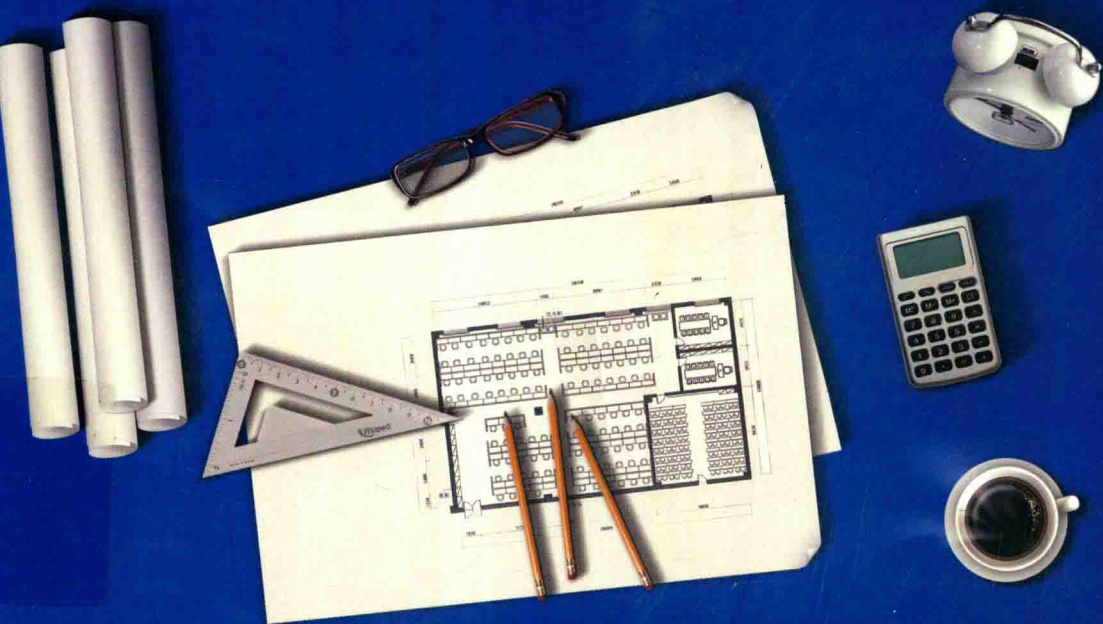


数学与生活

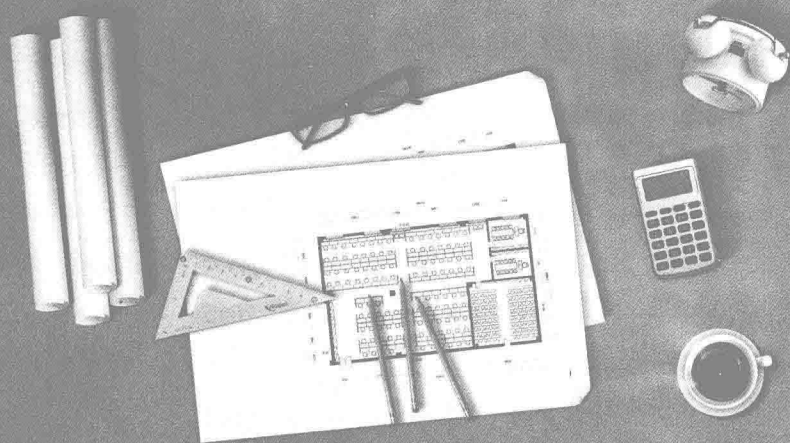
牛海军 冉芳◎编著



 沈阳出版社

数学与生活

牛海军 冉芳◎编著



图书在版编目 (CIP) 数据

数学与生活 / 牛海军, 冉芳编著. — 沈阳: 沈阳出版社, 2015. 8

ISBN 978-7-5441-6833-5

I. ①数... II. ①牛... ②冉... III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 188349 号

出版者: 沈阳出版社

(地址: 沈阳市沈河区南翰林路 10 号 邮编: 110011)

