

重慶交通學院

四十周年校庆论文集

1951—1991

重 庆 交 通 学 院

一九九一年十一月七日

重慶交通學院

四十周年校庆论文集

1951—1991

重 庆 交 通 学 院

一九九一年十一月七日

《重庆交通学院40周年校庆论文集》

编 辑 委 员 会

主 编：顾安邦

副 主 编：黄国才 吴宋仁

编 委：（按姓氏笔划排列）

刘传源	刘学缙	江炳章	许茂增
邹兆南	吴宋仁	吴承平	余炎光
杜显虹	袁本奎	顾安邦	梁富权
黄国才	黄乾桂	彭安玺	廖正环
颜廷池			

责任编辑：万仁玉	韦凌德	杨 砚	吴承平
陈明伦	严映惠	袁本奎	黄绍红

编 辑 说 明

在我国1951——1991年共四十年的交通建设和交通科学技术的百花园中，重庆交通学院和她遍布全国的校友，精耕有一片土地，浇灌了一片花丛。在重庆交通学院建校四十周年之际，我们编辑了这本《校庆论文集》以兹纪念。但由于出版时间紧迫，在所收到的近300篇论文中，仅抽出了60余篇印出，对此深表歉意；但为了促进校友间的交流，暂将校友文章的题目刊印于后，待今后条件允许时再陆续全文或摘要编印。

借此机会向积极献稿的校友和在校师生员工表示衷心地感谢。

重庆交通学院科技处

1991.11.7.

重庆交通学院 四十周年校庆论文集

目 录

一、桥梁结构工程

袁雪戡 含横隔板的开口薄壁截面拱稳定性有限元分析法.....	(1)
郑皆连 等截面预应力混凝土连续梁二次力矩的简易算法.....	(12)
Jiang Bing-zhang and Xiao Guang-hong Shear Strength of P.P.C.Beams.....	(23)
易圣涛 大跨度预应力混凝土斜拉桥修建技术专题总结.....	(29)
Wu Heng-li and Chao Zheng-zhou The Numerical Method of the Nonlinear Calculation Models for Laterally Loaded Pile.....	(35)
周绥平 陈惠发 支撑钢框架设计公式的讨论.....	(42)
Gu An-bang A Second Order Stability Analysis for the Reinforced Concrete Arch Bridge with Long Span.....	(50)
崔炳权 部分预应力混凝土箱形空心板的抗裂性计算.....	(61)
邹立金 用动力法检测钢筋混凝土简支梁桥使用承载力的原理与方法.....	(72)
Chen Shi-min and Wang Xiang-jian Strength Analysis of Corroded Plate Structure with Stochastic FEM.....	(79)
石绍甫 关于悬链线无铰拱桥的恒载内力计算述评.....	(86)
蒙 云 钢纤维增强混凝土 (SFRC) 拱桥设计研究.....	(88)
何灏基 王静梅 林元培 上海恒丰路独塔单索面斜拉桥的设计与施工.....	(95)
谢邦珠 平面曲梁的初参数解及其应用.....	(102)
董仲贤 钢筋混凝土开裂以后的扭转刚度.....	(111)
漆光荣 预应力混凝土斜拉式桁架T构桥型介绍.....	(118)

吉中仁	组合构件与组合构件体系中混凝土徐变变形与内力重分配计算	(127)
杜秋仙 覃文桂	大斜度桁架拱桥内力计算	(140)
易志坚	理想弹塑性Ⅲ型裂纹问题的一种全新分析方法	(154)
周志祥 江炳章	部分预应力混凝土梁疲劳抗剪强度的试验研究	(158)

