

新型粒子群优化模型及应用

申元霞 王国胤 著



科学出版社

新型粒子群优化模型及应用

申元霞 王国胤 著

本书得到国家自然科学基金（61300059、61502010）资助

科学出版社

北 京

内 容 简 介

粒子群优化 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法是在鸟群、鱼群及人类的行为规律的启发下提出的, 具有概念简单、控制参数少、易于实现等优点。PSO 自提出以来受到了研究者的广泛关注, 并在诸多领域获得了成功应用。但是, PSO 研究也存在亟需解决的问题, 如优化过程中容易出现早期收敛或停滞的现象, 无法促使种群进化发展; 粒子的信息加工方式与优化性能的关系; 运动方程中学习参数的设置对群体进化的影响; 如何平衡进化过程中收敛速度和收敛精度等问题。针对这些问题, 本书提出了相应的理论分析和改进算法, 并将改进算法应用于实际问题。

本书可以作为高等院校计算机科学与技术、控制科学与工程、应用数学、运筹与管理等相关专业高年级本科生和研究生的教材, 也可供从事群体智能研究的科研人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

新型粒子群优化模型及应用 / 申元霞, 王国胤著. —北京: 科学出版社, 2016

ISBN 978-7-03-049656-0

I. ①新… II. ①申… ②王… III. ①计算机算法—最优化算法 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 201408 号

责任编辑: 王 哲 邢宝钦 / 责任校对: 张怡君

责任印制: 张 伟 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 9 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016 年 9 月第一次印刷 印张: 9 3/4

字数: 195 000

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

最优化是人们在科学研究、工程技术和经济管理等诸多领域中经常遇见的问题，其目的是在满足一定约束条件下，寻找一组参数值，使系统的某些性能指标达到最优（如最大、最小等）。随着科学和技术的发展，以及人们所面对的优化问题复杂性的增加（如约束条件多、变量维数高、非线性强等），传统优化方法所求解的精度变差，有的甚至无法求解。群体智能优化算法通过模拟社会性动物的各种群体行为，利用群体中个体之间的信息交互和合作来实现寻优的目的，为传统优化方法难以有效解决或无法解决的优化问题提供了新的求解思路。

粒子群优化（Particle Swarm Optimization, PSO）作为群体智能优化算法最新的实现模式之一，具有概念简明、参数少和优化性能良好等特点，已成为近年来新兴的优化方法，受到了广泛的关注，并在函数优化问题、电力系统、数据挖掘和无线传感器网络应用等诸多领域获得了成功应用。但是，PSO 研究也存在亟需解决的问题，首先，在 PSO 优化过程中容易出现早期收敛或停滞的现象，这主要是由于在 PSO 进化的后期，种群多样性的匮乏无法促使种群进化发展；其次，粒子通常保持自身经验和群体共享经验两种信息的搜索引导模式，目前 PSO 模型对这两种信息采用了独立随机加权的加工方式，这种信息加工方式是否利于算法的优化性能是一直未被解决的问题；最后，PSO 虽然概念简明，但是缺乏对信息加工机制的研究，无法为算法性能的改善提供理论的依据。

我们将课题组多年的研究成果进行总结和提炼，并结合国内外 PSO 的最新研究成果撰写本书，全书共分为 10 章，各章内容安排如下。

第 1 章为绪论，主要介绍了优化问题及其分类；阐述了群体智能的定义和特征；描述了 PSO 算法的来源及模型；最后分别从算法的改进、算法的应用和算法的理论研究三个方面阐述了 PSO 算法的研究现状。第 2 章介绍了几种具有代表性的 PSO 算法，即带线性惯性权重的 PSO 算法、时变加速系数 PSO 算法、骨干 PSO 算法、全信息 PSO 算法和广泛学习 PSO 算法。第 3 章分析了 PSO 算法中学习参数惯性权重、加速系数与种群下一时刻多样性的数学关系，为 PSO 利用学习参数控制种群多样性提供有力的数学理论依据。第 4 章针对 PSO 算法中粒子如何合理利用自身经验信息和群体共享信息的问题，提出了相关性 PSO 模型，分析了关联因子间相关程度与算法收敛性的关系，同时给出了相关性 PSO 模型的收敛条件。第 5 章给出了基于概率统计特性的相关性 PSO 模型分析方法，并得出了运动方程中学习因子和继承因子的概率分布，以及参数间的相依性与群体多样性之间的关系。随后提出了一种自

