

結構塑性分析

Plastic Theory of Structures

原著者：Michael R. Horne

譯述者：劉 錫 蘭

科技圖書股份有限公司



結構塑性分析

Plastic Theory of Structures

原著者：Michael R. Horne

譯述者：劉 錫 蘭

科技圖書股份有限公司

再版原序

採用塑性理論設計的有關規定，已被列入新版的英國鋼結構規範與 E.C.C.S. 建議書中，作為細節上的要求，現已發展成更為明確的階段。本書雖僅涉及其基本理論，不擬供作設計規範之用，但在適當章節中，相機指出規範中要求與所考慮的理論間的關係。其中包括：軸向載重與剪力對塑性力矩的影響，雙軸彎曲，構架與局部不穩定，部分載重因數的採用，以及反覆載重在塑性設計中的意義等項。

M. R. H 花恩 謹 識

初版原序

結構的塑性理論，是對彈性理論作一項基本補充。此兩種理論，即可付諸應用的形式，與材料特性以及結構施工裝接性質等經過理想化後的兩種數學模式有關。對同一結構，依序應用此兩種理論，要比僅用其中的一種理論，更能獲得穩定，剛性與強度各方面更佳的全貌。

塑性理論的一項重要特徵是，可擴充到能採用結構性質的直覺觀念，用來幫助導得其解答。本書為求達到此目的，在灌輸其中所包括的原理，全部採用此種直覺觀念。隨着直覺方法之後，再對塑性定理作正式的陳述並加證明，最後展示塑性分析的各種方法。設計應用中頗具價值的分析方法，則特別加以強調，因其與對塑性理論極為着重的設計有關。所介紹的方法主要是適合乎計算的情形，因之對塑性理論的徹底瞭解，最好是多做習題。但適用於電算機的某些方法，亦予介紹。各章末所附的適當習題均經慎重選擇，書末尚附有答案。

除為首三章係討論崩塌載重外，其中一章專論最小重量設計，另一章為搖撼（shakedown）分析。在此等章節中，亦均採取同一敘述型態；即，首先用例題介紹其主題，其次為引導有關定理，並加證明，最後展示求解用的有系統方法。最後一章處理穩定問題。為求對結構性質有足夠的瞭解，這是一項將彈性與塑性極限強度理論，綜合在一起的情形。對於此種頗為困難的論題，僅能作初步介紹，但要得到穩定理論與塑性理論間的關係意義的均衡觀念，某些處理仍是其基本。

對塑性崩塌，最小重量設計，與搖撼等基本定理的正式證明，並不是對塑性理論全盤瞭解的基本，因之，開始閱讀時可將其略過。每章末後均附有參考書目以供參考。

著者謹向 L. J. Morris 先生在接頭（joint）方面所提供的某些資

料，E.R.Bryan教授閱讀本書原稿，並提出有關建議等，均表示感激之忱。

M. R. H. 花恩 謹 識

目 錄

再版原序

初版原序

第一章 塑性破壞

1.1 導 言	1
1.2 對稱斷面的彎曲	4
1.3 靜定結構的破壞載重	8
1.4 靜不定結構的破壞載重	10
1.5 用檢查法求破壞載重	12
1.6 塑性崩潰定理	17
1.7 相互作用圖	22
1.8 塑性鉸數量	24
1.9 崩潰載重因數與設計的關係	27
1.10 參考書目	29
1.11 習 題	29

第二章 塑性分析法

2.1 導 言	35
2.2 門形構架的繪圖程序	36
2.3 多孔構架	42
2.4 組合機構作用法	48
2.5 崩潰機構作用中的彎曲力矩	56
2.6 分佈載重	59

2 結構塑性分析

2.7	用電算機計算破壞載重	62
2.8	參考書目	64
2.9	習題	65

第三章 受剪力與軸載重的塑性力矩

3.1	具一個對稱軸斷面	69
3.2	軸載重對塑性力矩的影響	70
3.3	剪力對塑性力矩的影響	79
3.4	受剪力與軸載重的塑性力矩	87
3.5	容許剪力與軸向推力的破壞載重計算	88
3.6	任意斷面對任何軸的塑性彎曲	89
3.7	接頭設計	92
3.8	參考書目	99
3.9	習題	100

