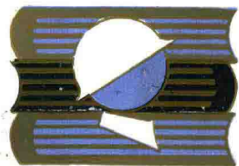


少年 百科 丛书

●●● 精选本



奇妙的九

杨勇先

shao nian bai ke cong shu jing xuan ben

● 全国第一套以少年为对象的大型丛书。

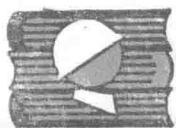
● 着眼于启发思想，丰富知识，培养能力，引起兴趣。

● 被专家、学者誉为“通向知识海洋的窗口”，“哺育巨人的乳汁”。

● 1978年出版以来，累计印行 5000万册。

● 原教育部曾发出专门文件向全国中小学生推荐。

● 中国少年儿童出版社



少年百科丛书精选本

奇妙的九

杨勇先

封面设计：李恒辰

插图：王庆生

● 中国少年儿童出版社

内 容 提 要

9 是最大的数字，它有许多奇妙的性质和用处。本书通过生动有趣的故事，介绍了一些关于 9 的数学知识。

奇 妙 的 9

杨 勇 先 著

*

中国少年儿童出版社 出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

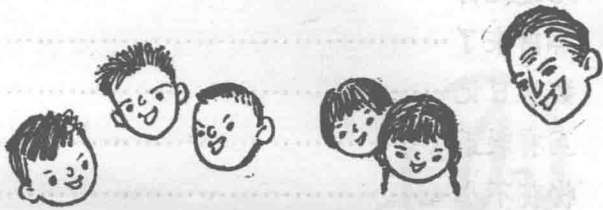
*

787×1092 1/32 3.25印张 2插页 40千字

1979年10月北京第1版 1989年8月北京第3次印刷

定价 1.60 元

11	外真習莫	六
11	会動益以	十
83	进商人學	一十
83	點文代童	二十
P9	利天	三十
11		四十
13		五十
80		六十
17		七十
77		八十
18		九十
18		十二
80	商勢同共	一二
00	款不定矣	二二



目 次

一	一次游戏.....	2
二	答数错了.....	6
三	灵活运用.....	12
四	一道趣题.....	18
五	研究余数.....	22
六	循环小数.....	25
七	寻找秘密.....	31
八	远方来信.....	36

九	算得真快	41
十	灯谜晚会	44
十一	学人所长	48
十二	意外发现	55
十三	无边无际	59
十四	解出来了	61
十五	数学日记	64
十六	互有联系	68
十七	收获不小	74
十八	连续整除	77
十九	等和不等	81
二十	几何三角	86
二一	共同提高	92
二二	其实不难	99

目 录

9	数学日记	一
10	算得真快	二
11	学人所长	三
12	意外发现	四
13	无边无际	五
14	解出来了	六
15	数学日记	七
16	互有联系	八
17	收获不小	九
18	连续整除	十
19	等和不等	十一
20	几何三角	十二
21	共同提高	十三
22	其实不难	十四

1 2 3 4 5 6 7 8



在十进制中，9 是最大的一个数字，再多一个，就要进位了。

9 这个数很简单，它有许多奇妙的性质。通过生动有趣的例子，来了解一下 9 的一些性质和用途，对我们学习开动数学脑筋，练习寻找数学的变化规律，都是有帮助的。

下面讲的，是几个初中同学越来越喜爱数学的故事。在这当中，9 起了很好的作用。

一 一 次 游 戏

小王和小张是同班同学。在小学的时候，他们没有学好数学，也不喜欢数学。一起进了中学，两年来，在李老师的耐心帮助下，他们越来越喜欢数学了，特别爱钻研各种有趣的数学问题。这一天，他们去看望李老师，想请他出一些题给他们做。

李老师笑了笑，说：“今天我们做一个游戏吧！你们每人任意想一个正整数，按照我说的进行运算，我就能知道你们的答案是多少。”

“真的？”

“当然是真的。你们每人拿一张纸，各人算各人的，不要互相看。”

等他们准备好了，李老师说：“你们每人任意想一个正整数，——想好了吗？”

“想好了。”小王在纸上写了一个数——7。

“给这个数加上任意一个正整数。”

小王写： $7 + 4 = 11$ 。

“把所得的和，用任意一个正整数乘。”

小王写： $11 \times 6 = 66$ 。

“把所得的积，再用小于乘积的任意一个正整数来除。”李老师说。

小王继续写： $66 \div 5 = 13$ 余 1。

“如果不能整除，把商和余数相加。”

小王写： $13 + 1 = 14$ 。

“然后把计算结果，用 45 乘。”

小王算： $14 \times 45 = 630$ 。

“现在，把所得的积的各位数字加起来，比如得到 231，就 2 加 3、再加 1 得 6。加起来如果是两位以上的数，再这样相加下去，直到得到一位数字时为止。比如第一次相加后得到 43，就把 4 和 3 加起来，得到 7。”