适应相关性 PSO 算法,在不引入新参数和增加算法复杂度的情况下,提高了算法收敛速度和收敛精度。第 6 章提出了双学习模式相关性 PSO 算法和三学习模式相关性 PSO 算法,以提高算法的收敛性和鲁棒性。第 7 章研究了多目标相关性 PSO 算法,算法中采用多个改进策略,可以有效逼近真实 Pareto 前沿且分布均匀,并且在求解精度和稳定性上具有优越性。第 8 章分析了骨干 PSO 算法早期收敛的原因,并提出了改进的骨干 PSO 算法。第 9 章将相关性 PSO 算法应用于证券投资组合问题。第 10 章将骨干 PSO 算法应用于图像处理。在附录部分提供了 3 种 PSO 算法的 MATLAB 语言程序源代码和相关公式的计算过程。

本书内容主要来源于作者读博士以来从事的相关研究工作,感谢西南交通大学靳蕃教授、李天瑞教授等给予的指导和帮助。感谢国家自然科学基金(61300059、61502010)、安徽省自然科学基金(1608085QF146)、安徽省教育厅科学研究重大项目(KJ2015ZD39)对研究项目的资助。在本书的撰写过程中,参考了大量国内外文献,在此向相关文献作者表示感谢!

鉴于作者水平及认知的局限性,书中难免存在不妥之处,恳请广大读者和专家批评指正。

作 者

2016 年 4 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 优化理论的基本概念	1
1.2 群体智能概述	1
1.3 PSO 模型	3
1.3.1 PSO 模型的思想来源	4
1.3.2 PSO 模型的基本原理	5
1.4 PSO 的研究现状	6
1.4.1 PSO 的优化性能	6
1.4.2 PSO 的理论分析	9
1.4.3 PSO 的应用研究	9
1.5 本书的组织结构	10
参考文献	11
第 2 章 粒子群优化算法	22
2.1 带线性惯性权重的 PSO 算法	22
2.2 时变加速系数 PSO 算法	23
2.3 骨干 PSO 算法	23
2.4 全信息 PSO 算法	24
2.5 广泛学习 PSO 算法	25
2.6 本章小结	26
参考文献	26
第 3 章 PSO 算法的学习参数与种群多样性关系	28
3.1 引言	28
3.2 种群多样性的定义	28
3.3 种群多样性的期望	29
3.4 学习参数与种群多样性的关系	32
3.4.1 惯性权重对多样性期望的影响	32
3.4.2 加速系数对多样性期望的影响	34

3.4.3 惯性权重和加速系数对多样性期望的共同影响	36
3.5 本章小结	38
参考文献	39
第4章 相关性 PSO 模型	41
4.1 引言	41
4.2 随机因子的认知分析	42
4.3 基于 Copula 的相关性 PSO 模型	42
4.3.1 关联因子及其度量	42
4.3.2 Copula 函数	43
4.3.3 模型描述	44
4.3.4 模型实现	46
4.4 相关性 PSO 模型的种群多样性分析	47
4.4.1 种群多样性的数学期望	47
4.4.2 实验分析	50
4.5 相关性 PSO 模型的收敛性分析	51
4.5.1 粒子位置收敛性分析	51
4.5.2 粒子位置方差收敛性分析	52
4.6 仿真实验	55
4.7 本章小结	58
参考文献	58
第5章 PSO 学习参数的概率特性分析	61
5.1 引言	61
5.2 相关性 PSO 学习参数的概率特性	62
5.2.1 SPSO 学习参数的概率特性及分析	62
5.2.2 PL-CPSO 学习参数的概率特性及分析	65
5.2.3 NL-CPSO 学习参数的概率特性及分析	66
5.3 自适应相关性 PSO 算法	67
5.3.1 算法原理	67
5.3.2 仿真实验	69
5.4 本章小结	71
参考文献	71
第6章 多学习模式相关性 PSO 算法	73
6.1 引言	73

6.2	双学习模式相关性 PSO 算法	74
6.2.1	全局学习模式	74
6.2.2	学习模式间的交互	75
6.2.3	双学习模式相关性 PSO 算法的描述	75
6.2.4	仿真实验	76
6.3	三学习模式相关性 PSO 算法	88
6.3.1	算法描述	88
6.3.2	仿真实验	89
6.4	本章小结	92
	参考文献	92
第 7 章	求解多目标优化的问题	94
7.1	引言	94
7.2	多目标优化	95
7.2.1	多目标优化问题的数学描述	95
7.2.2	主要的多目标 PSO 算法	96
7.3	多目标相关性 PSO 算法	97
7.3.1	策略设计	97
7.3.2	算法描述	98
7.4	仿真实验	99
7.4.1	实验设计	99
7.4.2	实验结果分析	100
7.5	本章小结	104
	参考文献	104
第 8 章	改进的骨干粒子群算法	106
8.1	引言	106
8.2	BBPSO 算法及其运动行为分析	107
8.2.1	BBPSO 算法	107
8.2.2	BBPSO 行为分析	107
8.3	并行协作 BBPSO	108
8.3.1	主群的学习机制	108
8.3.2	从群的学习机制	109
8.3.3	交互机制	110
8.4	数值实验及分析	110
8.4.1	测试函数和参数设置	110