网 址: <http://www.sycbs.com>

印刷者: 抚顺光辉彩色广告印刷有限公司

发 行 者: 沈阳出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 11.25

字 数: 250 千字

出版时间: 2015 年 8 月第 1 版

印刷时间: 2015 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑: 鲁莎莎

封面设计: 琥珀视觉

版式设计: 鑫博慧

责任校对: 刘 聪

责任监印: 杨 旭

书 号: ISBN 978-7-5441-6833-5

定 价: 30.00 元

联系电话: 024-24112447

E-mail: sy24112447@163.com

本书若有印装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。

前 言

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。不太了解数学的人往往觉得数学是抽象的、枯燥的，提起数学，不少人可能会认为它只是数学家的专利，普通人“可望而不可即”。其实，数学并不高深莫测，它早已渗入到我们的日常生活中，并无时无刻不在影响和改变着我们的生活。无论是仰望星空、俯视大地，还是近观我们周围的事物，处处可以发现数学蕴藏其中。即使是一些司空见惯的现象，其中也往往蕴涵深奥的数学知识。

数学就在你我身边。一位哲人曾说：“我们身边并不是缺少创新的事物，而是缺少发现创新的眼睛。”只要我们具备了一双“慧眼”，就会发现在我们的生活中，数学真是无处不在。

然而，在学校的课堂里，在书本上，数学被一大堆公式和符号所掩盖，难免让人觉得枯燥和乏味，数学的光芒被掩盖，有趣的数学失去了它应有的魅力。

总体来看，我国数学基础知识很强，但从数学的综合水平来看，与国外有一定的差距。在过去很长一段时间里，我国中小学数学甚至大学数学都热衷于将生活问题抽象为数学问题，而国外的数学教学关注如何用数学工具尽可能地解决生活中的实际问题。所以，两者是有差距的。因此，我们应该结合所学知识，尽可能地用数学解决生活中的实际问题，从而提高我们的综合应用能力。

常言道，兴趣是最好的老师，只有从小培养起读者对科学的兴趣，才能激发他们探索未知数学世界的热忱和勇气。拨开数学光芒下的迷雾，让读者了解身边的数学、爱上数学。

我们为此编写了本书。在具体操作过程中，书中出现的数学原理与初等数学知识相结合，即使是较难理解的内容也用简单易懂的方式呈现，便于读者理解。本书涉及的数学知识包括集合论、数理逻辑、统计、概率、代数、几何等，使读者在应用中进一步加强对数学知识的理解。本书始终贯穿着强烈的应用意识，把数学理论紧密地与生活、文学、音乐、体育等实际问题相结合，涉及读者身边事物的方方面面，让读者充分感受到原来数学与现实如此之近。在编写时，我们尽量从生活中的现象出发，进行数学的阐述，又回归于日常生活。从日常的事物写起，从身边非常熟悉的事物展开视角，让读者充分认识到：生活处处皆学问。

很多读者开始学数学时，经常把数学与生活分开，其实，如果把数学融入生活，将生

活数学化，那么，学起数学来，不仅知道其来龙去脉，更重要的是，可以锻炼自己严密的数学思维，对掌握新的科目有很大的帮助。

今后数学的发展有赖于对生活的种种发现提出问题、解决问题，然后才能让数学往更深一层发展，外国数学如此，中国也不例外。数学无处不在，只要我们多留心身边的事物，多问几个为什么，就能慢慢发现数学的趣味性和实用性，对数学产生亲切感。但愿这本书能成为读者学习数学的好帮手。今天，人类已经进入了新的知识经济时代，我们希望本书能够激发读者学习数学的兴趣，帮助读者树立起正确的数学观，为学好科学、用好数学打下坚实的基础！

本书第一章至第四章由冉芳编写，第五章至第十四章由牛海军编写。

本书在编写的过程中，参考了大量的相关教材与资料，选用了有关内容，在此向相关作者表示感谢！

目 录

第一章 数的产生	1
1.1 什么是数学	1
1.2 自然数	2
1.3 零	5
1.4 进位制	8
1.5 正与负	10
1.6 小数与分数	11
1.7 无理数（无限不循环小数）	14
1.8 π 的传奇	15
1.9 e 的魅力	17
1.10 有理数密集吗	19
1.11 无理数密集吗	20
1.12 实数	21
1.13 虚数与复数	22
1.14 质数	27
1.15 无穷大	30
第二章 数的发展——数学	33
2.1 代数	33
2.2 交换律与结合律	35
2.3 分配率	37
2.4 方程	38
2.5 集合	40
2.6 函数	43
2.7 微积分	45
2.8 费马大定理	48
第三章 图 形	52
3.1 神奇的三角形	52
3.2 矩形（黄金矩形）	56