第四章 最小重量設計

4.1	導言	103
4.2	最小重量設計簡例	104
4.3	最小重量設計定理	108
4.4	最小重量構架的導求	113
4.5	電算機用的最小重量設計	123
4.6	橫斷面連續變化的最小重量構架	125
4.7	參考書目	129
4.8	習題	129

第五章 可變反覆載重

5.1	導言	133
5.2	兩跨度樑的性質	137
5.3	搖墜定理	142

5.5	設計中搖墜的重要性	160
5.6	參考書目	161
5.7	習 題	162

第六章 穩 定

6.1	導 言	164
6.2	受偏心載重柱	165
6.3	門型構架	169
6.4	破壞載重的實用概估值	177
6.5	局部挫屈	181
6.6	參考書目	183
6.7	習 題	184

附 錄

習題解答	187
------------	-----

第一章 塑性破壞

1.1 導 言

本書係討論結構物受到超出彈性極限以外的性質（特別着重於破壞載重）。其中主要是以對彎矩作用的抵抗力來支承其載重。圖 1.1 (a), (b), 與(c)所示，為此等結構的示例（簡支與連續樑，以及剛構架）。僅將載重置於節點的三角網式結構〔圖 1.1 (d)〕，主要係用軸向力來承載其載重，本書未予考慮。樑中亦具有剪力，同時，在剛構架中至少亦有少數的構材，同時具有軸向力與剪力。除高型構架外，彈性範圍中的較大應力，係由彎曲而起，因之，彎曲的極限抵抗力乃是決定破壞載重的最重要因素。此種情形並不會令人感到驚異。因此在首先舉例說明中，將剪力與軸向力的影響略去不計，隨後在第三章中始加入討論。

在發展結構彈性理論時，首次的舉例說明中，通常多將平衡方程式中有關幾何圖形改變的影響，略去不計（Horne (1)）。依此方式求得的線性理論，除過於纖弱的構材，以及彈性穩定成爲一項重要考慮因素結構外，多可採用（Horne and Merchant⁽²⁾，與 Smith and Sidebottom⁽³⁾）。超出彈性限度，在撓度增加後，可能顯示將幾何圖形的改變略去不計有失正確，但仍可發現，採用同一近似方法，則頗多助益，可算得若干頗具意義的結果。穩定與幾何形狀的影響，將在第六章中作概括討論，但在細節方面的處理，則超出本書範圍。

超出彈性限度外的材料性質，具有高度變化，同時，可直覺而很明顯的發現，沒有一項理論能很精確的分析由連續性應變硬化材料〔圖 1.2 (a)〕所組成的結構，導致一個易於處理的結果。圖 1.2 b 所示

2 結構塑性分析

的簡單彈性 - 純塑性 (elastic-pure plastic) 的應力 - 應變關係 OAB, 可導得一個易於計算並得一個與軟鋼性質頗為接近的代表值, 以及對某些連續應變硬化材料的頗具用處的初步近似值。在屈服應力 σ_y 時, 係假設成可達到未可限量之高度應變的純塑性變形, 但相反方向的

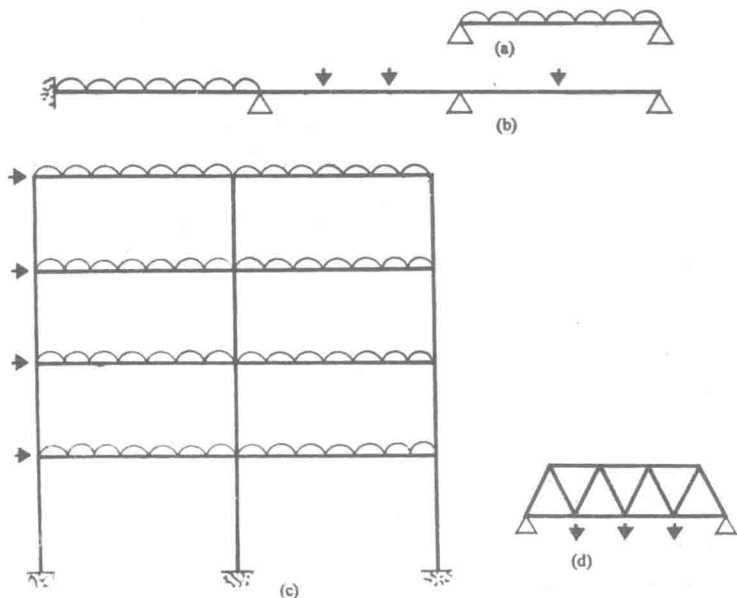


圖 1.1 結構類型

應變〔圖 1.2 (b) 中的 CD〕則有如彈性範圍以內的情形, 乃係隨着載重的解除, 而發生與應力改變相關的應變改變。拉力與壓力中的應力 - 應變關係, 假設成完全相同。在發生塑性變形後, 將應力予以反轉的情形, 則假設其仍具彈性, 直到相反方向的應力, 達到屈服點後, 才又轉變成為塑性〔圖 1.2 (b) 中的 CDA'〕。後者的假設中, 忽略實際上所具的 Bauschinger 影響。

雖然, 彈性 - 純塑性的應力 - 應變間的關係, 對某些材料性質, 是一種合理的近似情形。但嚴格的說, 亦只是一種數學模式, 至多可用來得到一個有用的結果, 以供鑑定。一種具有許多理論上優點的數

學模式是剛性 - 塑性 (rigid-plastic) 模式〔圖 1.2 (c)〕，此與包含無窮大彈性模數 E 的圖 1.2 (b) 的情形爲等效。有關塑性的各項定理，僅限於應用在剛性 - 塑性結構，同時，達到合乎邏輯的最佳方式是，顧到實際情形 (practical situation)，作爲採用諸定理所解得的理想情形 (ideal situation) 的一種近似。

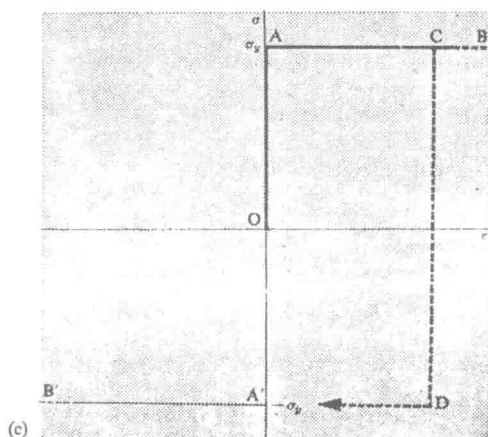
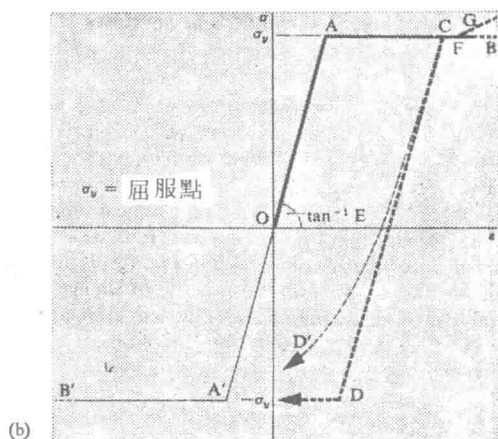
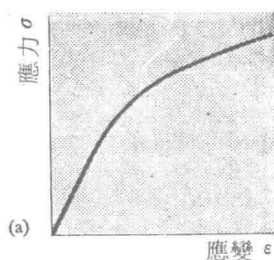


圖 1.2 應力-應變關係

1.2 對稱斷面的彎曲

寬度為 b ，深度為 d 的矩形斷面樑〔圖 1.3 (a)〕，承受一個量值為 $M_y = Z_e \sigma_y$ 的向下墜屈服力矩 (yield moment) (對 XX 軸) 時，其中 Z_e 為彈性模數 (elastic modulus)，量值為 $bd^2/6$ ，便會達到其彈性限度。縱向正應力，發生自最上方層面上的 $-\sigma_y$ ，到最下方層面上的 σ_y 的線性變化。彎曲力矩可能增加到超出 M_y 而導致如圖 1.3 (b) 所示的拉力與壓力中的塑性區域。力矩 - 曲度關係 (圖 1.4 中的 OAB)，係按線性關係直達 M_y (用 A 點代表)。但一經發展成塑性後，則顯示曲度改變對力矩改變的比率增加。當曲度趨近於無窮大後，其斷面也就成為完全塑性〔圖 1.3 (c)〕，對力矩的抵抗則趨近於塑性力矩 (plastic moment)

$$M_p = \left\{ \left(\frac{bd}{2} \sigma_y \right) \frac{d}{4} \right\} \times 2 = Z_p \sigma_y$$