8.4.2	评价指标	111
8.4.3	算法的收敛精度和速度比较	111
8.5	本章小结	114
	参考文献	114
第 9 章	证券投资组合问题中的应用	116
9.1	引言	116
9.2	证券投资组合模型分析	117
9.2.1	证券投资组合的概率准则模型	117
9.2.2	多因素证券投资组合模型	118
9.3	相关性 PSO 求解证券投资组合问题	120
9.3.1	基于单目标的证券投资组合问题求解	120
9.3.2	基于多目标的证券投资组合问题求解	121
9.4	仿真实验	122
9.4.1	求解证券投资组合的概率准则模型实验	122
9.4.2	求解多因素证券投资组合问题实验	123
9.5	本章小结	127
	参考文献	128
第 10 章	基于骨干粒子群算法的图像分割方法	129
10.1	引言	129
10.2	最佳阈值选取	129
10.3	基于 BBPSO 的多阈值分割算法	130
10.4	仿真实验与性能测试	130
10.4.1	参数设置	130
10.4.2	实验结果	131
10.5	本章小结	133
	参考文献	134
附录 1		136
附录 2		142

第 1 章 绪 论

1.1 优化理论的基本概念

最优化是人们在科学研究、工程技术和经济管理等诸多领域中经常遇见的问题,其目的是在满足一定约束条件下,寻找一组参数值,使系统的某些性能指标达到最优(如最大、最小等)^[1]。优化问题根据目标函数、约束函数的性质可以划分成许多类型,如单目标优化、多目标优化、无约束优化、约束优化等。优化问题的求解通常使用数学建模的方法来描述优化问题,并通过分析模型来选择合适的优化方法,最后利用计算机进行求解。

不失一般性,最优化问题可表示为如下的数学形式:

$$\begin{aligned} \min y = F(X) &= (f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X)) \\ \text{s.t. } X \in S &= \{X \mid g_j(X) \leq 0, j=1, 2, \dots, q; h_i(X) = 0, i=1, 2, \dots, p\} \end{aligned} \quad (1.1)$$

式中, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ 是决策变量; $y = F(X)$ 为目标函数; m 为目标函数的个数; $g_j(X)$ 为不等式约束函数; q 为不等式约束函数的个数; $h_i(X)$ 为等式约束函数; p 为等式约束函数的个数; S 为可行域。当决策变量为离散取值时,最优化问题为组合优化问题;当策略变量为连续取值时,最优化问题为连续优化问题。式(1.1)仅含有一个目标,则称为单目标优化。

如果研究问题的目标函数是最大化问题,可通过 $\min(-F(X))$ 转化为最小化问题。当 $X \in S$ 时,称 X 为式(1.1)的可行解。如果存在某个 $\varepsilon > 0$, 对于所有满足 $\|x - x^*\| \leq \varepsilon$ 的 $x \in S$ ($\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数), 有 $F(x^*) \leq F(x)$, 则点 x^* 称为一个局部最优解。如果对于所有的 $x \in S$, 有 $F(x^*) \leq F(x)$, 则点 x^* 称为全局最优解。

如果待优化函数是单峰函数,则该函数仅具有一个全局最优解;如果函数是多峰函数,则该函数在某个领域内含有多个局部最优解。经典的局部优化方法对于单峰函数的求解是有效的,但很难找到多峰函数的全局最优解。

1.2 群体智能概述

随着科学技术的发展,实际的优化问题也变得越来越复杂。优化问题表现出复杂性、约束性、非线性、多极小值、建模困难等特点,因此传统优化方法求得解的精度差,有的甚至无法求解^[2]。

群体智能 (Swarm Intelligence, SI) 是一种在自然界生物群体表现出的智能现象启发下提出的人工智能模式, 是简单生物群体的涌现现象的具体模式研究。SI 利用群体优势, 在没有集中控制, 不提供全局模型的前提下, 为寻找复杂问题解决方案提供了新的思路。