3.3	正五边形	60
3.4	维	63
第四章	概率统计在生活中的运用	67
4.1	三车同到问题	67
4.2	生活中的概率验证	69
4.3	数学与推理	74
第五章	我们周围的“数学世界”——生活篇	76
5.1	条形码	76
5.2	二维码	77
5.3	身份证号码	79
5.4	钟表里的数学	81
5.5	数字电视和数字地球	83
第六章	我们周围的“数学世界”——文学篇	86
6.1	诗歌与数学	86
6.2	对联与数学	92
6.3	灯谜与数学	97
6.4	小说与数学	98
6.5	《红楼梦》的作者是谁?	104
第七章	我们周围的“数学世界”——音乐篇	107
7.1	数学与音乐的关系	107
7.2	黄金分割应用于作曲	108
7.3	钢琴键盘上的数学	110
7.4	音乐中的数学变换	110
7.5	大自然音乐中的数学	113
第八章	我们周围的“数学世界”——自然篇	117
8.1	蜜蜂的智慧	117
8.2	斐波那契数列	120
8.3	自然界中的“数学家”	123
8.4	等角螺线	124
8.5	悬链线	125
第九章	我们周围的“数学世界”——经济篇	128
9.1	数学与经济学的关系	128
9.2	现代经济学的分析框架	131
9.3	数学在现代经济学中的作用	132

9.4 诺贝尔经济学奖及其与数学的关系	133
第十章 我们周围的“数学世界”——政治篇	135
10.1 数学与民主投票	135
第十一章 我们周围的“数学世界”——游戏篇	140
11.1 扑克与数学	140
11.2 麻将与数学	143
11.3 棋类游戏和数学	145
11.4 电脑游戏中的数学	148
第十二章 我们周围的“数学世界”——医学篇	150
12.1 数学和医学的结合	150
12.2 从 X 射线透视说起	151
12.3 CT 成像基于数学原理	152
第十三章 我们周围的“数学世界”——体育篇	154
13.1 打台球	154
13.2 足球上的玄妙	155
13.3 运动的数学特征	155
13.4 跑道里的学问	157
第十四章 利益博弈与数学	160
14.1 田忌赛马	160
14.2 纳什均衡	162
参考文献	168

第一章 数的产生

1.1 什么是数学

数学和其他自然科学一样，产生于生产实践，但是在很长一段时间里，它被蒙上了一层神秘的面纱，脱离了生活实际，成为在纯数学领域里数学家们竞技研究的对象。甚至由于它具有严密的逻辑推理的魅力，而与哲学纠缠在一起。这也是为什么许多哲学家也是数学家或数学爱好者的原因。比如古希腊伟大的哲学家柏拉图、法国哲学家及数学家笛卡尔、共产主义的创始人马克思（撰写了《数学手稿》）、恩格斯等等。

在许多人看来，数学是晦涩的、难懂的，与自然科学的其他学科相比，在生活中是没有太大作用的。这只是因为他们还没有感受到数学的美，甚至在开始接触数学时就惧怕它。

其实，数学是高贵的，是典雅的。在人类漫漫的历史长河中，它不受身边的各种诱惑所影响，也不献媚权贵或屈从于宗教的威胁。当你深入其中，在公理和定理间徜徉时，当你陶醉于推理的缜密、体系的完备时……你会感叹数学的神奇！

就像著名作家王蒙所说：“最高的数学和最高的诗一样，都充满了想象，充满了智慧，充满了创造，充满了章法，充满了和谐，也充满了挑战。诗和数学又都充满灵感，充满激情，充满人类的精神力量。那些从诗中体验到数学的诗人是好诗人。那些从数学中体会到诗意的人是好数学家。”就连帝王将相都难以抗拒数学的魅力，法国的拿破仑、中国的康熙大帝都曾经迷恋它，以演算数学题为人生的乐趣。

