

高等学校教材

概率论 与数理统计

曾凡平 黎协锐 秦 斌 编著

高等教育出版社

概率论与数理统计

Gailülun yu Shuli Tongji

曾凡平 黎协锐 秦 斌 编著

高等教育出版社·北京

内容提要

本书基于编者从事概率论与数理统计教学实践二十多年的心得和经验,精选概率论与数理统计学科的主要内容,融合实际应用问题编著而成。内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理、样本及抽样理论、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等内容,各章配有一定数量的练习题,并在书末附参考答案。

本书可供应用技术型普通高等院校非数学类专业作为教材使用,也可供工程技术人员和经济管理人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/曾凡平,黎协锐,秦斌编著

—北京:高等教育出版社,2016.8

ISBN 978-7-04-043748-5

I. ①概… II. ①曾… ②黎… ③秦… III. ①概率论

- 高等学校 - 教材 ②数理统计 - 高等学校 - 教材 IV.

①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 190169 号

策划编辑 李茜
版式设计 童丹

责任编辑 李茜
插图绘制 尹文军

特约编辑 李哲
责任校对 刘春萍

封面设计 王鹏
责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 国防工业出版社印刷厂
开本 787 mm × 960 mm 1/16
印张 21.25
字数 390千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版次 2016年8月第1版
印次 2016年8月第1次印刷
定价 33.20元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 43748-00

高等学校大学数学教学研究中心
项目研究成果

如何用好这本书

从设置的栏目谈起。

● **课前预习导引** 包括教学大纲解读、考研大纲解读及问题搜索。

教学大纲是课程学习的纲领性文件,给出了课程的基本内容、“教”和“学”的基本要求以及应达到的目标。学习者在学习过程中要了然于心,这样才能有的放矢、步步为“赢”。

考研大纲则是为方便有志于考研的学习者而列入的。

问题搜索旨在引导学习者自主学习并进行思考,在质疑、解疑中提高对内容的理解深度。学习者在进行预习时可以以作者提出的“共性”问题为路标,考量预习过程中对内容的理解程度,而对预习中自身产生的疑问可以以“个性”问题的方式专门列于“读者的问题”栏。当学习者带着这些疑问进入课堂时,由于是有备而来,定会事半功倍,收获惊喜。

● **整理、归纳和提升** 包括知识整理、技能归纳及能力提升。

知识整理是课程学习中不可或缺的环节,此举可以帮助你理清知识脉络,构建清晰完整的知识结构体系。我们以表格流程形式进行整理只是“抛砖引玉”,希望每一位学习者都能以自己的方式完成这项工作,那时定会感到“豁然开朗”。

技能归纳对课程学习中使用的解题方法和技巧进行了分析总结,旨在为学习者提供解决典型问题的基本工具。当浏览、阅读该部分内容后,一定不要忘记“实践”,因为实践是检验真理的唯一标准,也是知识转化为能力的必由之路。

能力提升包括停下来想一想栏目解惑、易错警示、思想方法释义三个模块。停下来想一想栏目解惑是对教材中“停下来想一想”栏目中的问题通过“寻源”、“反例”、“证明”等方式进行解答,只有认真研读该模块,才会领略到不一样的“景致”;以问题形式出现的易错警示将易混、难辨的典型问题通过辨析、正解的方式加以澄清,读到此处,务必细细思量,只有深刻理解、领悟了内容的实质,才能在遇到问题时,有应对的办法;思想方法释义是专为教材每章的开篇之语所设,这足以显示出其分量,当你在此驻足时,将会被广博、精深的数学思想方法包围,她会为你插上翱翔的翅膀,使你终身受益。

● **帮助与提高** 包括教材(A)类、(B)类题解答、考研连线及探究与应用。

教材(A)类、(B)类题解答和考研连线是为满足课程学习中不同学习者的

差异性需求而设。学习者可以按需取材,借力前行,但切记不可过分依恋而迷失自我。

探究与应用可谓是课程学习的“心灵鸡汤”,通过对基于课程所选理论素材和实际应用等问题进行追本寻源、递进剖析、猜想试探,将数学思维的精妙、数学应用的价值悄无声息地带给你面前。当你漫步于此,触碰到诸如揭开“邻接矩阵幂”的神秘面纱、度量基因的“距离”、探查 Durer 魔方、投资方案选择等问题时,必定会为其散发的特有气息吸引而流连忘返,这就是数学独特的魅力!

● 走进数学

数学发展到今天,历经漫漫历史长河。在这里,你将通过一篇篇、一段段沁人心脾、寓意深刻的短文,跟随作者走进生机盎然的数学花园,领略数学婀娜多姿的风采,感受数学文化、领会数学精神,进而走进数学。

俗话说“心相近,爱更近”,只有当你的心真正系于数学学习时,才能触摸到她强有力的脉搏,才能唤起隐匿于心底的爱意;当你的绵绵爱意如雨露般浸润她的心田时,才能感受到一直以来她对你的深情关注和默默支持,并知道她定会陪伴你一路前行。然而,你要切记:心动只是实现目标的前提,行动才是根本。快快行动吧!