SI 的思想来源于仿生学, 主要是对蜜蜂、蚂蚁、大雁等这类群居生物群体行为的观察和研究。仿生学是研究生物系统的特征、性状、原理、行为以及相互作用, 从而为工程技术提供新的设计思想、工作原理和系统构成的技术科学, 并通过观察、分析、研究掌握的自然界生物所具有的各种各样的特殊本领模拟、移植到各个工程技术领域中, 为促进人类社会进步发展所用^[3]。SI 通过研究集群生物系统的行为及相互作用, 为优化技术提供了新的研究思路。

人们在很早的时候就对自然界中存在的群集行为感兴趣, 如大雁在飞行时自动排成人字形, 蝙蝠在洞穴中快速飞行却可以互不碰撞, 蚁群集体采集食物等。最早关于 SI 的研究是 Reynolds^[4]在 1986 年提出一个用于模拟鸟类聚集飞行行为的仿真模型 BOID, 即通过对现实世界中这些群体运动的观察, 在计算机中复制重建这些运动轨迹, 并对这些运动进行抽象建模以发现新的运动模式。随后 Bonabeau 等发表在国际权威期刊 *Nature* 上题为“来自社会昆虫的优化思想”^[5], 以及 Kennedy 等的《群体智能》^[6]极大地推进 SI 的发展。

SI 是基于自治、非中央控制系统的聚合行为的人工智能, 是一种模仿自然界动物昆虫觅食筑巢行为的新兴演化计算技术^[7]。SI 具有以下特点^[8]。

(1) 群体中相互合作的个体是分布式的, 不存在中心控制, 因而它更能够适应当前网络环境下的工作状态, 并且具有较强的鲁棒性, 即不会由于某一个或几个个体出现故障而影响群体对整个问题的求解。

(2) 每个个体只能感知局部信息, 不能直接拥有全局信息, 并且群体中每个个体的能力或遵循的行为规则非常简单, 因而 SI 的实现比较方便, 具有简单性的特点。

(3) 个体之间通过非直接通信的方式进行合作。由于 SI 可以通过非直接通信的方式进行信息的传输与合作, 所以随着个体数目的增加, 通信开销的增幅较小, 也就是说, 它具有较好的可扩充性。

(4) 自组织。群体通过简单个体的交互突现出复杂的智能行为。

这些特点说明实现 SI 的智能主体必须能够在环境中表现出自主性、反应性、学习性、自组织性、多样性以及自适应性等智能特性。但是, 在群体中的每个个体的能力在 SI 中并得不到重视。就像单只蚂蚁智能不高一样, 组成群体的每个个体都只具有简单的智能, 它们通过相互之间的合作表现出强大的和复杂的智能行为。可以说, SI 的核心是由众多单个个体组成的群体通过相互之间交流和合作来实现某一功能。其中, 单个个体只具有简单的能力或智能, 而交流和合作是指个体和与其

邻近的个体进行的直接通信或通过改变环境间接与其他个体通信,从而可以相互影响、协同动作^[9]。

目前 SI 主要的实现模式有 PSO 算法^[10] (又称为微粒群优化)、蚁群算法^[11] (Ant Colony Optimization, ACO)、文化算法^[12] (Culture Algorithm, CA)、人工鱼群算法^[13] (Artificial Fish Swarm Optimization, AFSO)、细菌觅食算法^[14] (Bacterial Foraging Algorithm, BFA)、布谷鸟^[15] (Cuckoo Search, CS) 算法、人工蜂群^[16] (Artificial Bee Colony, ABC) 算法、萤火虫算法 (Firefly Algorithm, FA)^[17] 等,其中 PSO 和 ACO 受到了人们广泛的关注。ACO 是对蚂蚁群落食物采集过程的模拟,已成功应用于许多离散优化问题。PSO 起源于对鸟群觅食行为和简单社会行为系统的模拟,该算法更多用于连续空间内的优化问题求解。SI 方法主要用于解决各类优化问题,其应用领域已扩展到多目标优化^[18]、机器人控制^[19]、客户转移模式挖掘^[20]、电力系统^[21]、优化生产线(车间)上的作业调度^[22]、资源配置^[23]、机器学习^[24]、聚类分析^[25]、通信传感技术^[26]、生物信息处理^[27] 等方面。大量的应用研究已证明 SI 方法是一种能够有效解决大多数全局优化问题的新方法。

经过十多年的发展,SI 理论凭借其简单的算法结构和优异的问题求解能力,取得了令人瞩目的成果。与大多数基于梯度传统优化算法不同,SI 依靠的是概率搜索算法。虽然概率搜索算法通常要采用较多评价函数,但与梯度方法相比,其优点还是显著的^[28],包括以下几个方面。