二、道 路 工 程

周进川	沥青混合料和半刚性基层材料疲劳特性试验研究	(164)
梁富权 欧明星 丁良开	石灰粉煤灰稳定路面基层	(171)
吴文兰	塑性拉带蠕变分析与拉带设计的探讨	(190)
李光义	阳离子乳化沥青生产及其在油路养护中的应用	(199)
刘霞林 凌天清 梁富权	掺用微量外掺剂提高二灰混合料早期强度	(207)
李敬发	公路涎流冰的勘察与防治	(217)
王明怀	对水泥砼路面板接缝设置问题的建议	(224)
钱育渝	城市规划研究中的数学分类技术	(230)
高光秀 郭文复	用动态规划法进行公路纵断面优化设计	(238)
吴绍清	XJT24A概、预算程序数据电算程序	(243)
凌天清	水泥稳定土的强度特性及疲劳安全系数	(250)
文启济 何自贵	弓形砌石挡墙的应用及其受力分析	(257)
陈良本	对中巴公路国内段防护工程设计的浅见	(263)
周远明	论多年冻土地区的公路建设	(268)

三、港 口 及 航 道 工 程

Yuan Mei-qi and Zhu Nan-hua

Research on the Movement Pattern of the Gravel Bedload in the Fluctuating Backwater Reach of a Gorge-Type Reservoir	(278)
---	-------

Wu Song-ren and Xiao Wen

Steep Wave Forces on Group of Vertical Cylinders Located in Any Water Depth	(286)
---	-------

余大为 汪拥赤 余 葵 “HD—4”型电脑流速仪及其在非恒定流通航工程模型试验中的应用	(299)
---	-------

黄良才 马耳他马尔萨什洛克港防波堤工程首次拖运大型钢筋混凝土沉箱的施工..... (308)

赵世强 丁坝的冲刷机理和局部冲刷计算..... (313)

郑恩惠 湛江港一区南散粮泊位筒仓系统滑模混凝土试验及应用..... (320)

Chen Jia-qin and Wang Xiang-jian

Dynamic Analysis of Pile Piers under Impact of the Ship..... (326)

曾 涛 涪江永安电航工程通航渡槽设计..... (331)

刘传源 迴流沱内建港的若干问题——对规范的修订意见..... (336)

Cai Ru-zhe and Luo Jia-lin

A Discussion on the Experiment of Small Scale Self-Navigation Ship Model Applied to Hydraulic and River Engineering Models..... (345)

Tan Zhen-hong

Explicit Solution of Dam-Site Hydrographs Due to Sudden Release..... (354)

四、交 通 管 理 工 程

霍娅敏 公路主枢纽规划及评价的理论方法..... (361)

许茂增 国民经济系统的完全自校正控制..... (366)

Wang, James and Din Chun

Development and Management of the Mass Transport in Chongqing..... (372)

舒茂扬 交通运输超速行车危害性剖析..... (379)

袁家奇 湖南省怀化地区交通专业水运企业的现状与对策..... (382)

徐敬惠 运输项目的招标与投标..... (386)

罗 升 企业自有资金辨析——兼论国有企业体制改革的新思路..... (390)

蔡少渠 汽车货运价格的制定应考虑时间因素..... (394)

郭小宏 沥青混凝土“拌合一摊铺一压实”系统机械配置分析..... (398)

五、汽 车 运 用 工 程

Shao Yi-ming and Dai Guan-jun

The Influence of Permeation of Water into Gasoline upon the

Combustion Process of Gasoline Engine.....	(407)
郑 玲 Al、Si、Mn、Cu杂质原子在纯镍激光熔凝过程中的重新分布.....	(421)

六、基础理论

杨 虎 关于《康氏不等式及统计应用》.....	(425)
张立英 用半解析法计算轴对称薄壁结构.....	(428)

七、社会科学

孔繁涛 改革 开放 发展.....	(442)
连全申 试析高校政治课教学的国内外环境.....	(447)
向世平 我国通货膨胀的治理对策.....	(454)
江润芳 城市建设的投资效果问题.....	(461)
校庆论文目录表.....	(467)

含横隔板的开口薄壁截面拱 稳定性有限元分析法¹⁾

袁雪戡²⁾ (执笔)

(西安公路研究所)

一、前言

近十多年来,我国用无支架吊装施工方法修建了许多大跨径拱桥。在施工过程中,裸拱肋的稳定问题非常突出,越来越引起人们的关注。在这些桥梁中,用单条拱肋合拢成拱(只用侧风缆辅助定位)的工程记录中以开口薄壁截面拱肋的为最多。但目前拱的稳定分析经典公式很不完备,不能满足生产需要。为此,本文在学习文献[1]的基础上,用有限元方法建立了含若干横隔板的开口薄壁截面拱空间稳定计算公式。