小王按李老师说写的写： $6 + 3 = 9$ 。

“你们都得到一位数字了吧？”

“是的。”

“现在，你们把所得的结果用 3 乘。”

小王写： $9 \times 3 = 27$ 。

“再给积加上 23。”

小王写： $27 + 23 = 50$ 。

李老师说：“你们的答案是不是 50？”

“对！”“是的！”小王和小张高兴得站了起来，异口同声地问道：“老师，你是怎样知道我们的答案的？为什么答案都是 50？”

李老师说：“你们先互相看一看所设的数和计算过程吧！”

小王先看完小张的计算过程，惊讶地说：“真奇怪！我们所设的数，所加、所乘、所除的数都不一样，可最后的答案都是 50，真巧呀！”

李老师笑了，看着他们的草稿纸说：“这是由于你们的一个老朋友在作怪。这个朋友，你们每天见面，每天和它打交道，可是你们对它的脾气和特点，还不完全了解。这个老朋友，你们猜是谁？”

小王和小张想了一会，说：“不知道。”

“就是 9。”

“9？”“9？”

“就是这个老朋友。”李老师说接着说，“刚才这个游戏，关键的一步，就是我让你们用 45 乘你们前面的计算结果。因为 45 等于 5 乘 9，就等于用 5 乘后再用 9 乘，所得的结果，必然是 9 的倍数。凡是 9 的倍数，它的各位数字相加后，最后的结果必然是 9。用 3 乘 9，再

加 23,那当然是 50 了!至于乘 45 之前的各种运算,目的是要得到一个正整数。只要能保证得到一个正整数,怎么运算都行。”

弄清了这个游戏的秘密,小王、小张高兴地说:“真有意思!”

李老师说:“9 的学问还多着哩!”

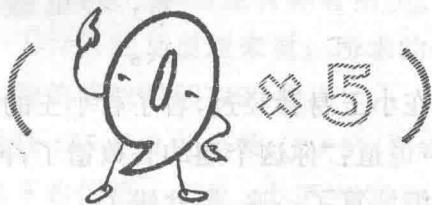
善于动脑筋的小王问道:

“老师,刚才的游戏,如果不用 45 乘,而用 9 或者 18、27、36、54 等 9 的倍数乘,那么,积的各位数字相加,所得的最后结果,是不是也是 9 呢?”

李老师答道:“对,也是 9!你们回去还可以再算一算,想一想其中的道理。”

小王和小张知道李老师还要批改作业,就告辞了。

李老师说:“好,欢迎你们常来!”



三

答数错了



教室里静悄悄的。只能听见写字和翻书的声音。同学们都在聚精会神地上自习。李老师轻轻地移动着脚步，看见同学们认真学习的情景，心里感到异常高兴。

李老师在小王身旁经过，看了看小王的练习本，就弯下腰，小声说道：“你这个题的答数错了，再算一遍看看。”小王仔细地算了一遍，果然错了。

下了自习，小王问李老师：“老师，我算的那个题，数那么大，你怎么一看就知道错了？”

李老师说：“关于这个问题，我想利用一些时间，给同学们都讲一讲。你和大家商量一下，看什么时候讲合适？”

下面，就是李老师讲的关于9的乘法：

我们都知道， $2 \times 9 = 18$ ， $3 \times 9 = 27$ ，

$4 \times 9 = 36$ ， $5 \times 9 = 45$ ， $6 \times 9 = 54$ ，

$7 \times 9 = 63$ ， $8 \times 9 = 72$ ， $9 \times 9 = 81$ 。

我们观察18, 27, 36, 45, ……这些数， $1 + 8 = 9$ ， $2 + 7 = 9$ ， $3 + 6 = 9$ ， $4 + 5 = 9$ ，等等，可见凡是9的倍数，它的各位数字的和，必然是9或者是9的倍数。根据9的这个性质，我们就可以检验9的乘法是不是做错了。

例如，计算 $42516 \times 9 = 382644$ ，我们就可以把乘积的各位数字加起来， $8 + 2 = 10$ ， $6 + 4 = 10$ ， $3 + 4 = 7$ ； $10 + 10 + 7 = 27$ ；27可以被9整除。如果加起来的数不能被9整除，那就可以肯定计算有错误。

就拿小王计算的那道题来说，所求的棉花株数是 2456×135 ，他的答数是331460株。

因为乘数135是9的倍数（ $1 + 3 + 5 = 9$ ），所以乘积也应该是9的倍数。可是，小王的答数是 $3 + 3 + 1 + 4 + 6 = 17$ ，17不能被9整除，所以我知道他算错了。又因为17比9的倍数少1，所以很可能是某一位少