(1) 无集中控制机制,不会因某些个体的失效影响整个问题的求解,系统具有更强的鲁棒性。

(2) 采用间接的信息交流方式,确保系统具有良好的可扩展性。

(3) 具有潜在的并行性和分布式特点,易于开发分布式并行算法模型。

(4) 对问题定义的连续性及梯度信息无特殊要求,适用范围广。

(5) 算法中仅涉及各种基本数学操作,易于实现,且数据处理过程对 CPU 和内存的要求也不高。

国内在 SI 领域的研究起步较晚。然而,近年来国内研究人员在 SI 方面也做了大量工作,在国内外重要期刊和相关领域的会议上均有成果发表,特别是在 SI 理论分析上,国内研究人员取得了突破^[29-32]。SI 在国内已成为计算智能领域一个新的研究热点,在研究的深度和广度上,国内的研究与国外同行的工作也已基本保持同步。

1.3 PSO 模型

1995 年,社会学家 Kennedy 和电气工程师 Eberhart 在 IEEE Neural Networks 国际会议上提出了 PSO 模型。随着 PSO 理论上的突破,2000 年以后,PSO 引起了

计算智能研究者的关注,逐渐成为 SI 最新实现范式的研究热点。近十多年,PSO 的优化性能得到了不断改善和提高,在诸多工程领域里得到了成功应用。

1.3.1 PSO 模型的思想来源

鸟类飞翔时各种美妙的队形和鱼群觅食时的舞群引起了动物学家浓厚的兴趣。图形专家 Reynolds^[4]和动物学家 Heppner^[33,34]于 1987 年和 1990 年分别发表了有关鸟类群体行动中蕴涵的美学的论文。他们通过对群体中每个个体的行为建立简单的数学模型,然后在计算机上模拟和再现这些群体行为。早期的模型中研究者将重点都放在个体间距的处理和如何避免碰撞,也就是让鸟群中的个体之间保持最优的距离。生物社会学家 Wilson^[35]根据对鱼群的研究指出:至少在理论上,鱼群的个体成员能够受益于群体中其他个体在寻找食物的过程中的发现和以前的经验,当事先不确定食物位于什么地方时,这种信息的利用是至关重要的,这种信息分享的机制远超过了由于群体成员之间的竞争而导致的不利之处。这说明同种生物之间信息的社会共享能够带来好处。

依据社会行为学和社会心理学的研究成果,社会学家 Kennedy^[10]指出,自 20 世纪 30 年代以来,社会心理学的发展揭示:我们都是鱼群或鸟群聚集行为的遵循者。在人们不断交互过程中,由于相互的影响和模仿,他们总会变得更相似,结果就形成了规范和文明。人类的自然行为和鱼群及鸟群并不类似,而人类在高维认知空间中的思维轨迹却与之非常类似。思维背后的社会现象远比鱼群和鸟群聚集过程中的优美动作复杂得多。首先,思维发生在信念空间,其维数远高于 3;其次,当两种思想在认知空间会聚于同一点时,我们称其一致,而不是发生冲突。这一社会心理学的发现也正是 PSO 模型思想的来源。

依据上述社会心理学的规律,Kennedy 和 Eberhart 对鸟群模型进行了修改,提出了 PSO 模型,使其实现对简化的社会模型进行模拟。PSO 模型中的粒子没有质量和体积,具有简单的社会行为规则:粒子可以通过目前的位置计算适应度,具有一定的计算能力;当遇到优于自身经验的信息时,会更新自身的经验,具有对环境产生反馈的能力;当群体环境改变时,粒子能够改变自身的行为模式,对环境具有自适应能力。对人类的社会行为的模拟与对鸟群和鱼群的模拟不同,最大区别在于抽象性。鸟群和鱼群通过调节它们的物理运动,来避免敌人,寻找食物,优化环境的参数,如温度等。人类调节的不仅是物理运动,还包括认知和经验。我们更多的是调节自己的信仰和态度,来和社会中的精英人物或者专家,或者说在某件事情上获得最优解的人保持一致。这种不同导致了计算机仿真上的差别,至少有一个明显的因素:碰撞。两个个体即使不被绑在一起,也具有相同的态度和信仰,但是两只鸟是绝对不可能不碰撞而在空间中占据相同的位置。这是因为动物只能在三维的物理空间中运动,而人类还在抽象的多维心理空间运动,这里是碰撞自由的

