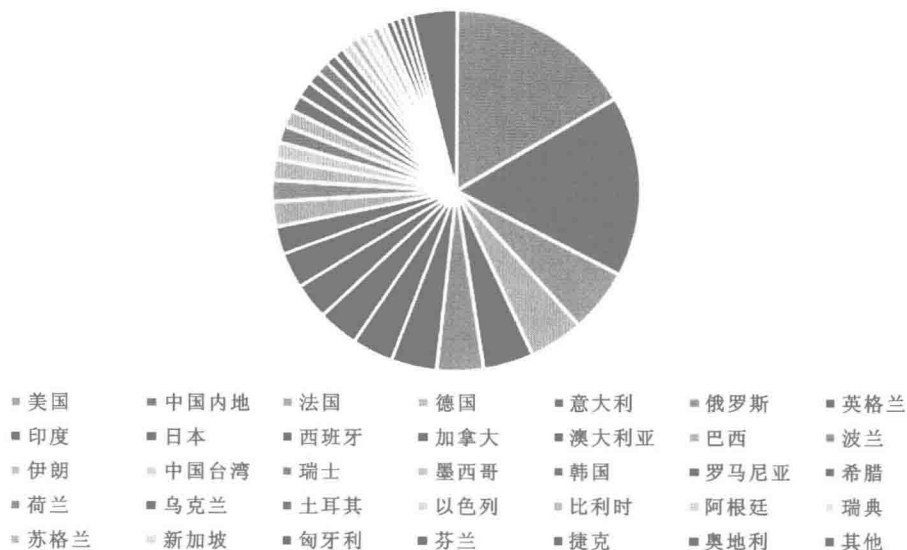


图 1.2 以分形为主题的 SCIE 检索论文的国家 and 地区分布

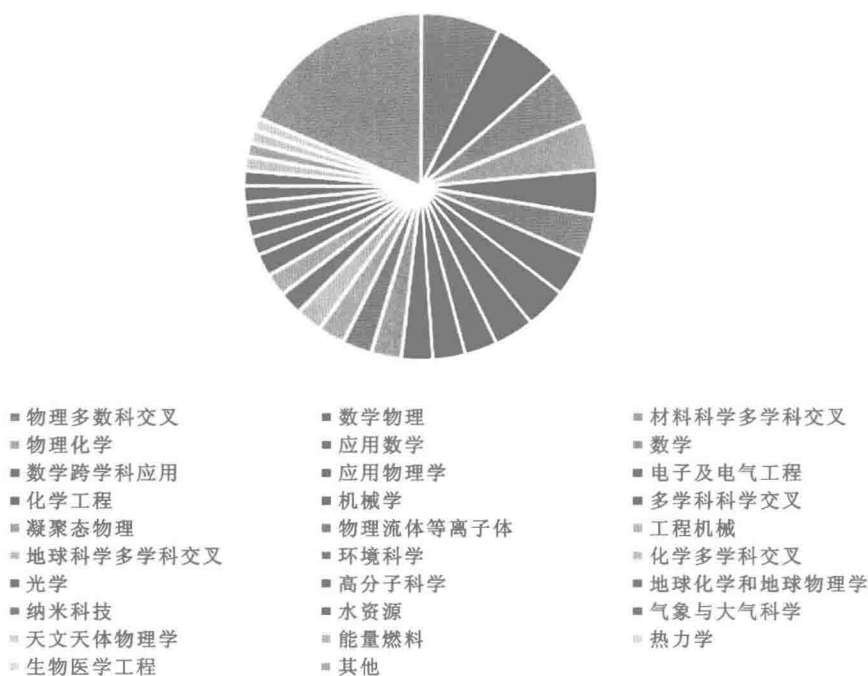


图 1.3 以分形为主题的 SCIE 检索论文的学科分布

## 1.4 分形理论在多孔介质中的应用

在石油和天然气工业中,供油气储集和流通的储集岩是一种具有复杂微观结构的天然多孔介质,合理地表征油气储集岩石孔隙结构对于石油勘探开发具有重要意义。图 1.4<sup>①</sup>(后附彩图)给出了利用 VersaXRM500 型微米 CT 显微镜获得的碳酸盐岩和致密砂岩的三维矿物-孔隙微观结构图像及采用孔隙网络建模(pore network modeling, PNM)<sup>[71,72]</sup>算法重构的孔隙网络模型。从扫描重构的岩心图像中可以看出,碳酸盐岩和致密砂岩中均存在数量巨大、种类繁多的孔隙。这些孔隙在空间中随机分布,大小跨越几个数量级,并通过喉道相互连通,形成复杂的孔隙网络。同样作为储集层的碳酸盐岩和致密砂岩,其孔隙度(分别为 20.03% 和 6.24%)、孔径分布和连通性均差异巨大。对于如此复杂的微观孔隙系统,欧式几何不可能给予准确的描述和表征。