众所周知,结构达到临界状态的瞬间,即使横向荷载 P 为零,仍将维持一定的变位。用有限元方法建立的平衡方程为^[2]

$$[[K_e] + \lambda[K_g]] \cdot \{\Delta\} = 0 \quad \{\Delta\} \neq 0 \quad (1)$$

式中, $[K_e]$ 为结构的弹性刚度矩阵; $[K_g]$ 为相应于 $\lambda=1$ 时的结构几何刚度矩阵; λ 为载荷比例因子; Δ 为结构的位移列阵。

若要满足上式,必须系数矩阵的行列式为零:

$$|[K_e] + \lambda[K_g]| = 0 \quad (2)$$

式(2)是一个广义特征值问题,求得的 $\lambda_{\min}$ 就是结构的稳定临界特征值,临界荷载 $\{P_{cr}\} = \lambda_{\min}\{P\}$, $\{P\}$ 为实加载荷。

故稳定分析的关键是建立起单元的弹性刚度矩阵和几何刚度矩阵。对于开口薄壁截面拱,本文用等截面薄壁直梁单元来离散结构,隔板的作用以附加弹性刚度矩阵及附加几何刚度矩阵的形式体现在相应的梁单元的刚度矩阵里。

二、开口薄壁梁单元的刚度矩阵

开口薄壁梁单元的单元坐标系如图1所示, X 轴通过截面剪切中心, Y 、 Z 轴分别平行于截面的主轴。单元轴长为1。设梁截面剪切中心横向位移分量为 $V(x)$ 、 $W(x)$, 在 X 轴向的平均位移为 $U(x)$, 扭转角为 $\theta(x)$ 。位移正向规定如图1。于是得到截面上任意一点的位移分量为(3)式。

1) 本文曾在《中国公路学报》发表, 1989年第2卷第1期。

2) 参加本项研究工作的人员尚有: 西安公路研究所: 金泰丽、西安电子工业大学: 刘明治、航空工业部六三一研究所: 李立恒、宋增浩。

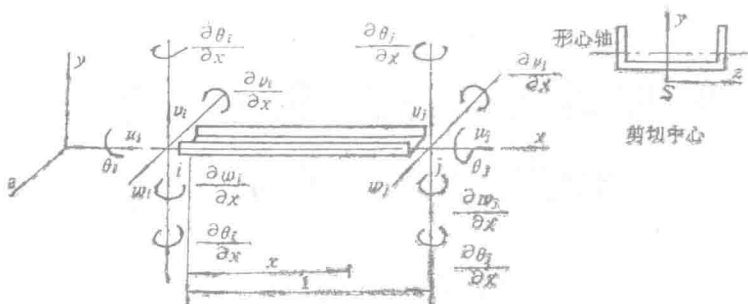


图1 薄壁梁单元的节点位移

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, z) &= U(x) - y \cdot \frac{dV(x)}{dx} - z \cdot \frac{dW(x)}{dx} \\ &\quad + \frac{d\theta(x)}{dx} [W_n(y, z) + z_s y_s - y z_s] \\ V(x, y, z) &= V(x) + (z_s - z) \cdot \theta(x) \\ W(x, y, z) &= W(x) - (y_s - y) \cdot \theta(x) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, y_s, z_s 为薄壁梁截面剪切中心到形心的距离; $W_n(y, z)$ 为薄壁截面的主扇性面积。

用能量变分原理可建立有限元的平衡方程式⁽¹⁾⁽²⁾、(4)。轴向变位取一次多项式形状函数, 横向变位取三次多项式形状函数, 令线元素的自然坐标 (参见图1) 为

$$L_1 = 1 - x/l, \quad L_2 = x/l$$

则一次多项式形状函数

$$\psi_1 = L_1, \quad \psi_2 = L_2 \quad (4)$$

三次多项式形状函数为

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 3L_1^2 - 2L_1^3, \quad \psi_2 = 3L_2^2 - 2L_2^3 \\ \frac{d\psi_1}{dx} &= l \cdot L_1^2 \cdot L_2, \quad \frac{d\psi_2}{dx} = -l L_1 L_2^2 \end{aligned} \quad (5)$$