其中， Z_p 為塑性模數 (plastic modulus) $bd^2/4$ 。如此，就矩形斷面而言，塑性力矩對屈服力矩 (或是塑性模數對彈性模數) 的比為 1.5。此項比值，稱為形狀因數，(shape factor) 並用 ν 表示。

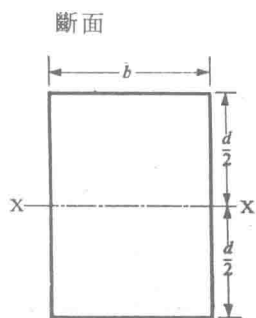
對稱的 I 斷面，對與腹板軸垂直彎曲時〔圖 1.5 (a)〕，所具的形狀因數，較諸矩形斷面更接近值 1，型鋼斷面的典型值為 1.15。塑性模數係按斷面積對中心軸 XX 的力矩計算，位在 XX 下方的面積作為負值計算。因之得

$$Z_p = 2 \left[\{bt_f\} \left\{ \frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right\} + \left\{ t_w \left(\frac{d}{2} - t_f \right) \right\} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{d}{2} - t_f \right) \right\} \right]$$

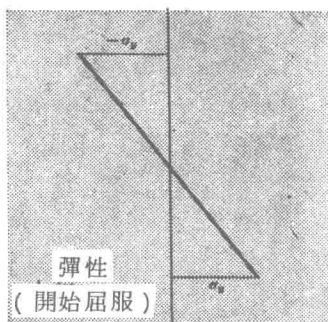
$$Z_p = bt_f(d - t_f) + \frac{1}{2} t_w(d - 2t_f)^2 \quad (1.1)$$

其力矩 - 曲度關係，如圖 1.4 所示的 OA' B' 線。

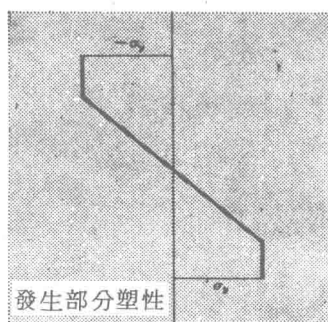
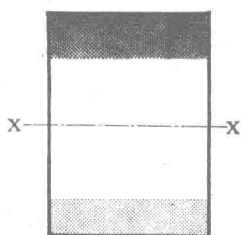
一種對彈性 - 塑性性質提供一個頗有用處的數學模式的理想化斷面，如圖 1.5 (b) 所示的雙板斷面 (twin-plate section)。其中包相距為 d 的兩片面積為 $A/2$ 的薄板，腹板面積為零。此種斷面的 Z 。



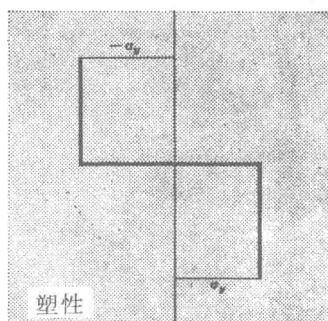
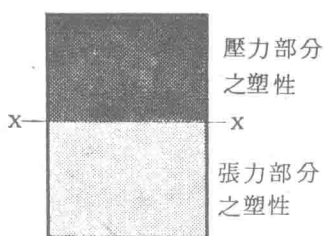
應力分佈



(a)



(b)



(c)