在人类漫长的发展史中，随着自然科学和社会科学的不断进步，数学研究的对象也在不断变化，正是跟随于这种变化的需要，才有了数学定义的演变。

最早，古希腊人认为数学是科学或知识，亚里士多德给出“数学是量的科学”的定义。欧洲人认为数学是数和数数的技术。

逻辑学派创始人、英国数理哲学家罗素认为“数学是一种莫名其妙的科学”。形式主义学派创始人、德国数学家希尔伯特认为“数学就是一些符号运算的结果”。直觉主义学派创始人、荷兰数学家布劳威尔认为“数学的根源不是别的，是有直觉而已”。

恩格斯在 1875 年批判杜林唯心主义观点时，对数学给出经典的科学定义：“纯数学的

对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。”恩格斯的定义对于传统的初等数学来说是精辟的和无懈可击的，即现在所称“数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学”。

但是，随着数学的发展，人们对“数量关系”和“空间形式”的理解也在不断变化和深化。例如，《概率论》的产生，揭示了各种事件可能发生的机会大小问题，这就不是简单的“量”或“形”能表达清楚的。因此，苏联人说，现代数学远远超过数量关系。

在《中国大百科全书·数学》中，吴文俊先生写道：“数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的，简单地说，是研究数和形的科学。”

进入21世纪后，我们在数学观上有了很大的改变。数学正从幕后走到台前，数学已经不仅是其他学科的工具，而且是可以直接生产经济效益的技术。数学的应用已经渗透到社会的各个层面，体现在日常生活之中，甚至有可能决定国家的命运。

既然数学是研究数与图形的科学，我们就从数字开始说起。

1.2 自然数

古时候有首歌谣说：一二三四五六七，世上无人不熟悉，再加一个便是八，如此下去永无涯。

我们知道，在数物体的时候，用来表示物体的个数的1、2、3……叫做自然数，0也是自然数。然而，这里有个问题仍然让我们困惑：1是什么，1是怎么来的？显然，这个问题涉及自然数的概念是怎样形成的，其实质是数的起源。关于这个问题，要追溯到遥远的古代。但要问古代从何时起开始产生数的概念，这是一个无法明确回答的问题。正因为如此，关于自然数的起源，后人有着各种各样的神话、传说和推测。

例如，春秋战国《世本》一书出现了最早的传说，可惜该书早已失传。唐宋时曾有学者看过，现在只有《世本辑补》十卷，其他书中亦散见某些内容片段。古代“隶首作数”的传说流传很广，《世本》曾说：“皇帝命令……隶首作数。”这句话是说：皇帝命令“隶首”这个人第一个创造数。把数的概念的产生归于一个人，是不符合历史事实的，因此，上古时的这个传说不真实。

又如《周易·系辞上传》说：“河出图，洛出书，圣人则之。”（意思是黄河出现背上有图形数字的龙马，洛水出现背上有图形数字的神龟，有学问的人就效法它来治理天下。）河图、洛书是什么呢？原来是小圆圈、小点按一定规则排列成的图，后人研究认为其实质上表示数字。于是传说数由此产生，并流传甚广。

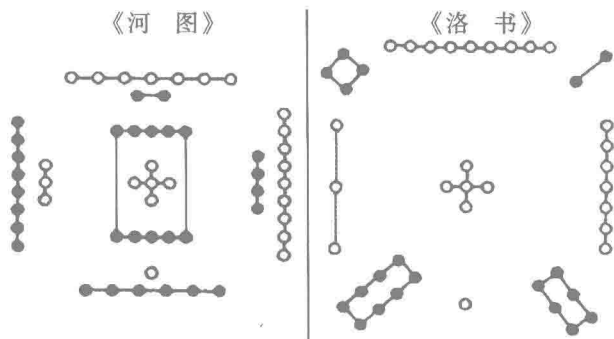


图 1-1

在国外的传说和记载中，关于自然数产生的传说和记载也有很多。如现代美国实用主义教育家杜威说“数是上帝创造的”；德国数学家克罗内克说：“上帝创造了整数，其他一切都是人造的。”

正确的说法应该是恩格斯提出的，他说：“数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。”

在远古时期，原始人茹毛饮血、穴居野处，以打猎、捕鱼和采集果实为生，其工具是粗陋的石器。他们每天狩猎，可能打到食物，也可能一无所得，慢慢地，产生了“有”与“无”的概念。当他们的狩猎技术不断提高、石器工具更加精细之后，每天剩余的食物就会越来越多，为了能对剩余的食物进行管理，需要记录下食物的数量。最初可能只是用尖锐的石头在洞穴的岩壁上划道，比如让吃剩下的野兔的个数与岩壁上的道数一一对应等方法，这就是古代的“书契”记数（刻痕计数，图 1-2）法的雏形。但是当所记的数目越来越大，有时还要因天气的原因不能打猎而吃原来储备的食物，需要去掉已划上的道道，这就给记录带来很大的麻烦。渐渐地，人们采用了更为聪明的计数方法，如古代的“结绳”计数（图 1-3）等等。三国时，吴人郑玄说：“事大，大结其绳；事小，小结其绳。结之多少，随物众寡。”



图 1-2



图 1-3

事实上，原始人对数的认识，最初是从“1”和“多”开始的，后来才逐渐有了“2”、“3”……“多”等数的概念，这种原始的观念是和具体对象联系在一起的。例如，

数“一”是和一只鹿、一个野果、一个月亮、一个太阳等联系而产生的；数“二”的概念是和两只手、两只眼睛、两只鸟的翅膀等联系而产生的；而这种联系具有一一对应的意义。古印度人曾用“眼睛”二字表示“二”。

《玛雅文字》

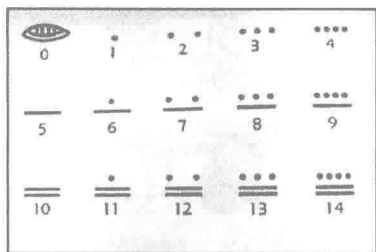


图 1-4

《古埃及文字》

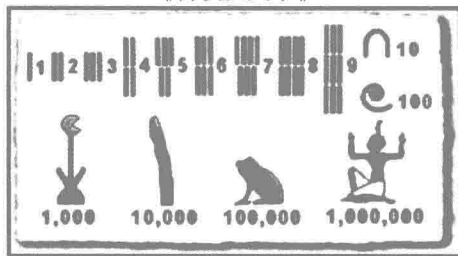


图 1-5

《古巴比伦文字》



图 1-6

从前面的资料可以看出，恩格斯所说的“数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。”是十分正确的。正是源于数的概念来自于现实世界，来自于大自然，古人才将最初形成的，能在自然条件下看到对应形态的数，称之为自然数。

《四大文明古国的数字》

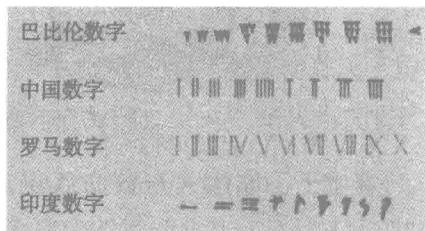


图 1-7

1.3 零

数学家卡鲁斯·保罗曾说：“无穷是数学魔术的王国，而零这个魔术师就是国王。当零除以任何数时，不论该数之值多么大，都把该数变成无穷小，反之，当零作为除数，（零作为除数是不被允许的，这里应理解为在极限意义下的意思，即 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{x}$ 为无穷大（ $a \neq 0$ ）），则又把任何数变成无穷大。在零的领地中，曲可变直，圆可成方。在这里，所有等级都被废除了，因为零把一切都降到同等水平，在零的统治下，整个王国总是快乐无比。”

1. 零是怎样产生的

零虽然在自然数的排位上居于首位，但当初作为一个数字并用一个独立的符号来表示，是在自然数和分数产生之后。

最初，人类是以一种不稳定的方式进入数字王国的。我们以为“1”是“数字字符表”的开始，并且它进一步引出了2, 3, 4, 5等其他数字。这些数字的作用是，对那些真实存在的物体，如鹿、野果、月亮等进行计数。直到后来人们才发现，当篮子里边已经没有野果时，这也是生活中真实存在的一种现象，我们又如何计数此时篮子里边的野果数呢？