位移列阵及内力列阵的排列次序分别为

$$\{\delta^e\} = [U_i, V_i, W_i, \theta_i, \frac{dW_i}{dx}, \frac{dV_i}{dx}, \frac{d\theta_i}{dx}, U_j, V_j, W_j, \theta_j, \frac{dW_j}{dx}, \frac{dV_j}{dx}, \frac{d\theta_j}{dx}]^T \quad (6)$$

$$\{F^e\} = [N_{xi}, Q_{yi}, Q_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}, B_i, N_{xj}, Q_{yj}, Q_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, B_j]^T \quad (7)$$

式(7)中的内力为轴力、切力、力矩及双力矩 B 。

单元的弹性刚度矩阵如式(8) (见另页)。在节点集中力和沿轴向均布载荷作用下, 几何刚度矩阵为

$$[K_g^e] = \begin{bmatrix} [K_g^e]_{ii} & [K_g^e]_{ij} \\ [K_g^e]_{ji} & [K_g^e]_{jj} \end{bmatrix} \quad (9)$$

得到单元刚度矩阵后, 便可按一般方法形成结构总刚度矩阵, 求解位移、内力和特征值。各子阵的具体计算如式(10)至式(12), 由于是对称矩阵, 只列出了下三角矩阵的各元素 (见另页)。式中, q_y, q_z 分别为沿 Y 轴向、 Z 轴向作用的均布载荷; Q_y, Q_z 分别为沿 Y 轴向、 Z 轴向作用的节点集中力; M_y, M_z 分别为绕 Y 轴、 Z 轴作用的集中力矩。

[K,]

$$\begin{bmatrix}
 \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{6GI_h + 12EI_\omega}{5l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{6EI_z}{l^3} & \frac{-6EI_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GI_h + 6EI_\omega}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2GI_h + 4EI_\omega}{15} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\
 0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} \\
 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} \\
 0 & 0 & 0 & \frac{-6GI_h - 12EI_\omega}{5l} & 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_h + 6EI_\omega}{10} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^3} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^3} & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GI_h + 6EI_\omega}{10} & 0 & 0 & \frac{2EI_\omega + GI_h}{30} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2GI_h + 4EI_\omega}{15}
 \end{bmatrix}$$

(8)

开口薄壁梁单元几何矩阵

$$[K_s]_{tt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5l} N_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5l} N_x & 0 & sym & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5l} \cdot \overline{ZM} & +\frac{6}{5l} \cdot \overline{YM} & -\frac{6}{5l} \cdot \overline{RM} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} \cdot \overline{Q_z} & +\frac{1}{10} \cdot \overline{Q_y} & -\frac{1}{10} \cdot \overline{RQ} & 0 & 0 & 0 \\ & -\frac{l}{35} \cdot q_z & +\frac{l}{35} \cdot q_y & -\frac{1}{35} \cdot \overline{RG} & & & \\ 0 & 0 & +\frac{1}{10} N_x & -\frac{1}{10} \cdot \overline{ZM} & -\frac{2l}{15} \cdot N_x & 0 & 0 \\ & & & -\frac{l}{5} \cdot \overline{Q_z} & +\frac{11l^2}{210} \cdot q_z & & \\ 0 & -\frac{1}{10} N_x & 0 & -\frac{1}{10} \cdot \overline{ZM} & 0 & -\frac{2l}{15} N_x & 0 \\ & & & -\frac{l}{5} \cdot \overline{Q_z} & +\frac{11l^2}{210} \cdot q_z & & \\ 0 & -\frac{1}{10} \cdot \overline{ZM} & -\frac{1}{10} \cdot \overline{YM} & -\frac{1}{10} \cdot \overline{RM} & -\frac{2l}{15} \cdot \overline{YM} & -\frac{2l}{15} \cdot \overline{ZM} & -\frac{2l}{15} \cdot \overline{RM} \\ & -\frac{l}{70} \cdot q_z & -\frac{l}{70} \cdot q_y & -\frac{l}{10} \cdot \overline{RQ} & -\frac{l^2}{30} \cdot \overline{Q_y} & -\frac{l^2}{30} \cdot \overline{Q_z} & -\frac{l^2}{30} \cdot \overline{RQ} \\ & & & -\frac{2l^2}{105} \cdot \overline{RG} & +\frac{l^3}{105} \cdot q_y & +\frac{l^3}{105} \cdot q_z & +\frac{l^3}{105} \cdot \overline{RG} \end{bmatrix} \quad (10)$$