第二版前言

本次修订仍保留了原有的栏目设置,除对每一栏目下的内容在语言表述上进行了精加工以外,还在一些细节上做了改动。

- 为配合教材的习题配置变化,在教材(A)类、(B)类题解答部分作了相应补充和修改;
- 对探究与应用部分进行了较大修改,选材更加注重“启发思维,领悟思想”和“激发兴趣,扩大视野”,以便读者能更好地品味数学思维的美妙,感受数学应用的魅力;
- 考研大纲解读更改为2016版,考研连线融入近年题型,进行相应优选、修改;
- 对走进数学部分进行了适当的改动;
- 为便于学习者全面了解本导学教材的功能特色和有效地使用本教材,增设了寄语学习者专栏——如何用好这本书。

本版修订工作由李乃华、徐立、耿峭峙完成。欢迎广大同行和读者对本版中的问题给予批评指正。

编 者

2016年4月

第一版前言

本套书是与罗蕴玲、李乃华、于义良等编著的《高等数学及其应用》《线性代数及其应用》《概率统计及其应用》相配套的导学教材,是科技部项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”和高等学校大学数学教学研究中心项目“基于创新人才培养的大学数学课程教学体系的统筹设计与实践”的研究成果。本套导学教材包括《伴你学数学——高等数学及其应用导学》《伴你学数学——线性代数及其应用导学》和《伴你学数学——概率统计及其应用导学》,主要面向使用该套主教材的学生,也可供教师参考。

随着社会的不断进步与高新技术的不断发展,数学作为一门具有高度抽象性、严谨逻辑性和广泛应用性的学科,其在培养人的综合素养方面的地位与作用日益提高,使得社会各界对高等学校的数学教育愈加关注。我们编写的这套导学教材,就是为了适应这种变化,更好地满足教师和学生的教与学需求,其具有“翻译”、“梳理”、“答疑解惑”、“启发开拓”四项功能,在“做中学、学中悟、悟中醒、醒中行”方面做了有益的尝试。

本套导学教材内容顺序的编排,既注意与主教材的同步性,又注意读者使用的方便性,与主教材具有相对独立性。每章包括如下四部分内容:

- **课前预习导引** 包括教学大纲解读和考研大纲解读及问题搜索;
- **整理、归纳和提升** 包括知识整理,技能归纳和能力提升;
- **帮助与提高** 包括主教材中(A)类和(B)类习题的解答及考研连线;
- **走进数学** 让学生感受数学文化、领会数学精神。

本套导学教材旨在将科学思维、科学方法的内涵融入数学基础课课程体系、教学内容和教学方法的改革与实践,充分发挥数学对学生能力、素质培养的功效益;让学生在课程学习中可以常“回味”和多“联想”,帮助学生掌握重点、领会问题的实质,引导学生自觉思考,启迪学生发现问题、分析问题和解决问题,更好地掌握和巩固基础知识与基本技能,提高数学素养,开阔视野。本套导学教材具有如下特色:

1. **教与学融合**:通过对教学大纲解读和编者提出问题及读者自设问题的方式,让学生明确学习目标,引导学生自主思考,在质疑、解疑中提升学生对知识的理解,激活求知欲;
2. **导与悟并行**:通过对知识点以表格流程和技能归纳的形式进行梳理,帮助

学生形成一个清晰完整的知识结构体系,在掌握知识的同时掌握各种题型的基本解题方法和技巧,做到有的放矢,触类旁通;与此同时,通过“停下来想一想栏目解惑”、“易错警示(辨错作答)”以及“思想方法释义”模块,把教材中不易理解的抽象知识“翻译”成通俗、具体的知识,帮助学生更直接、更有效地进行学习,领悟数学思想方法,达到增强学生学习能力、促进学生经历观察、试验、猜测、尝试、推理、交流、反思等活动的目的。

3. 面与点兼备:通过对教材分层习题(A)、(B)的详解和考研连线中对基础题、拓展题的分类设置,使不同层级的学生都开卷有益,以满足学生差异性发展的需求。

4. 探与行共存:通过对基于课程所选择的理论素材、实际应用、特殊要点等问题进行追本溯源、递进剖析、猜想试探,讲清楚数学思维和数学方法,讲明白应用的条件、方法和结果,开拓学生的思路和视野,培养学生的洞察力、理解力以及探索和发现问题的能力;让学生体会数学的魅力,真正走进数学、应用数学。