即使是那些推动科学和数学突飞猛进的古希腊人，以及因精湛的工程技术而名垂青史的罗马人，对于空篮子里边的野果数也无能为力。他们无法给“没有”找个合适的名字，罗马人通过组合使用I, V, X, L, C, D以及M来计数，但是“0”在哪里呢？他们无法对“没有”计数。

使用符号表示“虚无”已经有了几千年的历史。古巴比伦泥板上就有了最早关于零的记载；约在公元元年，玛雅人已有明确的零的符号，形状像贝壳或一只半开的眼睛；古希腊人也发明了自己的零的符号。但是，无论玛雅零号还是希腊零号，都只起到指明数码位置的作用，并没有作为数参与运算，也没有单独使用的情况。不久，受巴比伦文化的影响，天文学家托勒密在他的数字系统中使用一种类似于我们今天的“0”的符号作为占位符。作为占位符，这些“0”被用来区分不同的例子（当代的记号），例如75和705，而不像巴比伦人那样需要根据上下文关系来辨别。这就像语言中引入“逗号”一样——二者都是为了帮助人们正确地理解原意。但是，就像逗号的使用需要一系列的规则，0的使用同样需要一些规则。

在7世纪，印度数学家婆罗摩笈多（Brahmagupta）将“0”作为一个“数字”对待，而不仅仅是一个占位符，并且建立了一套使用规则。这些规则包括“正数和零相加的结果仍为正数”及“零和零相加仍得零”。在以为零是数字而不是占位符这一点上，他确实有了很大的进步。包括了“0”的印度—阿拉伯数字系统最早是由比萨的列奥纳多（即斐波

那契)于1202年在他的 Liber Abaci (《计算之书》)中发表的,随后在西方推广开来,在北非得到发展,并在印度—阿拉伯数字系统中用于四则运算的教学,他认识到了将“0”与印度符号1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 和9 组合运用的力量。

表示零的符号“0”,在数学历史上曾被公认为划时代的进步符号,这个符号的发现不仅创造了今天的算术,而且为数的概念的推广铺平了道路,可以说,在数学文化史上,零的发现是人类最伟大的成就之一,有了它,人类方从算盘的束缚中解放出来。

零的产生与进位制计数法有不可分割的关系。世界上较早采用进位制的国家是中国和印度,它们对零的产生和发展都做出了自己的贡献。

一般认为,现在用的零号是印度人发明的。据说“0”是由印度的大乘空宗所创,意为“空”。印度人承认它是一个数,而不仅是空位或一无所有。把零作为数引入运算,这是印度人的一个伟大贡献。

印度人的零号由空格演变到点“·”,再由点“·”演变到小圆圈“○”,是经过漫长的岁月的。与此同时,公元8世纪或9世纪印度的一种叫德温那格利的数码,破天荒地第一次出现了呈扁圆形的零号——“0”。一个伟大的零号从此诞生了,成为今天通用的零号。

中国的零号与世界的发展一致,在战国时期就用空表示零了。我国古书缺字都用“□”来表示,中国数字的空位也用“□”来表示,用毛笔书写时,很容易将“□”一笔画,渐渐地圆圈“○”取代了“□”,由此圆圈产生了。但古代数学书上最早用圆圈“○”表示零号的是南宋秦九韶的《数书九章》。

中国于辛亥革命后才通用印度—阿拉伯数字。

“0”既不是正数,也不是负数,而是中性数;在数轴上,“0”稳居原点,正负数分居两旁,“0”是它们的分界点,独尊一方。“0”既是整数,又是偶(双)数。“0”进入数字系统带来了一个问题,这个问题婆罗摩笈多曾简要提出过:究竟如何对待这个“闯入者”?如何以一种更为精确的方式将“0”融入到现有的算术系统中呢?对于加法和乘法来说,“0”的加入很容易,但是减法和除法操作对这个“外来者”似乎并不那么友好。需要有一些方法保证“0”和已被接受的算术相协调。