算了1。他又仔细算了一遍，才得出正确的答案是331560株。可以看出，百位数字是5，他错算成4，少算了1。

9的这个特性，还有很多用途。为了帮助大家记忆，下面，我们来做一个游戏吧！

同学们，请你们想一个两位数，然后用99乘，把所得的结果中最后两位数字告诉我，我就可以知道前面的数字，并且可以知道你们想的数是多少。好，现在你们算吧！

小王，你的结果最后两位数字是58，好，它的前两位数字是41，而你所想的数是42，对吧？

小张，你的答案中最后两位数字是47，那它的前两位数字是52，你原来想的数是53，对吧？

我都说对了。你们问这是什么道理，好，那就让我们共同来揭开它的秘密吧！说穿了，它的道理也是很简单的。

我们先计算下面两个算式：

$$99 \times 47 = 4653, \quad 99 \times 83 = 8217。$$

仔细看看，答案的前两位数字，等于乘数减1；后两位数字，等于99减前两位数字。例如在第一个乘法算式中，积的前两位数字 $46 = 47 - 1$ ；后两位数字 $53 = 99 - 46$ 。掌握了这个规律，我们就可以直接写出

99乘两位数字的积来，当然也就可以做刚才的这个游戏了。

例如要计算 99×57 ，积的前两位是 $57 - 1 = 56$ ；第三位数字是 $9 - 5 = 4$ ；最后一位数字是 $9 - 6 = 3$ 。

所以， $99 \times 57 = 5643$ 。

同理， $99 \times 11 = 1089$ ，

$99 \times 99 = 9801$ 。

由此可见，只要乘数是大于10的两位数字，它与99的乘积总是四位数字。

这里面还有一个规律，乘数的两位数字的和如果等于10，它乘99的积的数字是对称的。例如，

$$99 \times 46 = 4554, \quad 99 \times 19 = 1881,$$

$$99 \times 73 = 7227, \quad 99 \times 37 = 3663.$$

我们再观察下面的算式：

$$99 \times 11 = 1089, \quad 99 \times 22 = 2178,$$

$$\begin{array}{l} 99 \times 11 = 1089 \\ \hline 1089 \quad 9801 \\ 9801 = 99 \times 99 \\ 1 + 0 + 8 + 9 = 18 \\ 1 + 8 = 9 \end{array}$$



每个数 $99 \times 33 = 3267$, $99 \times 44 = 4356$ 。

当你把其中任一个四位数字倒转过来后，它又等于另外一个两位数与 99 的乘积。例如把 1089 倒转后得 9801，它等于 99×99 。同样，把 2178、3267 和 4356 倒转后，可得 $8712 = 99 \times 88$, $7623 = 99 \times 77$, $6534 = 99 \times 66$ 。

这就是说，11 和 99，22 和 88，33 和 77，44 和 66，都成双配对，和都是 110，可以相互倒转计算。

用类似的方法，我们还可以很方便地求出 999 与大于 100 的三位数的乘积。

例如， $999 \times 427 = ?$

显然，它的乘积是六位数字，前三位数字是 $427 - 1 = 426$ ，第四位数字是 $9 - 4 = 5$ ，第五位是 $9 - 2 = 7$ ，最后一位是 $9 - 6 = 3$ 。

所以， $999 \times 427 = 426573$ 。

这样，知道了积中最后三位数字是 573，我们也可以求出积的前三位是 426，而且还可以知道乘数是 427。

根据这个道理，9999 与大于 1000 的四位数相乘，99999 与大于 10000 的五位数相乘，我们都可以很快地写出正确的答案。这留给你们自己去练习吧！

上面说的 9 的乘法，是一种特殊情况。在一般情

况下，我们可以采用下面的方法来进行计算：

$$236 \times 9 = 236 \times (10 - 1) = 2360 - 236 = 2124,$$

$$43 \times 19 = 43 \times (20 - 1) = 860 - 43 = 817,$$

$$46 \times 49 = 46 \times (50 - 1) = 2300 - 46 = 2254,$$

$$476 \times 99 = 476 \times (100 - 1) = 47600 - 476 = 47124,$$

$$2458 \times 999 = 2458 \times (1000 - 1)$$

$$= 2458000 - 2458 = 2455542。$$

这样计算，比用普通方法快。



我们常常要算各种数的平方。简单的数好算，复杂的数，特别是带9的数，算起来比较麻烦，还容易错。

好些日子了，小王一直想利用9的特性来速算有9的数的平方，都没有成功。学了二数差的平方公式后，小王心里开了窍，觉得这个公式，可以利用来算有9的数的平方。想着，他就试着算开了：

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$\begin{aligned} 29^2 &= (30-1)^2 = 30^2 - 2 \times 30 \times 1 + 1^2 \\ &= 900 - 60 + 1 = 841. \end{aligned}$$

可以呀！小王心里高兴地说。他把这个方法告诉