开口薄壁梁单元几何矩阵

$[K_x']_{jj}$

0	0	0	0	0	0	0
0	$-\frac{6}{5l} N_x$	0	0	0	0	0
0	0	$-\frac{6}{5l} N_x$	0	sym	0	0
0	$-\frac{6}{5l} \cdot \overline{ZM}$ $-\frac{11}{10} \cdot \overline{Q}_x$ $+\frac{34l}{35} \cdot q_x$	$+\frac{6}{5l} \cdot \overline{YM}$ $+\frac{11}{10} \cdot \overline{Q}_y$ $-\frac{34l}{35} \cdot q_y$	$-\frac{6}{5l} \cdot \overline{RM}$ $-\frac{11}{10} \cdot \overline{RQ}$ $+\frac{34l}{35} \cdot \overline{RG}$	0	0	0
0	0	$-\frac{1}{10} N_x$	$+\frac{1}{10} \cdot \overline{YM}$ $-\frac{1}{10} \cdot \overline{Q}_y$ $-\frac{26l^2}{105} \cdot q_y$	$-\frac{2l}{15} N_x$	0	0
0	$-\frac{1}{10} N_x$	0	$+\frac{1}{10} \cdot \overline{ZM}$ $-\frac{l}{10} \cdot \overline{Q}_z$ $+\frac{26l^2}{105} \cdot q_z$	0	$-\frac{2l}{15} N_x$	0
0	$+\frac{1}{10} \cdot \overline{ZM}$ $+\frac{l}{10} \cdot \overline{Q}_x$ $-\frac{3l^2}{35} \cdot q_x$	$-\frac{1}{10} \cdot \overline{YM}$ $-\frac{l}{10} \cdot \overline{Q}_y$ $-\frac{3l^2}{35} \cdot q_y$	$+\frac{1}{10} \cdot \overline{RM}$ $+\frac{1}{10} \cdot \overline{RM}$ $+\frac{17l^2}{210} \cdot \overline{RG}$	$-\frac{2l}{15} \cdot \overline{YM}$ $-\frac{l^2}{10} \cdot \overline{Q}_y$ $-\frac{8l^3}{105} \cdot q_y$	$-\frac{2l}{15} \cdot \overline{ZM}$ $-\frac{l^2}{10} \cdot \overline{Q}_x$ $-\frac{8l^3}{105} \cdot q_x$	$-\frac{2l}{15} \cdot \overline{RM}$ $-\frac{l^2}{10} \cdot \overline{RQ}$ $-\frac{8l^3}{105} \cdot \overline{RG}$

(11)