天津市教育委员会高教处及高等学校大学数学教学研究中心对项目研究给予了热心的指导和资助,在他们的关心和支持下,项目的研究与实践得以顺利进行,高等教育出版社的同志对本书的出版给予了热情的支持和帮助,没有他们的指导和出色编辑,就不可能有本套导学教材的面世。在此,我们一并致以最诚挚的感谢。

天津商业大学理学院长期从事经济管理类专业线性代数教学建设的老师们在该项目的教学研讨和实践中付出了辛勤劳动,正是他们的积极支持和鼓励才使我们以充沛的精力高标准地完成了本书的编写工作。在此,我们致以最诚挚的谢意。

我们期盼这套教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。同时,热情欢迎广大师生和读者提出批评与建议,让我们共同为持续提高数学课程的教学质量而不懈努力。

编者

2012.01.15

目 录

第 1 章 行列式	1
课前预习导引	1
一、大纲解读	1
1. 教学大纲解读	1
2. 考研大纲解读(2016 版)	1
二、问题搜索	1
整理、归纳和提升	3
一、知识整理	3
二、技能归纳	5
1. 计算逆序数的常用方法	5
2. 计算行列式的常用方法	5
3. 证明行列式的常用方法	16
4. 计算代数余子式和的常用方法	18
5. 应用克拉默法则解题的方法	19
三、能力提升	21
1. 停下来想一想栏目解惑	21
2. 易错警示	23
3. 思想方法释义	25
帮助与提高	26
一、教材(A)类习题解答	26
习题 1.1(A)	26
习题 1.2(A)	29
习题 1.3(A)	33
习题 1.4(A)	38
二、教材(B)类习题解答	40
习题 1.1(B)	40
习题 1.2(B)	42
习题 1.3(B)	45
习题 1.4(B)	48

三、考研连线	49
1. 基础题	49
2. 拓展题	55
四、探究与应用	55
令人称奇的范德蒙德行列式	55
走进数学	58
行列式的发展	58
第2章 矩阵	59
课前预习导引	59
一、大纲解读	59
1. 教学大纲解读	59
2. 考研大纲解读(2016版)	59
二、问题搜索	60
整理、归纳和提升	62
一、知识整理	62
二、技能归纳	65
1. 求方阵幂的常用方法	65
2. 计算方阵行列式的常用方法	67
3. 证明矩阵可逆的常用方法	68
4. 求逆矩阵的常用方法	68
5. 解矩阵方程的常用方法	71
6. 有关伴随矩阵的计算方法	72
7. 求矩阵秩的常用方法	73
三、能力提升	74
1. 停下来想一想栏目解惑	74
2. 易错警示	79
3. 思想方法释义	81
帮助与提高	83
一、教材(A)类习题解答	83
习题 2.1(A)	83
习题 2.2(A)	83
习题 2.3(A)	90
习题 2.4(A)	92
习题 2.5(A)	100

习题 2.6(A)	103
二、教材(B)类习题解答	106
习题 2.1(B)	106
习题 2.2(B)	107
习题 2.3(B)	110
习题 2.4(B)	110
习题 2.5(B)	114
习题 2.6(B)	116
三、考研连线	118
1. 基础题	118
2. 拓展题	123
四、探究与应用	128
揭开“邻接矩阵幂”的神秘面纱	128
走进数学	129
凯莱——矩阵论的创立者	129
第3章 向量 线性方程组	131
课前预习导引	131
一、大纲解读	131
1. 教学大纲解读	131
2. 考研大纲解读(2016版)	131
二、问题搜索	132
整理、归纳和提升	134
一、知识整理	134
二、技能归纳	138
1. 求解线性方程组的常用方法	138
2. 求解含参数线性方程组的常用方法	139
3. 判定一个向量由向量组线性表示的方法	142
4. 判定与证明向量组线性相关性的常用方法	145
5. 求向量组的秩与极大无关组的常用方法	147
6. 求向量空间的基与维数的常用方法	149
7. 求过渡矩阵与向量坐标的常用方法	150
三、能力提升	151
1. 停下来想一想栏目解惑	151
2. 易错警示	160

3. 思想方法释义	163
帮助与提高	166
一、教材(A)类习题解答	166
习题 3.1(A)	166
习题 3.2(A)	174
习题 3.3(A)	179
习题 3.4(A)	184
习题 3.5(A)	188
二、教材(B)类习题解答	193
习题 3.1(B)	193
习题 3.2(B)	198
习题 3.3(B)	202
习题 3.4(B)	204
习题 3.5(B)	207
三、考研连线	210
1. 基础题	210
2. 拓展题	220
四、探究与应用	223
探查 Durer 魔方	223
投入产出分析	225
走进数学	228
线性方程组——线性代数之核心	228
第 4 章 矩阵的对角化	230
课前预习导引	230
一、大纲解读	230
1. 教学大纲解读	230
2. 考研大纲解读(2016 版)	230
二、问题搜索	231
整理、归纳和提升	232
一、知识整理	232
二、技能归纳	234
1. 正交向量组和正交矩阵有关问题的常用解法	234
2. 求矩阵的特征值与特征向量的常用方法	236
3. 计算矩阵中参数的常用方法	238