(collusion-free)。在 PSO 模型中,当群体中的个体达成一致时,个体移动到信念空间中的同一点(至少是等价的点);当个体变得不一致时,在信念空间中的距离会增加。模仿的行为用一个速度向量描述,其方向是信念空间中另一个体所在的位置^[36]。因此,PSO 中的粒子并不是在目标空间中简单地飞来飞去的粒子,而是具有“学习”能力的智能体^[37]。

PSO 模型中粒子始终保持着自身经验和群体共享经验两种信息的搜索引导模式,主要得益于社会心理学和群体行为学研究成果:在寻求一致的认知过程中,个体往往记住它们的信念,同时考虑同事的信念。当个体察觉同事的信念较好时,它将进行适应性的调整。粒子能够通过分析和加工其他粒子提供的信息,决策下一步的搜索方向,主要得益于社会学习理论和社会认知科学的研究。总体来说,PSO 的产生与发展,融合了社会心理学、群体行为学和社会认知科学的思想。

1.3.2 PSO 模型的基本原理

PSO 利用群体中的个体对信息的共享使整个群体的运动在问题求解空间中产生从无序到有序的演化过程,从而获取最优解。在 PSO 模型中有一定数量个体(称为粒子)的群体在搜索空间中运动,其中每个粒子表示待求问题的潜在解。群体中每个粒子的位置受到其本身运动过程中最优位置的影响(个体自身经验)和其邻域中最优粒子的位置的影响(群体共享经验)。当粒子的邻域是整个粒子群体时,邻域的最优位置则对应全局最优粒子,此时算法称为全局 PSO 算法。如果在算法中采用了较小的邻域,则通常称它为局部 PSO 算法。群体中的每个粒子均由三个向量构成,其维度与待求问题空间的维度相同,它们是位置向量、速度向量和粒子迄今发现的最好位置向量。在每次迭代中,当前位置作为待求问题的一个潜在解被评估,评估结果作为粒子的适应度。如果该位置比迄今发现的最好位置更好,则将粒子当前的最优向量更新;如果优越于群体迄今已找到的最优位置,则群体的最优位置向量被更新。

1. PSO 原始模型

数学描述为:设搜索空间为 D 维,群体规模为 N ,粒子 i 的位置和速度分别表示为 D 维向量 $X_i=(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iD})$ 和 $V_i=(V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})$ 。第 i 个粒子迄今搜索到的最优位置 pbest 为 $P_i=(P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD})$;整个粒子群迄今搜索到的最优位置 gbest 为 $G=(G_1, G_2, \dots, G_D)$ 。全局 PSO 模型中粒子的每维速度和位置按如下公式更新,即

$$V_{id}(t+1) = V_{id}(t) + c_1 r1_{id}(t)(P_{id}(t) - X_{id}(t)) + c_2 r2_{id}(t)(G_d(t) - X_{id}(t)) \quad (1.2)$$

$$X_{id}(t+1) = X_{id}(t) + V_{id}(t+1) \quad (1.3)$$

式中, X_{id} 和 V_{id} 分别代表第 i 个粒子第 d 维的位置与速度分量, $|V_{id}| \leq V_{\max}$; P_{id} 为

第 i 个粒子个体所经历的历史最佳位置分量; G_d 为群体所经过的历史最佳位置分量; r_1 和 r_2 为 $[0,1]$ 独立均匀分布的随机数, 称为随机因子; c_1 和 c_2 为加速系数 (通常称 c_1 为个体认知加速系数, c_2 为群体认知加速系数)。式 (1.2) 中第一项为动量项, 表示粒子以先前速度所进行的惯性运动; 第二部分称为自身认知项, 表示粒子本身的思考; 而第三部分称为群体认知项, 反映粒子间的协同合作和知识的共享。

2. 经典 PSO 模型

PSO 原始模型中的 $V_{\max}$ 的设置过于依赖于问题本身, 而且也不存在经验法则^[38]。 $V_{\max}$ 设置不当将使粒子丧失从广度搜索向深度搜索转变的能力, 使得粒子的轨迹经常会收敛失败。为改善算法收敛性能, Shi 等在 1998 年的论文中引入了惯性权重的概念^[39], 将速度更新方程修改为

$$V_{id}(t+1) = wV_{id}(t) + c_1r_{1id}(t)(P_{id}(t) - X_{id}(t)) + c_2r_{2id}(t)(P_{gd}(t) - X_{id}(t)) \quad (1.4)$$