开口薄壁梁单元几何矩阵

$[K_s^*]_{ft}$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{6}{5l}N_x & 0 & +\frac{1}{10}\bar{Q}_x & 0 & +\frac{1}{10}N_x & +\frac{1}{10}\bar{ZM} \\ & & & -\frac{l}{35}q_x & & & +\frac{l}{70}q_x \\ 0 & 0 & +\frac{6}{5l}N_x & -\frac{1}{10}\bar{Q}_y & -\frac{1}{10}N_x & 0 & -\frac{1}{10}\bar{YM} \\ & & & -\frac{l}{35}q_y & & & -\frac{l}{70}q_y \\ 0 & +\frac{6}{5l}\bar{ZM} & -\frac{6}{5l}\bar{YM} & +\frac{6}{5l}\bar{RM} & +\frac{1}{10}\bar{YM} & +\frac{1}{10}\bar{ZM} & +\frac{1}{10}\bar{RM} \\ & +\frac{11}{10}\bar{Q}_x & -\frac{11}{10}Q_y & +\frac{3}{5}\bar{RQ} & +\frac{l}{5}\bar{Q}_y & +\frac{l}{5}\bar{Q}_x & +\frac{1}{10}\bar{RQ} \\ & -\frac{34l}{35}q_x & +\frac{34l}{35}q_y & -\frac{33l}{70}\bar{RG} & -\frac{23l^2}{105}q_y & -\frac{23l^2}{105}q_x & -\frac{43l^2}{420}\bar{RG} \\ 0 & 0 & +\frac{1}{10}N_x & +\frac{l}{10}\bar{Q}_y & +\frac{l}{30}N_x & 0 & +\frac{l}{30}\bar{YM} \\ & & & -\frac{17l^2}{210}q_y & & & +\frac{l^2}{30}\bar{Q}_y \\ & & & -\frac{l^3}{42}q_y & & & \\ 0 & -\frac{1}{10}N_x & 0 & +\frac{l}{10}\bar{Q}_x & 0 & +\frac{l}{30} & +\frac{l}{30}\bar{ZM} \\ & & & -\frac{17l^2}{210}q_x & & & +\frac{l^2}{30}\bar{Q}_x \\ & & & -\frac{l^3}{42}q_x & & & \\ 0 & -\frac{1}{10}\bar{ZM} & +\frac{1}{10}\bar{YM} & -\frac{1}{10}\bar{RM} & +\frac{l}{30}\bar{YM} & +\frac{l}{30}\bar{ZM} & +\frac{l}{30}\bar{RM} \\ & -\frac{l}{10}\bar{Q}_x & +\frac{l}{10}\bar{Q}_y & +\frac{l^2}{420}\bar{GM} & +\frac{l^3}{105}q_y & +\frac{l}{105}q_x & +\frac{l^2}{60}\bar{RQ} \\ & +\frac{3l^2}{35}q_x & -\frac{3l^2}{35}q_y & & & & -\frac{l^3}{140}\bar{RG} \end{bmatrix}$$

(12)

符号:

$$\begin{aligned}
 Q_y &= \frac{1}{2}(-Q_{yi} + Q_{yj} + 2q_y l) \\
 Q_z &= \frac{1}{2}(-Q_{zi} + Q_{zj} + 2q_z \cdot l) \\
 \overline{YM} &= N_x \cdot y_s + \frac{1}{2}(M_{zi} - M_{zj} - Q_{yj}l - q_y \cdot l^2) \\
 \overline{ZM} &= N_x \cdot z_s + \frac{1}{2}(M_{yi} - M_{yj} - Q_{zj}l - q_z \cdot l^2) \\
 \overline{RM} &= y_s(M_{zi} - M_{zj} - Q_{yj}l - q_y \cdot l^2) \\
 &\quad + z_s(M_{yi} - M_{yj} - Q_{zj}l - q_z \cdot l^2) \\
 \overline{R\theta} &= y_s(-Q_{yi} + Q_{yj} + 2q_y l) \\
 &\quad + z_s(-Q_{zi} + Q_{zj} + 2q_z \cdot l) \\
 \overline{RG} &= 2y_s \cdot q_y + 2z_s \cdot q_z
 \end{aligned} \tag{13}$$

三、横隔板的附加刚度矩阵

文献[1]提出用附加弹性刚度矩阵近似处理加强筋(隔板)的作用,用于薄壁梁的强度分析。本文将此法引伸用于稳定分析建立附加几何刚度矩阵。方法要点如下:

在划分单元时,使隔板只属于一个薄壁梁单元,含隔板的单元仍如同无隔板的单元一样参与结构总体分析。设隔板与薄壁梁固结,构件的交叉点变形完全一致,把梁与隔板作为“组合结构”可求得含隔板单元的刚度矩阵。

如图2所示,将隔板作为一个离散单元,列出有限元平衡方程式

$$[\bar{K}_1] \cdot \{\bar{\delta}\} = \{\bar{f}\} \tag{14}$$

左中右端项 $\{\bar{f}\}$ 是薄壁梁作用在横隔板单元的等效节点力,按力平衡条件,则隔板对于薄壁梁单元的作用力为 $\{\bar{f}\}$ 。将它们装配成“组合结构”的平衡方程时,右端项互相抵消,左端薄壁梁单元的刚度矩阵要加上 $[\bar{K}_1]$ 。于是隔板的作用便以附加刚度矩阵的形式体现在薄壁梁单元的刚度矩阵里。