2. “0”如何运算

添加“0”的结果是一目了然且毫无异议的。你可以在10后边添加一个0得到100,但是这里是指占位的添加,而我们通常指的“加”是一种更加严谨的算术运算。一个数和“0”相加结果还是这个数,而任何数和“0”相乘的结果都得“0”。例如: $7+0=7$, $7\times 0=0$ 。减法也是一个简单的运算,不过可能会得到负数。 $7-0=7$, $0-7=-7$,但是和0相除却有很大难度。假定用盒子装苹果,每个盒子能装9个,对于要装的一堆苹果,需要多少个盒子?如果苹果共72个,答案则是 $72\div 9=8$ 。除法的另一个更好的表示方法是:

$\frac{72}{9}=8$ 。然后，我们可以通过交叉相乘法将上式写为乘法形式， $72=9\times 8$ 。那么，将“0”除以9会得到什么呢？我们假设结果是 a ，则有：

$$\frac{0}{9}=a$$

通过交叉相乘法，该式等价于 $0=9\times a$ 。如果该式成立，那么 a 唯一的可能就是0本身，因为如果两数相乘的结果为0，那么其中必有一数为0。这个数显然不是9，所有 a 必须是0。

对于“0”来说，这并不是最主要的难题，最主要的难题是将“0”作为除数。如果我们用处理 $\frac{0}{9}$ 的方式处理 $\frac{9}{0}$ ，我们将得到如下等式：

$$\frac{9}{0}=b$$

通过交叉相乘法得到 $0\times b=9$ ，最终我们将得到一个毫无意义的等式 $0=9$ 。如果允许 $\frac{9}{0}$ 的结果作为一个数字存在，那么我们很可能面临一场数字灾难。避免这个问题的方法是将 $\frac{9}{0}$ 看做是未定义的。如果用0除9（或者其他任何非0的数），我们认为得到的是毫无意义的结果，因此我们不允许这种运算的发生。这就好比不允许在一个英文单词的中间加入逗号，因为结果是毫无意义的。

在12世纪，印度数学家巴斯卡拉沿着婆罗摩笈多的脚步继续考虑将“0”作除数这件事，他建议这个结果应该是无穷大的。这是合理的，因为如果将一个数除以一个很小的数，其结果是非常大的。例如，9除以 $\frac{1}{10}$ 得90，而除以 $\frac{1}{100}$ 得900。分母越小，结果越大。当分母小到最小时，也就是小到0时，那么结果将会是无穷大。如果接受这种解释，那么我们将需要解释一个更加奇异的观念——无穷大。和无穷大纠缠下去是无济于事的。无穷大（其数学标准符号为 ∞ ）并不遵循通常的算术规则，它也不是一个通常意义下的数字。

如果说 $\frac{9}{0}$ 提出了一个难题，那么该如何处理更奇怪的 $\frac{0}{0}$ 呢？如果 $\frac{0}{0}=c$ ，通过交叉相乘可以得到等式 $0=0\times c$ ，也就是 $0=0$ 。虽然这个结果并不是很有启发性，但不再是没有意义的了。事实上， c 可以是任何数字，这个结果是有可能的。我们得到的结论是 $\frac{0}{0}$ 可以是任何数。用数学界文雅的方式来说，结果是“模糊的”。因此，我们规定“0”不能做除数就避免了上述问题。

3. “0”有什么用

没有“0”将万事难行。科学的进步都依靠它。我们常谈论0度经线，温度标尺上的

0℃，以及类似的 0 能量、0 重力等。这种思想同样进入了非科学的语言里，例如零时（发动进攻等的时刻）、零容忍（指对轻微过失都不予放过的严厉执法政策）。

没有“0”就不成数学。它处在数学概念的最核心位置，使得数字系统、代数、几何得以成立。在数学序列中，“0”将正数和负数区分开来，因此占据了一个享有特权的位置。在十进制系统中，“0”作为占位符，使我们既可以使用很大的数，也可以使用很精微的数字。

经过了数百年的研究历程，“0”已经被接受和使用，成为人类最伟大的发明之一。19 世纪，美国数学家 G. B 哈尔斯特改编了莎士比亚的《仲夏夜之梦》里的名言来描述它，称它是推动进步的发动机，不仅赋予了“虚无缥缈，落脚的场所、名字、图形和符号，而且赋予它有益的力量，这正是印度民族自出现以来所表现的特征”。