式中, w 为惯性权重, 其大小决定了对粒子当前速度的继承度。惯性权重 w 使粒子保持运动惯性, 使其有扩展搜索空间的趋势, 有能力探索新的区域。 w 值大些有利于全局搜索, 收敛速度快, 但不易得到精确解; w 值小些有利于局部搜索和得到更为精确的解, 但收敛速度慢且有时会陷入局部极值。合适的 w 值在搜索精度和搜索速度方面起协调作用。

目前, 对于 PSO 算法的研究大多以带有惯性权重的 PSO 模型为对象进行分析、扩展和修正, 因此大多数文献中将带有惯性权重的 PSO 算法称为经典 PSO 算法, 其中的惯性权重大多数采用线性递减的策略。

1.4 PSO 的研究现状

由于 PSO 算法概念简明, 易于实现, 短短几年时间, PSO 算法便获得了很大的发展, 并在许多领域得到了广泛应用。目前已被“国际演化计算会议”(CEC)列为讨论专题之一。IEEE 计算智能协会 (IEEE Computational Intelligence Society) 自 2003 年起每年举行一次 SI 会议 (IEEE Swarm Intelligence Symposium), 而 PSO 是会议的重要主题之一。*IEEE Transaction on Evolutionary Computation*、*Evolutionary Computation*、*Natural Computing* 等杂志相继发表了许多 PSO 算法理论及应用研究的相关成果。本节就 PSO 的优化性能、理论和应用三个方面的研究现状进行阐述。

1.4.1 PSO 的优化性能

PSO 优化性能面临的主要问题是早期收敛, 导致收敛精度不高。为了改善 PSO

的优化性能, PSO 的改进主要包括以下三个方面: 参数选择与设计、PSO 的邻域空间和拓扑结构的研究, 以及与其他技术融合。

(1) 参数选择与设计。PSO 运动方程中学习参数主要包括惯性权重、加速系数、种群规模和运动速度最大值。研究者发现, 不同的学习参数设置对算法的优化性能有较大的影响, 彭宇等^[40]对惯性权重和加速系数做了统计实验分析, 指出了惯性权重比加速系数对算法的优化性能的影响更大, 同时也指出了群体认知加速系数 c_2 比个体认知加速系数 c_1 对优化性能的影响更为重要。设置合适的学习参数成为提高算法的优化性能的一条重要途径。Shi 等提出线性递减惯性权重^[39]、模糊调整惯性权重^[41]用于更好协调算法的局部开发与全局搜索, 但模糊惯性权重需要设置性能评价价值, 该值依待求的问题而定, 且需事先得知或者可估计, 从而限制了该策略的广泛使用。线性递减惯性权重由于其性能稳定, 目前被广泛采用。为了跟踪系统的动态变化, Eberhart 等提出了随机惯性权重^[42]; 陈贵敏等^[43]、陈国初等^[44]、Jiao 等^[45]提出非线性递减惯性权重策略, 其中的非线性函数构造依据研究者的经验和实验。张顶学等^[46]、介婧等^[47]和 Zhan 等^[48]提出了随种群多样性和进化状态变化的自适应惯性权重。为了保证算法的收敛性, Clerc 等^[49]提出一种带收敛因子的 PSO 算法, 使用收缩因子的优点在于无须推测影响收敛性和防止急速增长的其他参数的值^[50]。王俊伟等^[51]对惯性权重进行了系统的实验分析, 得出了惯性权重的问题依赖性较小, 随着种群的增大, 其取值应适当减小, 局部版本下, 惯性权重的选择具有更大的自由度。

个体认知和群体认知加速系数 c_1 和 c_2 代表将每个粒子推向其 pbest 和 gbest 的统计加速项的权重。Kennedy 等^[10]将加速系数 c_1 和 c_2 选取为 2; Clerc 等^[49]建议 $(c_1+c_2)/2$ 的取值为 1.494; Petropoulos 等^[52]表明认知参数 c_1 选择大些, 社会参数 c_2 选择小些, 但 $c_1+c_2 \leq 4$ 时能得到更好的结果; Carlisle 等^[53]在大量测试问题上研究了 PSO 算法中各种参数的影响, 选择了在多数问题上有良好表现的一组的参数: c_1 为 2.8, c_2 为 1.3。为了增强进化前期的探索能力和后期的精细搜索能力, Ratnaweera 等^[54]提出个体认知加速系数随迭代次数线性减小而群体认知加速系数随迭代次数线性增加的策略; Arumugam 等^[55]提出加速系数随 gbest 和 pbest 适应度变化的非线性函数。Jie 等^[56]通过度量多样性来自适应调整加速系数。近年来, 学者提出了更多的时变的惯性权重和加速系数策略^[57-63]。相对于惯性权重和加速系数, 种群规模的研究相对较少, Shi 等^[64]通过大量的实验分析指出, 种群规模的大小对算法性能的影响不大。因此一般种群的规模选择为 20~60^[64,65]; Chen 等^[66]通过种群多样性的变化自适应调整种群的大小。