几何刚度矩阵反映轴力 N_x 对弯矩作用的影响,是由轴向力的影响而减少(或增加)的刚度矩阵,从这个意义讲,可以把几何刚度矩阵看成弹性刚度矩阵的附加项。平衡方程式(1)明显地表示了这一关系。因此,建立在交叉点 P 、 q 的力平衡和变形协调条件基础上的点变换方法不仅可用于弹性刚度矩阵,而且也可以用于几何刚度矩阵的变换。

但是,要实现平衡方程的装配,必须求解参数相一致,即要用薄壁梁单元局部坐标系中 i 、 j 点的位移来表示隔板单元节点 P 、 q 的位移,它需要经过以下几步变换:

1. 坐标系变换

设薄壁梁单元局部坐标系(X 、 Y 、 Z)与隔板单元局部坐标系($\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$ 、 $\bar{Z}$)之间的坐标变

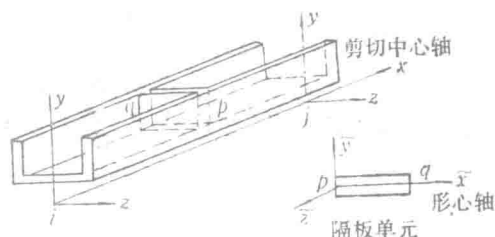


图2 有隔板的薄壁梁单元

换矩阵为 $[\lambda]$ 变换式(14)为对 $(X、Y、Z)$ 坐标系的方程

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{f\} \quad (15)$$

式中

$$[K] = [\lambda]^T \cdot [\bar{K}_H] \cdot [\lambda] \quad (16)$$

2. 用剪切中心位移表示 $P、q$ 点的位移

斜置的隔板单元 $P、q$ 点的位移和各自所在的薄壁梁横截面剪切中心之间的位移关系可以分成平动和转动两部分来求得。当隔板与薄壁梁垂直时， $P、q$ 位于同一横截面，可对同一个剪切中心作变换。记平动的变换矩阵为 $[B_s]$ ；转动的变换矩阵为 $[D_s]$ ；剪切中心的位移为 $\{\delta_s\}$ ，则

$$\{\delta\} = \begin{bmatrix} B_s \\ D_s \end{bmatrix} \cdot \{\delta_s\} = [BD] \cdot \{\delta_s\} \quad (17)$$

式中

$$\text{记} \begin{bmatrix} B_s \\ D_s \end{bmatrix} \text{为} [BD]$$

3. 用节点 $i、j$ 的位移表示 $\{\delta_s\}$

利用所选定的薄壁梁单元形函数，把上式求得的 $\{\delta_s\}$ ，变换为节点 $i、j$ 的位移参量 $\{\delta^o\}$ ，即有

$$\{\delta_s\} = [LR] \cdot \{\delta^o\} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)，得

$$\{\delta\} = [BD] \cdot [LR] \cdot \{\delta^o\} = [TR] \cdot \{\delta^o\} \quad (19)$$

式中， $[TR] = [BD] \cdot [LR]$ 称为点变换矩阵。

再将式(19)代入式(15)，得

$$[K] \cdot [TR] \cdot \{\delta^o\} = \{f\} \quad (20)$$

又

$$[\lambda]^T \cdot \{f\} = \{f\} \quad (21)$$

$$[TR]^T \cdot [\lambda]^T \cdot \{f\} = \{f^o\} \quad (22)$$

有

$$[TR]^T \cdot [\lambda]^T \cdot [\bar{K}_H] \cdot [\lambda] \cdot [TR] \cdot \{\delta^o\} = [TR]^T \cdot [\lambda]^T \cdot \{f\} = \{f^o\} \quad (23)$$

或

$$[K_{HFF}^o] \cdot \{\delta^o\} = \{f^o\} \quad (24)$$

于是得到附加刚度矩阵公式为

$$[K_{HFF}^o] = [TR]^T [\lambda]^T \cdot [\bar{K}_H] \cdot [\lambda] [TR] \quad (25)$$