圖 1.3 矩形斷面樑的彎曲達塑性範圍

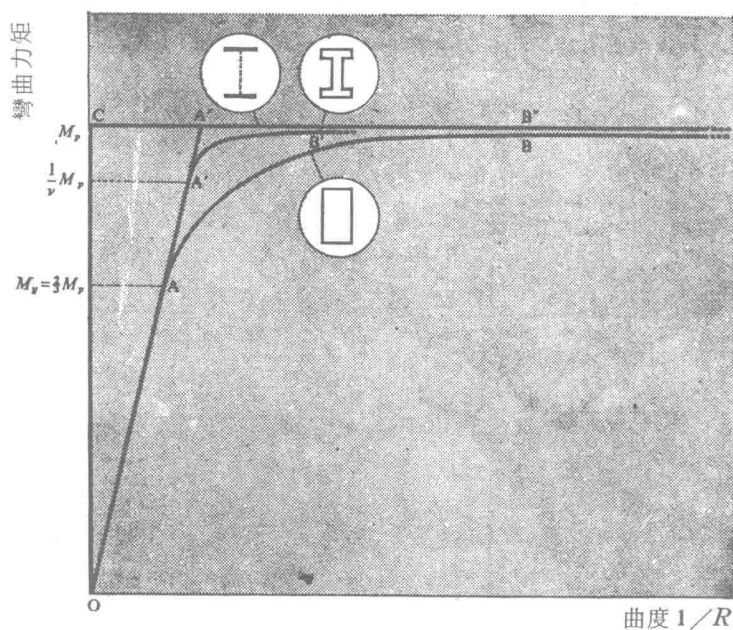


圖 1.4 樑彎曲達於塑性範圍的力矩曲度關係

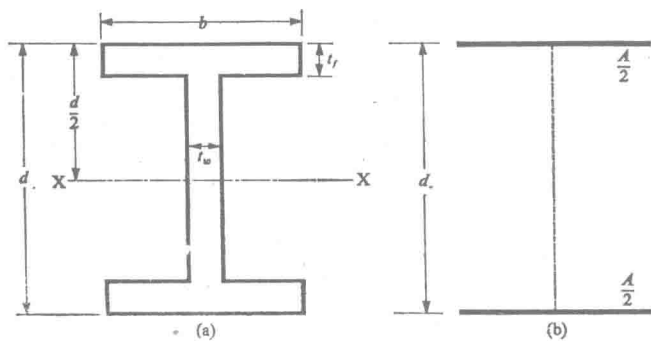


圖 1.5 (a) I 型斷面樑；(b) “雙鉸”斷面或稱形狀因數為 1 的斷面

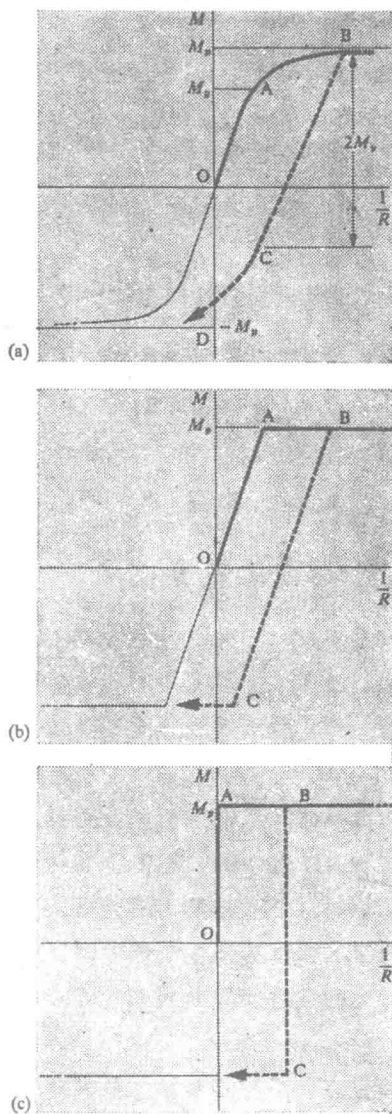


圖 1.6 逆向彎曲的力矩曲度關係

$= Z_p = \frac{1}{2} Ad$, 亦即其形狀因數為 1, 同時, 其力矩 - 曲度關係, 變成

如圖 1.4 所示的 $OA''B''$ 線。

用於力矩 - 曲度關係的剛性 - 塑性數學模式, 對所有各種斷面構材而言均為相同。因圖 1.4 中的 OCB'' 線, 在未達塑性力矩以前, 其構材永遠維持平直, 在達到塑性力矩之後, 對所相對應的力矩, 可假設成任何曲度。