天然多孔岩石往往具有良好的分形特征<sup>[4]</sup>。采用 Roy 等<sup>[73]</sup>提出的改进

<sup>①</sup> 图中利用 Avizo 图像处理软件将 1200 张二维图像组成三维图像,其中每张图像像素尺寸为 1200×1200,利用矿物-孔隙灰度差异识别图像中的孔隙;将二维孔隙图像分割出来重构三维图像,计算岩石的孔隙度、孔隙及孔喉半径,提取孔隙网络,其中红色球的大小表示孔隙半径的大小,黄色圆柱的粗细表示孔喉半径的大小。图像均由中国石油大学(北京)曾渊辉教授提供。



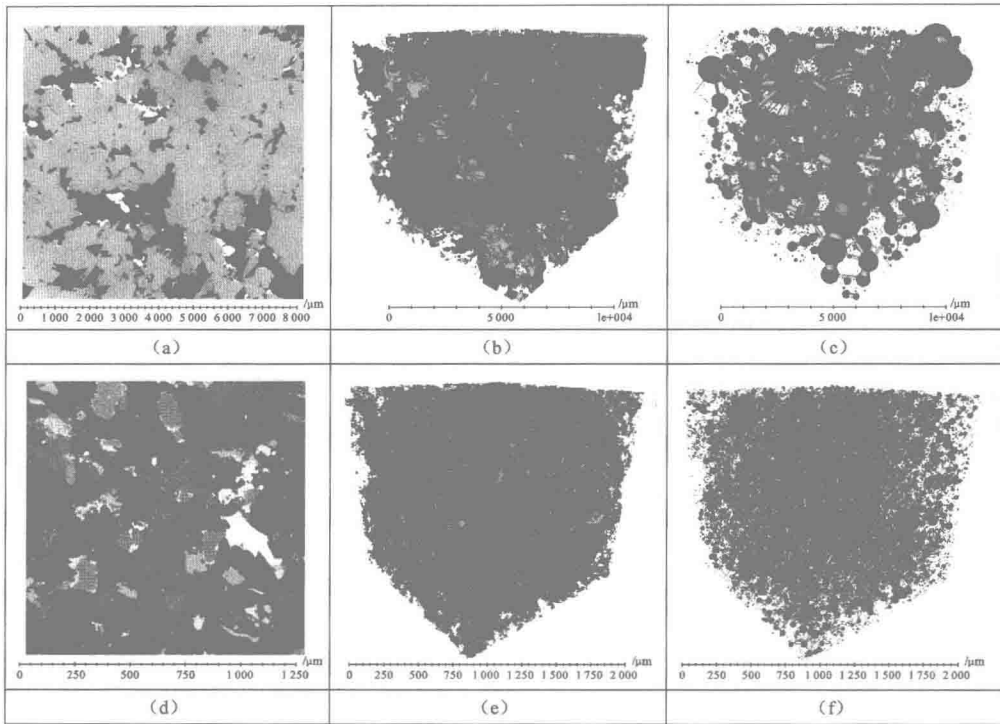


图 1.4 碳酸盐岩(a-c)和致密砂岩(d-f)微米 CT 扫描及处理结果

(a)和(d)孔隙识别(红色为孔隙,分辨率分别为 6.8 μm 和 1.07 μm);(b)和(e)二维孔隙图像重建的三维孔隙图像(用不同颜色区别孔隙);(c)和(f)由孔隙和喉道重构的孔隙网络模型

的计盒法(box-counting method, BCM)测量上述碳酸盐岩和致密砂岩二维截面的孔隙结构(图 1.4),它们的分形维数(fractal dimension)分别为 1.525 和 1.320。

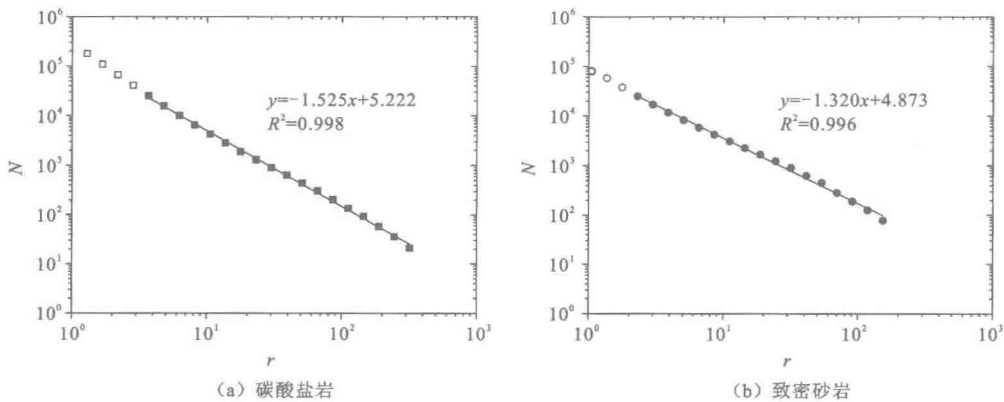


图 1.5 二维岩石微观孔隙的分形维数