计算附加几何刚度矩阵时，要建立 $[\bar{K}_H]$ 必须先知道隔板单元的初始内力。回顾上述方程便可看出，这组内力可以利用上述变换求得。设已求得薄壁梁单元 $i、j$ 节点的位移 $\{\delta^o\}$ ，由式(19)得到薄壁梁坐标系下的 $P、q$ 点位移 $\{\delta\}$ ，再进行坐标转置得到隔板单元局部坐标系下的位移

$$\{\bar{\delta}\} = [\lambda] \cdot [TR] \cdot \{\delta^o\} \quad (26)$$

将 $\{\bar{\delta}\}$ 及 $\bar{K}^o$ 代入式(14)，可求出隔板单元的内力列阵，从而形成几何刚度矩阵 $[K_i^o]$ ，将 $[K_i^o]$ 代替式(25)中的 $[\bar{K}_H]$ ，可得到附加几何刚度矩阵 $[K_{HFF}^o]$ 。

据常用工程的尺寸，隔板可用四节点弹性薄板单元或空间梁单元来离散，后者公式简单且能满足工程需要的准确度。空间梁的单元弹性刚度矩阵、几何刚度矩阵见于一般有限元方法的书籍。把带有孔洞的隔板换算成空间梁时，最好利用抗扭刚度 J_d 相等的条件。隔板为一

$$[TR_i] = \begin{bmatrix} L_1 & -\frac{6}{l}L_1L_2y & -\frac{6}{l}L_1L_2z & \frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega} & (3L_1^2-2L_1) \cdot z & -(3L_1^2-2L_1)y & (3L_1^2-2L_1)\bar{\omega} \\ 0 & 3L_1^2-2L_1^3 & 0 & (3L_1^2-2L_1^3) \cdot (z_s-z) & 0 & l \cdot L_1^2 \cdot L_2 & lL_1^2L_2(z_s-z) \\ 0 & 0 & 3L_1^2-2L_1^3 & (3L_1^2-2L_1^3) \cdot (y-y_s) & -lL_1^2L_2 & 0 & lL_1^2L_2(y-y_s) \\ 0 & 0 & 0 & 3L_1^2-2L_1^3 & 0 & 0 & lL_1^2L_2 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{l}L_1 \cdot L_2 & \frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega}_z & 3L_1^2-2L_1 & 0 & (3L_1^2-2L_1)\bar{\omega}_z \\ 0 & \frac{6}{l}L_1L_2 & 0 & -\frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega}_y & 0 & 3L_1^2-2L_1 & -(3L_1^2-2L_1)\bar{\omega}_y \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[TR_j] = \begin{bmatrix} L_2 & \frac{6}{l}L_1L_2y & \frac{6}{l}L_1L_2z & -\frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega} & (3L_2^2-2L_2)z & -(3L_2^2-2L_2)y & (3L_2^2-2L_2)\bar{\omega} \\ 0 & 3L_2^2-2L_2^3 & 0 & (3L_2^2-2L_2^3) \cdot (z_s-z) & 0 & -lL_1L_2^2 & -lL_1L_2^2(z_s-z) \\ 0 & 0 & 3L_2^2-2L_2^3 & (3L_2^2-2L_2^3) \cdot (y-y_s) & l \cdot L_1L_2^2 & 0 & -lL_1L_2^2(y-y_s) \\ 0 & 0 & 0 & 3L_2^2-2L_2^3 & 0 & 0 & -lL_1 \cdot L_2^2 \\ 0 & 0 & \frac{6}{l}L_1L_2 & -\frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega}_z & 3L_2^2-2L_2 & 0 & (3L_2^2-2L_2)\bar{\omega}_z \\ 0 & -\frac{6}{l}L_1L_2 & 0 & \frac{6}{l}L_1L_2\bar{\omega}_y & 0 & 3L_2^2-2L_2 & -(3L_2^2-2L_2)\bar{\omega}_y \end{bmatrix} \quad (28)$$