当“0”被引入时，必然会被认为是非常怪诞的。但是数学家们习惯于紧紧抓牢这些看似奇怪，尔后又被证明十分有用的概念。在今天，相同的事情发生在集合论里（集合的概念是一组元素的聚集，后面我们还会谈到），在这个理论中， Φ 代表集中没有任何元素，称为“空集”。虽然看起来也是一个十分奇怪的思想，但是就像“0”一样，它是不可或缺的。

1.4 进位制

1. 十进位值制

“十进位值制”有的书称之为“十进位置制”或“十进地位制”。“十进制”就是满十进一个单位。“位值制”就是一个数各位的数码表示什么数，要由它所在的位置而定，如 35 中的“5”放在个位表示 5；56 中的“5”放在十位表示 50，以此类推。现在通用的数既是十进制又是位值制。

十进位值制计数法的形成，经历了漫长的历史时期。公元前 2000 年埃及人最早发现的是十进制计数法，而不是位值制，巴比伦人采用的是十进制和六十进制。只有中国是世界上最早采用先进的十进位值制计数法的国家。

2. 其他进位制

人类的一只手有 5 个手指，两只手有 10 个手指，手指和脚趾共 20 个。基于这样一个生物学的偶然事实，5，10 或 20 就成为计算方法的基础。但是也有人采用其他进位制。

(1) 十二进位制

逢十二进一，十二进位制的起源有多种说法，说可能与人的一只手的关节有关，除大拇指外，其余四个手指有十二个关节；又说可能与一年有 12 个月有关；又说 12 是所有两

位的“多倍数”中最小的一个，虽然比10大2，但约数却比10的约数多2个。10的约数有4个：1, 2, 5, 10；12的约数有6个：1, 2, 3, 4, 6, 12。尤其是10不能被3整除，而12却能被3整除，这是它的优势，用它作为除数被整除的机会多。

据说瑞典国王查理十二世（1682~1718）就极力推崇十二进位制。他率领军队窜扰北欧。这个外号叫“北方的狂人”的好战国王年轻时便死去了，因此没有能实行十二进位制。

这个国王为什么执意要将十进位制改为十二进位制呢？其理由应该不仅仅因为“十二世”的十二，一定还有别的更合理的理由。譬如，前面提到的“12的约数很多”这一事实。至今在欧洲的语言和习惯上仍然能看到十二进位制的痕迹。例如“12个”在西方又称为1打；在英语的数词中也是从one、two开始说到ten，但是11不是ten-one，12不是ten-two，而是eleven和twelve。

（2）六十进位制

60就更大了。而以这更大的60为基础，把六十进制付诸实际使用的是巴比伦王国。

巴比伦王国的六十进制现在在时间和角度的测量上仍然保留着。60秒是1分，60分是1小时，在角度上就是1度。这对于使用十进制的我们来说不太方便，可是要改变它与其说是困难的还不如说是是不可能的。如果改变，那现在使用的钟表就全部没用了，刻着角度的机械也全部要返工改造，似乎不值得付出牺牲去实行。无论如何，钟表和分度器上的六十进制会永存下去。

可是六十进制为什么会在巴比伦王国产生呢？目前有各种各样的说法，下面一种说法似乎最说得通。巴比伦王国是由许多小的部落逐渐扩大形成的一个国家。那时有必要把各地方纷杂的度量衡统一起来。所以有很多约数的60就很方便。如十进制的国家和十二进制的国家一起组成新的国家时，如果用10或12都能除尽的数，也就是以10和12的最小公倍数60为基础的话，对两国都合适。

（3）十六进位制

逢十六进一。十六进制从古至今一直应用于实际生活中。例如，我国旧制一斤=16两，欧洲1俄尺=16俄寸，1磅=16英两。

（4）二进位制

逢二进一。只用0和1两个数字进位。我国的《周易》最早产生了二进位制的思想萌芽。但是，最早发明用二进位制表示自然数的是17世纪英国数学家哈里奥特等，其中以德国数学家莱布尼茨最著名。

1946年，第一台电子计算机问世，二进位制数字被用来作为计算机的基本数。二进位制简洁，容易表达，但用它表示数时，书写冗长。为解决这个矛盾，电子计算机还采用八进位制、十六进位制等，这些数字的运算及它们之间的相互转化，便成了电子计算机的数字基础，故有人将其称为“电脑数字”。