(2) PSO 的邻域空间和拓扑结构的研究。研究表明, 组内的交流及最终组的性能要受社会网络结构的影响。1995 年, Eberhart 等^[67]提出了局部版 PSO, 粒子之间为 Ring 型拓扑。1999 年, Kennedy^[68]指出对于复杂的问题建议采用小的邻域, 对于

简单的问题采用大的邻域。随后, Kennedy 等^[69]又研究了粒子间的其他近邻拓扑结构(如星型、金字塔型、冯·诺依曼型等)对算法性能的影响。通过典型测试函数的实验结果表明冯·诺依曼(von Neumann)拓扑结构的综合性能要优于星型和金字塔型拓扑的 PSO。Suganthan^[70]提出了一种动态调整粒子邻域半径的策略,其做法为逐渐增加邻域半径直到其覆盖所有粒子。2004 年, Parsopoulos 等^[71]将全局版 PSO 和局部版 PSO 进行了整合,提出了一种统一 PSO 算法。同年, Mendes 等^[72]提出了一种全息 PSO 模型,该模型摒弃了标准 PSO 利用自身历史最好解和全局历史最好解的速度更新公式,取而代之的是利用当前粒子的所有邻居的位置信息更新该粒子的速度和位置,每一个邻居粒子对于当前粒子的影响权重取决于其适应度值和邻域半径的大小。王雪飞等^[73]受到小世界网络模型的启发,在进化过程中根据概率动态地调整粒子的邻域结构;倪庆剑等^[74]和 Janson 等^[75]分别给 PSO 引入了多簇结构型和层次型的拓扑;2009 年, Oca 等^[76]提出随迭代次数从全连接到 Ring 型变化的拓扑结构。上述算法中群体组织主要是针对一个种群,多个子群的协同和并行组织模式为 PSO 群体组织的研究注入了新活力。Bergh 等^[77]提出一种协同 PSO 算法,该算法将待求问题的解向量划分成若干个部分,每个部分都由一个子群进行搜索优化,每个群体在其他群体帮助下最优化向量不相关联的部分。如果待求问题的解之间为弱关联或无关联,则该方法可以取得良好的优化效果。Blackwell 等^[78]提出多子群 PSO 算法用于求解动态环境下的优化问题;石志广等^[79]和刘金洋等^[80]分别提出了协同 PSO 和基于雁群协作机制的 PSO 算法,主要通过子群间或群体中个体间的交互和信息控制来协调个体的学习。不同的拓扑结构产生了不同信息交流的方式,不同的信息选择机制也可营造出不同的拓扑结构。共享信息的选择直接影响整个种群的搜索方向和搜索速度,为了避免陷入局部最优, Secrest 等^[81]采用邻域的平均中心位置来替代粒子跟踪的个体最优位置或全局最优位置;Peram 等^[82]通过粒子的适应度和粒子间的距离选择共享信息;Liang 等^[83]提出了广泛学习的 PSO 算法,算法中依据粒子不同的选择概率来选取粒子跟踪的经验信息,明显提高了 PSO 的全局寻优性能。此外,邻域学习策略^[84,85]、异构群体学习策略^[86]、多层搜索策略^[87]、引导粒子的优选策略^[88-90]等方法的提出进一步丰富了 PSO 学习方式。

(3) 与其他技术融合。近年来,多种技术融合优化策略得到了较广泛的应用,并取得了较为理想的效果,其设计与分析已成为算法研究的一个热点。PSO 与其他技术融合,其目的一方面是保持群体的多样性,逃离局部最优;另一方面是加强算法优化能力,提高解的质量。Angeline^[91]将进化规划中使用的竞赛选择方法引入 PSO 算法;Natsuki^[92]将遗传算法(Genetic Algorithm, GA)中常用的变异引入 PSO,算法以预定概率选择变异个体,并以高斯分布规律确定它们的新位置;变异操作在 PSO 模型得到较广泛的应用^[93-98]。此外,引入偏转、拉伸、推斥技术^[99]、混沌算子^[100,101]、负熵^[102]和随机扰动^[103]来增加种群多样性和跳出局部最优解能力。为了进一步提高