對達部分塑性後的樑, 當解除其載重時, 其外緣層面的應力發生 $2\sigma_y$ 的改變時, 仍遵循彈性關係。因之, 解除載重達 $2M_y$ 範圍時, 乃成線性關係, 其形如圖 1.6 (a) 所示的 BC 線。對形狀因數為 1 的彈性 - 塑性樑而言, 其線性範圍為 $2M_p$ [圖 1.6 (b)], 同時, 剛性 - 塑性樑的彎曲力矩的逆向關係, 如圖 1.6 (c) 所示。

1.3 靜定結構的破壞載重

包含完全塑性力矩 M_p , 與中心集中載重 W 的一枝均一簡支樑, 在中心力矩變成 M_y 時為止, 其所具的載重 - 撓度關係, 均屬線性 OA [圖 1.7 (b)] 關係。相當的載重為靜定, 經就 AC , 取對 C 點的力矩, 得 $M_y = W_y L / 4$, 或 $W_y = 4M_y / L$ 。當載重增加時, 其塑性區域便會自樑的長度中心向外擴大, 直達所承受的載重為 $W_p = 4M_p / L$, 發生完全塑性而止 [圖 1.7 (b) 中的 C 點]。自此以後, 假設在拉力與壓力中, 位在屈服應力時, 具有無窮大的應變能量, 在其載重下發生無窮大的曲度, 同時, 其撓度亦發生不能予以限定的增加 [圖 1.7 (b) 中的 CD]。因此, 可假定在承受此種載重下, 形成一個抵抗力矩為常數 M_p 的塑性鉸 (plastic hinge)。因為, 當此種變形尚在繼續進行時, 樑中力矩不論位在何處均為常數, 故變形的增量 (increment) 可正確的用圖 1.7 (c) 中所示的剛性鏈機構 (rigid-link mechanism) 作用來代表。設其外部所作的功, 等於作為鏈中塑性變形所吸收的內

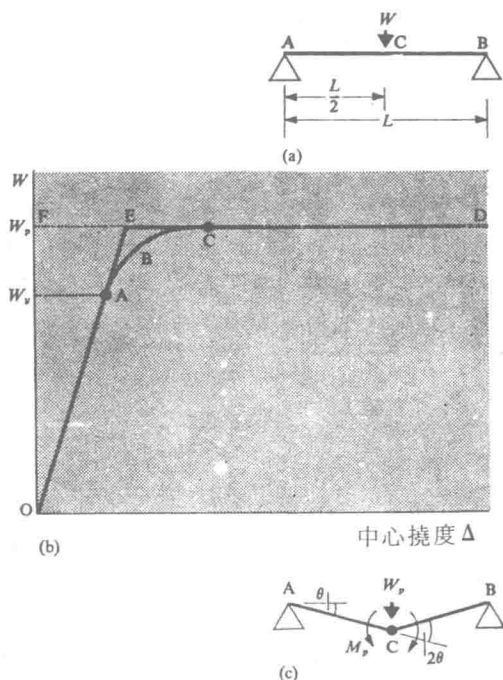


圖 1.7 簡支樑的彈性塑性性質

部功，並假設 θ 值頗小，得成立

$$W_p \left(\frac{L\theta}{2} \right) = M_p(2\theta) \quad (1.2)$$

同樣，亦可得出 $W_p = 4M_p / L$ 。式 (1.2) 又可看成是實際 (real) 或是虛 (virtual) 功方程式。

塑性鉸概念，顯然是實質的近似情形，因樑未完全破壞前，不可能發生無窮大曲度。更精確的說法是，位於最大力矩斷面兩側的短距離中，發生大的曲度，經在該斷面位置增加抵抗力矩，使其數值超出塑性力矩，便會發生此種情形，如此，會使塑性擴大 (Horne⁽⁴⁾，Hrennikoff⁽⁵⁾)。不過，自經驗發現，軟鋼結構中，塑性鉸概念與實