4. 利用矩阵的特征值计算行列式及判断矩阵可逆的常用方法	239
5. 矩阵对角化问题的计算方法	240
6. 证明矩阵可对角化的常用方法	242
7. 利用特征值与特征向量反求矩阵的常用方法	243
8. 利用矩阵对角化求方阵幂的方法	244
三、能力提升	246
1. 停下来想一想栏目解惑	246
2. 易错警示	249
3. 思想方法释义	251
帮助与提高	253
一、教材(A)类习题解答	253
习题 4.1(A)	253
习题 4.2(A)	258
习题 4.3(A)	263
习题 4.4(A)	268
二、教材(B)类习题解答	275
习题 4.1(B)	275
习题 4.2(B)	277
习题 4.3(B)	281
习题 4.4(B)	287
三、考研连线	291
1. 基础题	291
2. 拓展题	301
四、探究与应用	304
度量基因的“距离”	304
投资方案选择的数学模型——层次分析法	306
走进数学	310
矩阵论发展简史	310
第 5 章 二次型	312
课前预习导引	312
一、大纲解读	312
1. 教学大纲解读	312
2. 考研大纲解读(2016 版)	312
二、问题搜索	313

整理、归纳和提升	314
一、知识整理	314
二、技能归纳	315
1. 化二次型为标准形的常用方法	315
2. 二次型中确定相关参数的方法	318
3. 判定及证明正定二次型、正定矩阵的常用方法	319
4. 判定及证明半正定二次型、半正定矩阵的常用方法	321
5. 求二次型最值的常用方法	321
三、能力提升	322
1. 停下来想一想栏目解惑	322
2. 易错警示	326
3. 思想方法释义	327
帮助与提高	329
一、教材(A)类习题解答	329
习题 5.1(A)	329
习题 5.2(A)	332
习题 5.3(A)	337
习题 5.4(A)	339
二、教材(B)类习题解答	343
习题 5.1(B)	343
习题 5.2(B)	345
习题 5.3(B)	347
习题 5.4(B)	350
三、考研连线	352
1. 基础题	352
2. 拓展题	355
四、探究与应用	356
二次型理论的几何应用	356
走进数学	360
二次型的产生	360
参考文献	361

第1章 行列式

课前预习导引

一、大纲解读

1. 教学大纲解读

(1) 教学内容

n 级排列, 逆序数, 奇偶排列, 对换, n 阶行列式的定义; 转置行列式, 行列式的性质及推论; 余子式, 代数余子式, 行列式展开定理及推论, 范德蒙德行列式, 拉普拉斯定理; 克拉默法则及两个推论.

(2) 教学要求

① 了解全排列、逆序数、代数余子式的概念; 了解 n 阶行列式的定义; 掌握行列式的基本性质.

② 会应用行列式定义及性质和行列式展开定理计算较简单的行列式.

③ 了解克拉默法则及推论.

2. 考研大纲解读(2016 版)

(1) 考试内容

行列式的概念和基本性质, 行列式按行(列)展开定理.

(2) 考试要求

① 了解行列式的概念.

② 掌握行列式的性质和行列式按行(列)展开定理.

③ 会应用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.

二、问题搜索

第 1.1 节 n 阶行列式

问题:

$$1. \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 a_4 \text{ 是否正确? 如果不正确, 错在哪里?}$$

2. $1, 2, \dots, n$ 怎样排列逆序数最大? 等于多少?
3. 计算 4 阶行列式时, 可否采用如三阶行列式的对角线法则?
4. 行列式中, 行与列的地位是否对等?

读者的问题:

第 1.2 节 行列式的性质

问题:

1. 行列式有哪些性质?
2. 利用性质将行列式化为何种形式就可以完成计算?
3. 计算行列式的主要方法有哪些? 这些方法一般在什么情况下使用?

读者的问题:

第 1.3 节 行列式按行(列)展开

问题:

1. 行列式展开定理的内容是什么? 利用展开定理计算行列式时需要注意哪些问题?
2. 行列式展开定理的推论是什么? 它与行列式展开定理的区别是什么?
3. 何时利用拉普拉斯定理计算行列式比较简单?

读者的问题:

第 1.4 节 克拉默法则

问题:

1. 克拉默法则适用于哪类线性方程组的求解?
2. 克拉默法则的推论有哪些应用?
3. 什么情况下应用克拉默法则解线性方程组比较方便?

读者的问题: