

信息科学与工程系列专著

反射面天线理论 及实用CAD程序集

Theories and Practical CAD Programs
for Reflector Antennas

何山红 著



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

信息科学与工程系列专著

反射面天线理论及实用 CAD 程序集

Theories and Practical CAD Programs
for Reflector Antennas

何山红 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是一本将反射面天线理论和工程应用相结合的专著。书中对绝大多数种类的反射面天线的形状设计原理、辐射场计算理论进行了系统的推导,编写了几何形状设计、辐射场计算程序并给出了计算实例。书中理论及程序大部分有工程实践支持。

本书各章自成体系,但又不失全书的完整性和系统性。书中注重对理论的具体分析,将抽象理论具体化。将书中理论和这些“拿来就能用”的程序相结合,可以提高学习、研究或者设计反射面天线的效率,缩短从理论到实践的距离。

本书可供从事天线研究和设计的技术人员及高等院校相关专业的教师、研究生和本科生阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

反射面天线理论及实用 CAD 程序集 / 何山红著. —北京: 电子工业出版社, 2016.5

(信息科学与工程系列专著)

ISBN 978-7-121-28789-3.

I. ①反… II. ①何… III. ①反射面天线—理论 IV. ①TN82

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 098784 号

责任编辑: 张来盛 (zhangls@phei.com.cn) 特约编辑: 王沈平

印 刷: 北京京科印刷有限公司

装 订: 北京京科印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 38.5 字数: 985.6 千字

版 次: 2016 年 5 月第 1 版

印 次: 2016 年 5 月第 1 次印刷

印 数: 2 000 册 定价: 128.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: (010) 88254467; zhangls@phei.com.cn。

前 言

反射面天线广泛应用于通信、雷达、导航、遥控、遥测、深空探测和射电天文等领域。随着现代科技的发展,反射面技术取得了明显的进步,涌现出了许多新技术及新方法。但反射面天线的几何形状设计、辐射场计算比较复杂,对工程数学和电磁场理论要求较高,所涉及的公式较多,也较为晦涩,很多天线设计方面的参考书与工程结合不够紧密;对于从事反射面天线工作的人员而言,拥有一些较为系统全面、理论与实践紧密结合的参考书及“拿来就能用”的程序,无疑可以提高其学习、研究或者设计反射面天线的效率,缩短从理论到实践的距离。本书对绝大多数种类的反射面天线的形状设计原理、辐射场计算理论(包括主面的口面场、辐射远场和副面散射场等)进行了系统的推导,对不同种类的反射面天线采用了适合于各自特点的分析方法;对每种天线分别编写了形状设计、辐射场计算程序,并给出了计算实例。

本书共 12 章,对近 20 种形式的反射面天线进行了形状设计和辐射场计算。这些天线涵盖了目前绝大多数种类的反射面天线,具体包括抛物面天线、卡塞格伦天线(含标准型和赋形波束两种类型)、单偏置抛物面天线、赋形波束双弯曲反射面天线(含焦点带、仰角带、水平带三种类型)、副面为椭圆的环焦天线(含标准型和赋形波束两种类型)、双偏置对称转换反射面天线(含格雷高利和卡塞格伦两种类型)、赋形双偏置反射面天线(含卡塞格伦和格雷高利两种类型)、格雷高利椭圆波束反射面天线、变焦距环焦椭圆波束反射面天线(包括副面半径过渡函数为多项式函数、正弦函数和指数函数三种形式)、变照射角赋形卡塞格伦椭圆波束天线(包括副面矢径长度过渡函数为多项式函数、正弦函数和指数函数三种形式)、三反射体赋形球面天线和瞬时多波束抛物面天线。

第 1 章先将标准卡塞格伦天线用等效抛物面来代替,然后利用基于矢位法的辐射场理论推导了抛物面天线辐射远场的计算原理;针对馈源辐射方向图为轴对称、非轴对称、馈源辐射电场为线极化、圆极化等情况,编写了辐射远场计算程序并给出了计算实例。

第 2 章利用 E 模场辐射法,在馈源辐射方向图非轴对称的情况下,给出了馈源辐射电场为线极化、圆极化时的单偏置抛物面天线辐射远场计算原理,编写了计算程序并给出了计算实例;当单偏置抛物面天线的偏置角度为零时,则变成了抛物面天线,因此这一章介绍的理论与编写的程序也适用于抛物面天线。

第 3 章先论述了赋形波束双弯曲反射面天线的中截线的设计原理,并结合条带理论给出

了焦点带、仰角带、水平带赋形波束双弯曲反射面天线的设计过程；当馈源辐射方向图非轴对称时，利用基于矢位法的辐射场理论，推导了计算线极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射远场计算程序，给出了计算实例。

第4章在给定反射面口面功率分布的情形下，结合馈源辐射功率方向图给出了设计赋形卡塞格伦天线形状的原理。在馈源辐射方向图为轴对称的情况下，推导了利用镜面电流法计算副面散射场、主面口面场、辐射远场及天线效率、增益等参数的原理；当馈源辐射方向图非轴对称时，为了提高计算速度，对反射面进行了多项式拟合，推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射远场计算程序，给出了计算实例。

第5章在给定反射面口面功率分布的情形下，结合馈源辐射功率方向图给出了设计副面为椭圆的赋形环焦天线形状的原理。在馈源辐射方向图非轴对称的情况下，对反射面进行了多项式拟合；推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射远场计算程序，给出了计算实例。

第6章和第7章分别推导了双偏置对称转换格雷高利天线和卡塞格伦天线形状的解析表达式。在馈源辐射方向图非轴对称的情况下，推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射场计算程序，给出了计算实例。

第8章在给定反射面口面功率分布的情形下，结合馈源辐射功率方向图推导了设计赋形双偏置卡塞格伦天线和格雷高利天线的形状的原理。在馈源辐射方向图非轴对称的情况下，推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射场计算程序，给出了计算实例。

第9章在基于对称转换的前提下，设计了求解格雷高利低交叉极化椭圆波束天线形状的方法。在馈源辐射方向图非轴对称的情况下，推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射场计算程序，给出了计算实例。

第10章论述了求解变焦距环焦椭圆波束天线、变照射角赋形卡塞格伦椭圆波束天线形状的过程。在馈源辐射方向图非轴对称的情况下，推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射远场的原理，编写了反射面形状设计及辐射场计算程序并给出了计算实例；如果将椭圆波束椭圆率设成1，则变成了对称波束，环焦椭圆波束天线变成了副面为椭圆的标准环焦天线、赋形卡塞格伦椭圆波束天线变成了赋形卡塞格伦对称波束天线。因此，这一章的理论及程序也可应用于标准环焦天线或赋形卡塞格伦对称波束天线的形状设计及辐射场计算。

第 11 章在给定主面口面功率分布的情况下,结合馈源功率方向图,设计了求解第 1 类和第 2 类三反射体赋形球面天线形状的方法;分析了利用移动馈源系统(含馈源及第一、第二副面)实现波束扫描,或利用多个馈源系统产生多波束的机理。这一章在馈源辐射方向图非轴对称的情况下,推导了利用射线跟踪法和镜面电流法计算线极化、圆极化辐射场的原理,对比分析了馈源辐射方向图和主面口面功率函数在不同情况下的性能,编写了反射面形状设计及辐射场计算程序,并给出了计算实例。

第 12 章介绍了由主动球面构成的瞬时多波束抛物面天线的概念,分析了利用多个偏焦馈源实现多波束的机理;在瞬时抛物面天线沿焦平面运动过程中,分析了剩余球面对瞬时抛物面天线辐射远场的影响;在馈源辐射方向图非轴对称的情况下,论述了利用矢位法计算剩余球面的线极化、圆极化辐射远场的原理;将剩余球面和瞬时抛物面分别产生的辐射远场进行矢量叠加,计算出了由剩余球面和瞬时抛物面组成的混合反射面的辐射远场,编写了辐射远场计算程序并给出了计算实例。

著者曾在国家大型电子技术研究所从事天线研究工作多年,现从事教学和科研工作。本书是著者多年来在从事反射面天线理论研究、工程设计、指导研究生学位论文等工作中常年积累的成果,同时也参考了国内外文献。本书省略了一些烦琐的基础理论的推导,也删掉了部分章节之间重复的内容;但各章又尽量保持了理论的系统性,自成体系。书中注重对理论的具体分析,将抽象理论具体化,以便更好地应用于工程实践。

本书所有程序均采用 Digital Visual Fortran 5.0 编写,源程序代码、每个计算实例的输入和输出数据文件等按照章节顺序存放在一个文件包中,并上传至电子工业出版社网站上,需要的读者可登录该网站免费下载。虽然大部分程序已在实践中进行过验证或与其他商业软件进行过对比,但难免还会存在一些考虑不周全的地方。读者也可以利用书中理论并参考书中程序编写适合个人习惯的程序或者对书中的程序进行改进。

限于著者水平,错误和缺点难免,敬请广大读者批评指正。

著 者

2016 年 1 月于安徽工业大学

Email: antennaeng@163.com

目 录

第 1 章 标准卡塞格伦天线和抛物面天线	1
1.1 标准卡塞格伦天线的等效抛物面法	1
1.1.1 标准卡塞格伦天线的几何参数	1
1.1.2 等效抛物面法	2
1.2 基于矢位法的抛物面天线辐射远场的分析	3
1.2.1 矢位法基本原理	3
1.2.2 基于矢位法的反射面天线辐射远场的计算	6
1.2.3 点源照射下的反射面天线辐射远场	8
1.2.4 抛物面的面积元和法向单位矢量	9
1.2.5 抛物面天线的辐射远场	10
1.3 程序计算实例	15
1.3.1 标准卡塞格伦天线计算实例	15
1.3.2 抛物面天线计算实例	20
1.4 程序清单	23
1.4.1 馈源辐射方向图轴对称时辐射远场计算程序清单 HAA.FOR	24
1.4.2 馈源辐射方向图非轴对称时辐射远场计算程序清单 HAB.FOR	32
第 2 章 单偏置抛物面天线	41
2.1 单偏置抛物面天线的几何结构	41
2.2 利用 E 模场辐射法计算单偏置抛物面天线的辐射远场	42
2.2.1 线极化辐射远场	42
2.2.2 圆极化辐射远场	47
2.3 程序计算实例	51
实例 2.1 线极化时单偏置抛物面天线的计算	51
实例 2.2 圆极化时单偏置抛物面天线的计算	53
实例 2.3 抛物面天线的计算	55
2.4 单偏置抛物面天线辐射远场计算程序清单 HOF.FOR	56
第 3 章 赋形波束双弯曲反射面天线	73
3.1 赋形波束双弯曲反射面天线几何形状设计	73
3.1.1 设计中截线	73
3.1.2 条带设计	76
3.2 赋形波束双弯曲反射面天线辐射远场	78
3.2.1 利用矢位法计算反射面天线辐射远场	78

3.2.2	点源照射下的反射面辐射远场	79
3.2.3	反射面的表面参量	81
3.2.4	辐射远场	82
3.3	程序计算实例	86
实例 3.1	远场功率方向图为余割平方时的计算	86
实例 3.2	远场功率方向图为任意分布时的计算	93
3.4	反射面形状设计和辐射远场计算程序清单 HDR.FOR	95
第 4 章	赋形卡塞格伦天线	122
4.1	常用口面场分布函数分析	122
4.2	反射面结构设计	122
4.2.1	反射面方程	122
4.2.2	利用四阶龙格-库塔法求解微分方程组	127
4.3	利用镜面电流法求解辐射场	128
4.3.1	副面散射场	128
4.3.2	卡塞格伦天线辐射场	132
4.3.3	天线效率	137
4.4	射线跟踪和镜面电流法计算辐射场	141
4.4.1	反射面坐标的拟合处理	141
4.4.2	反射面上点的法向单位矢量	142
4.4.3	主反射面的面积元	144
4.4.4	主面口面场	145
4.4.5	辐射远场	148
4.5	程序计算实例	151
实例 4.1	计算赋形卡塞格伦天线形状	151
实例 4.2	馈源辐射方向图轴对称时辐射远场计算	154
实例 4.3	赋形卡塞格伦天线形状计算及坐标拟合	158
实例 4.4	馈源辐射方向图非轴对称时辐射远场计算	160
4.6	程序清单	163
4.6.1	计算赋形卡塞格伦天线形状程序清单 HCC.FOR	163
4.6.2	馈源辐射方向图轴对称时辐射场计算程序清单 HCD.FOR	168
4.6.3	计算赋形卡塞格伦天线形状及拟合程序清单 HCE.FOR	185
4.6.4	馈源辐射方向图非轴对称时辐射场计算程序清单 HCF.FOR	192
第 5 章	赋形环焦反射面天线	208
5.1	反射面形状设计	208
5.1.1	主面和副面母线的方程	208
5.1.2	反射面参数的选取	212
5.1.3	四阶龙格-库塔法求解微分方程组	214

5.2	辐射远场	214
5.3	程序计算实例	215
实例 5.1	计算赋形环焦天线形状及拟合处理	215
实例 5.2	馈源辐射方向图非轴对称时线极化辐射远场的计算	218
实例 5.3	馈源辐射方向图非轴对称时圆极化辐射远场的计算	221
5.4	计算环焦天线形状及拟合程序清单 HRA.FOR	222
第 6 章	双偏置对称转换格雷高利天线	230
6.1	基本几何结构参数	230
6.2	主副面表达式	233
6.2.1	副面法向单位矢量	233
6.2.2	副面反射线单位矢量	234
6.2.3	副面坐标	236
6.2.4	主面坐标	237
6.2.5	主面口面上反射线轨迹与馈源球坐标系下参量的关系	238
6.3	主面口面场	246
6.3.1	主面的面积元	246
6.3.2	主面口面场	248
6.4	辐射远场	251
6.4.1	线极化辐射远场	251
6.4.2	圆极化辐射远场	252
6.5	程序计算实例	254
实例 6.1	馈源辐射电场为线极化时的计算	254
实例 6.2	馈源辐射电场为圆极化时的计算	257
6.6	反射面形状和辐射场计算程序清单 OFFA.FOR	259
第 7 章	双偏置对称转换卡塞格伦天线	276
7.1	基本几何结构参数	276
7.2	主副面表达式	279
7.2.1	副面法向单位矢量	279
7.2.2	副面反射线单位矢量	280
7.2.3	副面坐标	281
7.2.4	主面坐标	282
7.2.5	主面口面上反射线轨迹与馈源球坐标系下参量的关系	283
7.3	主面口面场	291
7.4	辐射远场	294
7.5	程序计算实例	295
实例 7.1	馈源辐射电场为线极化时的计算	295

实例 7.2 馈源辐射电场为圆极化时的计算	299
7.6 反射面形状和辐射远场计算程序清单 OFFB.FOR	300
第 8 章 赋形双偏置反射面天线	312
8.1 求解反射面形状	312
8.1.1 能量守恒定律	312
8.1.2 斯奈尔定律	313
8.1.3 求解反射面坐标的步骤	316
8.2 主面口面场	317
8.3 辐射远场	321
8.4 程序计算实例	322
实例 8.1 计算赋形双偏置格雷高利天线的形状	323
实例 8.2 计算赋形双偏置卡塞格伦天线的形状	325
实例 8.3 线极化时赋形双偏置格雷高利天线辐射远场的计算	326
实例 8.4 圆极化时赋形双偏置格雷高利天线辐射远场的计算	328
实例 8.5 线极化时赋形双偏置卡塞格伦天线辐射远场的计算	329
实例 8.6 圆极化时赋形双偏置卡塞格伦天线辐射远场的计算	330
8.5 程序清单	331
8.5.1 反射面天线形状计算程序清单 DOFA.FOR	332
8.5.2 反射面天线辐射场计算程序清单 DOFB.FOR	339
第 9 章 格雷高利椭圆波束天线	346
9.1 反射面坐标求解	346
9.1.1 对称平面的几何参数	346
9.1.2 主面特性	348
9.1.3 副反射面的几何特性	348
9.1.4 主面坐标和副面坐标的关系	350
9.1.5 求解主副面坐标的具体过程	352
9.1.6 验证主副面形状设计结果	355
9.2 主面口面场	356
9.3 辐射远场	361
9.4 程序计算实例	361
实例 9.1 求解不同坐标系下的方位角的对应关系	362
实例 9.2 求解偏焦函数中的系数的值	363
实例 9.3 利用偏焦函数计算反射面形状	364
实例 9.4 线极化时天线俯仰面远场方向图的计算	367
实例 9.5 线极化时天线方位面远场方向图的计算	369
实例 9.6 右旋圆极化时天线俯仰面远场方向图的计算	370
实例 9.7 左旋圆极化时天线方位面远场方向图的计算	372

9.5 程序清单	373
9.5.1 求解不同坐标系下的方位角的对应关系程序清单 HERA.FOR	373
9.5.2 偏焦函数中的系数求解程序清单 HERB.FOR	376
9.5.3 反射面形状计算程序清单 HERC.FOR	383
9.5.4 反射面天线辐射远场计算程序清单 HERD.FOR	390
第 10 章 对称双反射面椭圆波束天线	399
10.1 求解变焦距环焦椭圆波束天线形状	399
10.1.1 长轴平面内的副面几何参数	400
10.1.2 短轴平面内的副面几何参数	402
10.1.3 其他平面内的副面几何参数	403
10.1.4 副面上点的法向单位矢量	406
10.1.5 求解主面坐标	410
10.2 求解变照射角赋形卡塞格伦椭圆波束天线形状	411
10.2.1 求解长轴和短轴平面内的主副面形状	412
10.2.2 求解其他平面内的副面形状	413
10.2.3 求解其他平面内的主面形状	414
10.3 主面口面场	417
10.4 辐射远场	421
10.5 程序计算实例	422
10.5.1 变焦距环焦椭圆波束天线计算实例	422
10.5.2 变照射角赋形卡塞格伦椭圆波束天线计算实例	434
10.6 程序清单	446
10.6.1 环焦椭圆波束天线形状计算程序清单 HEEA.FOR	446
10.6.2 环焦椭圆波束天线辐射场计算程序清单 HEEB.FOR	456
10.6.3 卡塞格伦椭圆波束天线形状计算程序清单 HFFA.FOR	463
10.6.4 卡塞格伦椭圆波束天线辐射远场计算程序清单 HFFB.FOR	486
第 11 章 三反射体赋形球面天线	490
11.1 三反射体赋形球面天线特性	490
11.2 求解主副面形状	491
11.2.1 求解对称平面内的曲线	491
11.2.2 在反射面坐标系下计算主副面形状	496
11.2.3 在馈源坐标系下计算主副面形状	498
11.2.4 验证主副面形状设计结果	500
11.3 主面口面场	502
11.4 辐射远场	509
11.5 程序计算实例	510
实例 11.1 非均匀分布时第 1 类天线形状计算	510

实例 11.2	非均匀分布时第 1 类天线方位面辐射远场的计算	514
实例 11.3	非均匀分布时第 1 类天线俯仰面辐射远场的计算	516
实例 11.4	均匀分布时第 1 类天线形状的计算	518
实例 11.5	均匀分布时第 1 类天线辐射远场的计算	519
实例 11.6	均匀分布时第 2 类天线形状的计算	521
实例 11.7	均匀分布时第 2 类天线辐射远场的计算	523
11.6	程序清单	524
11.6.1	三反射体球面天线形状计算程序清单 HMMA.FOR	524
11.6.2	三反射体球面天线辐射场计算程序清单 HMMA.FOR	539
第 12 章	瞬时多波束抛物面天线	547
12.1	瞬时多波束抛物面天线概述	547
12.1.1	瞬时抛物面天线特性	547
12.1.2	多个偏焦馈源形成多波束的机理	548
12.2	瞬时多波束抛物面天线辐射场	549
12.2.1	主动球面与瞬时抛物面的关系	549
12.2.2	基于矢位法的剩余球面辐射远场分析	551
12.2.3	点源照射下的剩余球面辐射远场	552
12.2.4	剩余球面的面积元和法向单位矢量	553
12.2.5	剩余球面的辐射远场	556
12.3	程序计算实例	560
实例 12.1	馈源非偏焦时瞬时抛物面天线辐射远场的计算	561
实例 12.2	馈源非偏焦时剩余球面和混合反射面的辐射远场的计算	563
实例 12.3	馈源偏焦时瞬时抛物面天线辐射远场的计算	565
实例 12.4	馈源偏焦时剩余球面和混合反射面的辐射远场的计算	566
12.4	程序清单	567
12.4.1	瞬时抛物面辐射远场计算程序清单 HYR1.FOR	567
12.4.2	剩余球面和混合反射面的辐射远场计算程序清单 HYR2.FOR	579
附录 A	公用子程序清单	592
附录 B	程序索引	597
附录 C	程序的使用说明	599
参考文献		600

第1章 标准卡塞格伦天线和抛物面天线

抛物面天线具有成本低、结构简单、馈源对于空中电磁波的遮挡小等优点，因而得到了广泛的应用。但是当天线口径增大到一定程度后，由于馈源安装于抛物线焦点处，是光聚焦的位置，这将使得馈源温度升高，导致信号的信噪比降低。另外馈源的辐射方向图不对称等因素也会造成天线效率较低，所以抛物面天线一般不作为大口径天线使用。大口径天线一般采用双反射面天线来实现。卡塞格伦天线作为双反射面天线的一种，由于其副面的反射是扩散型的，副面反射回馈源的能量少，天线输入驻波比受反射面的影响小。采用短焦距抛物面作为主反射面可以实现和长焦距抛物面天线同样的性能，因此可以缩短天线纵向尺寸。双反射面天线缩短了馈源和收发装置之间的馈线长度，从而降低了系统噪声。由于馈源发射的电磁波经过了副面和主面的两次反射，且便于采用辐射方向图对称的馈源，相对抛物面天线而言，其主面口面场分布会得到一定的改善，天线效率会提高。因此卡塞格伦天线作为一种大口径反射面天线得到了广泛的应用。

本章首先将标准卡塞格伦天线用等效抛物面来代替，利用基于矢位法的辐射场理论推导抛物面天线辐射远场的计算原理；然后针对馈源辐射方向图为轴对称（只需提供馈源的一维幅度、相位辐射方向图）和非轴对称（需要提供馈源的二维幅度、相位辐射方向图）两种情况，分别编写馈源辐射电场为水平/垂直线极化、左/右旋圆极化时的抛物面天线辐射远场计算程序，并给出计算实例。

1.1 标准卡塞格伦天线的等效抛物面法

1.1.1 标准卡塞格伦天线的几何参数

标准卡塞格伦天线的几何关系图如图 1.1 所示。利用抛物面和双曲线的几何特性，如果知道了主面直径 D_m 、副面直径 D_s 、副面最大边缘照射角 φ_m 和主面焦距 f ，则利用如下几何参数之间的关系式可以求出主面边缘照射角 θ_m 、副面的两个焦点之间的距离 f_c 、主面深度 S_m 、副面顶点和其右边焦点的距离 L_v 、副面深度 S_s 等几何参数^[1]：

$$\theta_m = 2 \tan^{-1} (D_m / (4f)) \quad (1.1)$$

$$f_c = (D_s / 2) (1 / \tan \varphi_m + 1 / \tan \theta_m) \quad (1.2)$$

$$S_m = (D_m / 2)^2 / (4f) \quad (1.3)$$

$$L_v = \frac{f_c}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta_m - \varphi_m}{2} / \sin \frac{\theta_m + \varphi_m}{2} \right) \quad (1.4)$$

$$S_s = \frac{f_c}{2} \left(\sin \frac{\theta_m - \varphi_m}{2} / \sin \frac{\theta_m + \varphi_m}{2} \right) \left(\sqrt{1 + [D_s / (2b)]^2} - 1 \right) \quad (1.5)$$

式中，

$$b = \frac{f_c}{2} \sqrt{1 - \left(\sin \frac{\theta_m - \varphi_m}{2} / \sin \frac{\theta_m + \varphi_m}{2} \right)^2} \quad (1.6)$$

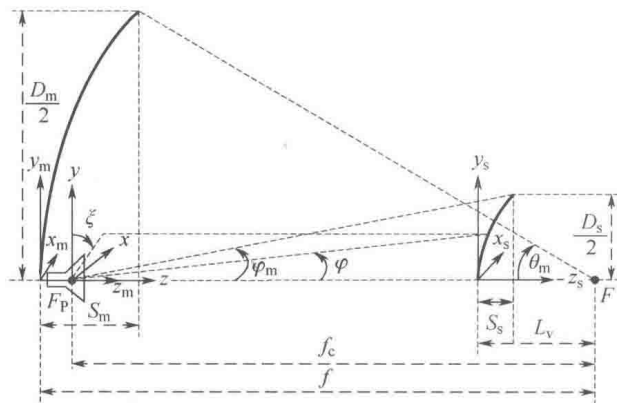


图 1.1 标准卡塞格伦天线几何关系图

如果以主面的顶点建立坐标系 \$(x_m, y_m, z_m)\$, 则主面的横坐标和纵坐标满足:

$$z_m = y_m^2 / (4f) \quad (1.7)$$

如果以副面的顶点建立坐标系 \$(x_s, y_s, z_s)\$, 则副面的横坐标和纵坐标满足:

$$z_s = \frac{f_c}{2} \left(\sin \frac{\theta_m - \varphi_m}{2} / \sin \frac{\theta_m + \varphi_m}{2} \right) \left(\sqrt{1 + (y_s / b)^2} - 1 \right) \quad (1.8)$$

1.1.2 等效抛物面法

将标准卡塞格伦天线用一个口径相同的等效抛物面天线代替, 这就是等效抛物面法^[1]。如图 1.2 所示, 所谓等效抛物面, 是指从馈源的相位中心 \$F_p\$ (即副面左边焦点) 发出的各射线与经副面 (双曲面, 图中没有显示) 和主面 (抛物面) 两次反射后形成的平行于天线轴线的相应射线的交点的轨迹。等效抛物面不是一个实体, 而是为了分析计算方便而假想的。由图 1.2 可知, 由于 \$N\$ 点和 \$Q\$ 点的高度相等, 因此得到

$$r' \sin \varphi = r_e \sin \theta' \quad (1.9)$$

又因为标准卡塞格伦天线的主面为抛物面, 其数学表达式为

$$r' = \frac{2f}{1 + \cos \varphi} \quad (1.10)$$

因而将式 (1.10) 代入式 (1.9), 得到

$$r_e = \frac{2f \sin \varphi}{1 + \cos \varphi \sin \theta'} \quad (1.11)$$

应用三角函数关系式

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \tan \frac{x}{2} \quad (1.12)$$

式 (1.11) 变换为

$$r_e = \frac{2f \tan(\varphi/2)}{1 + \cos \theta' \tan(\theta'/2)} = \frac{2f}{1 + \cos \theta'} M = \frac{2F_e}{1 + \cos \theta'} \quad (1.13)$$

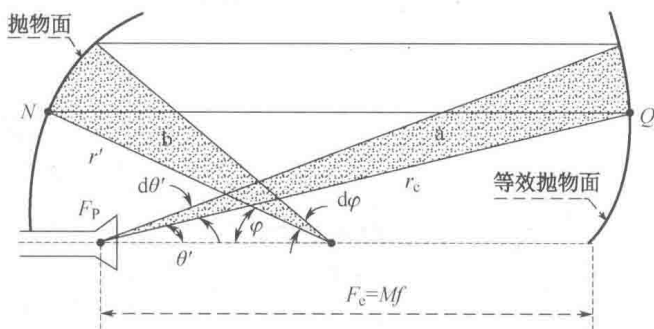


图 1.2 等效抛物面法示意图

其中, $M = \tan(\varphi/2)/\tan(\theta'/2)$, $F_c = Mf$ 为等效抛物面的焦距。

式 (1.13) 说明: 标准卡塞格伦天线可以等效为主面口径不变, 但焦距增大 M 倍的普通抛物面天线。如图 1.2 所示, 沿张角为 $d\theta'$ 的射线管 a 投射到等效抛物面的功率通量, 应与沿张角为 $d\varphi$ 的射线管 b 投射到原卡塞格伦主面的功率通量相等。因此, 等效抛物面天线和实际标准卡塞格伦天线的口径场幅度分布相同。这样, 可以将标准卡塞格伦天线处理为口径相同的抛物面天线, 通过计算抛物面天线的辐射远场来得到标准卡塞格伦天线的辐射远场, 从而简化标准卡塞格伦天线的辐射远场的计算过程。1.2 节将介绍利用矢位法^[2]计算抛物面天线的辐射远场。

1.2 基于矢位法的抛物面天线辐射远场的分析

1.2.1 矢位法基本原理

设 $\mathbf{E}_1$ 和 $\mathbf{H}_1$ 分别是由场源中的电流 $\mathbf{J}_e$ 产生的电场强度和磁场强度, $\mathbf{E}_2$ 和 $\mathbf{H}_2$ 分别是由磁流 $\mathbf{J}_m$ 产生的电场强度和磁场强度, 那么总的电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 分别为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (1.14)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 \quad (1.15)$$

在各向同性媒质中, 满足麦克斯韦方程

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_1 &= \mathbf{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t}, & \nabla \times \mathbf{H}_2 &= \frac{\partial \mathbf{E}_2}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E}_1 &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t}, & \nabla \times \mathbf{E}_2 &= -\mathbf{J}_m - \mu \frac{\partial \mathbf{H}_2}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{H}_1 &= 0, & \nabla \cdot \mathbf{E}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1.16)$$

因为 $\nabla \cdot \mathbf{H}_1 = 0$, 因此 $\mathbf{H}_1$ 为无源场, 则它必为有旋场, 故总可以找到一个磁矢位 $\mathbf{A}_m = A_m^x \hat{\mathbf{e}}_x + A_m^y \hat{\mathbf{e}}_y + A_m^z \hat{\mathbf{e}}_z$, 使得

$$\mathbf{H}_1 = \nabla \times \mathbf{A}_m = \hat{\mathbf{e}}_x \left(\frac{\partial A_m^z}{\partial y} - \frac{\partial A_m^y}{\partial z} \right) + \hat{\mathbf{e}}_y \left(\frac{\partial A_m^x}{\partial z} - \frac{\partial A_m^z}{\partial x} \right) + \hat{\mathbf{e}}_z \left(\frac{\partial A_m^y}{\partial x} - \frac{\partial A_m^x}{\partial y} \right) \quad (1.17)$$

式中, $\hat{\mathbf{e}}_x$ 、 $\hat{\mathbf{e}}_y$ 和 $\hat{\mathbf{e}}_z$ 为单位矢量。

因此

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t} = -\mu \frac{\nabla \times \partial \mathbf{A}_m}{\partial t} \quad (1.18)$$

由式 (1.18) 可以得到

$$\nabla \times \left(\mathbf{E}_1 + \mu \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.19)$$

式 (1.19) 的通解为

$$\mathbf{E}_1 + \mu \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} = -\nabla F \quad (1.20)$$

由式 (1.20) 得到

$$\mathbf{E}_1 = -\mu \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} - \nabla F \quad (1.21)$$

式中: F 为任意标量函数, 称为标量电位。

由式 (1.16) 已知 $\nabla \cdot \mathbf{E}_2$ (即 $\mathbf{E}_2$ 的散度) 为零, 因此总可以找到一个矢量函数, 即电矢位 $\mathbf{A}_e = A_e^x \hat{\mathbf{e}}_x + A_e^y \hat{\mathbf{e}}_y + A_e^z \hat{\mathbf{e}}_z$, 使得

$$\mathbf{E}_2 = -\nabla \times \mathbf{A}_e = \hat{\mathbf{e}}_x \left(\frac{\partial A_e^y}{\partial z} - \frac{\partial A_e^z}{\partial y} \right) + \hat{\mathbf{e}}_y \left(\frac{\partial A_e^z}{\partial x} - \frac{\partial A_e^x}{\partial z} \right) + \hat{\mathbf{e}}_z \left(\frac{\partial A_e^x}{\partial y} - \frac{\partial A_e^y}{\partial x} \right) \quad (1.22)$$

由式 (1.21) 和式 (1.22) 得到总的电场 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = -\mu \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} - \nabla F - \nabla \times \mathbf{A}_e \quad (1.23)$$

知道了 $\mathbf{A}_m$ 、 $\mathbf{A}_e$ 和 F 就可以求出 $\mathbf{E}$ 。由于 F 为任意的标量函数, 由洛伦兹条件, 规定

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_m = -\varepsilon \frac{\partial F}{\partial t} \quad (1.24)$$

在时谐场情况下, 式 (1.24) 变成

$$\frac{\partial F}{\partial t} = j\omega F, \quad \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} = j\omega \mathbf{A}_m \quad (1.25)$$

利用式 (1.24) 和式 (1.25), 式 (1.23) 可以写成

$$\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A}_m - \nabla \left(-\frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \cdot \mathbf{A}_m \right) - \nabla \times \mathbf{A}_e = -j\omega\mu\mathbf{A}_m + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_m) - \nabla \times \mathbf{A}_e \quad (1.26)$$

利用 $\mathbf{A}_m \leftrightarrow -\mathbf{A}_e$ 及 $\varepsilon \leftrightarrow -\mu$ 的对偶关系, 可以得到

$$\mathbf{H}_2 = -j\omega\varepsilon\mathbf{A}_e + \frac{1}{j\omega\mu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) \quad (1.27)$$

因此

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 = -j\omega\varepsilon\mathbf{A}_e + \frac{1}{j\omega\mu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) + \nabla \times \mathbf{A}_m \quad (1.28)$$

在没有电荷的情况下, 由式 (1.16) 可以推出

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_1 &= \mathbf{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} \Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}_m) = \mathbf{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \left(-\mu \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} - \nabla F \right)}{\partial t} \\ &\Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}_m) = \mathbf{J}_e - \varepsilon \left(\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}_m}{\partial t^2} + \nabla \frac{\partial F}{\partial t} \right) = \mathbf{J}_e - \varepsilon \left(\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}_m}{\partial t^2} - \nabla \frac{\nabla \cdot \mathbf{A}_m}{\varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (1.29)$$

因为 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}_m = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_m) - \nabla^2 \mathbf{A}_m$ ，且对于时谐场有 $\partial^2 \mathbf{A}_m / \partial t^2 = -\omega^2 \mathbf{A}_m$ ，因此式 (1.29) 可以写成

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_m) - \nabla^2 \mathbf{A}_m = \mathbf{J}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}_m}{\partial t^2} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_m) \Rightarrow \nabla^2 \mathbf{A}_m + \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{A}_m = -\mathbf{J}_e \quad (1.30)$$

在没有电荷的情况下，由式 (1.16) 还可以得到

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}_2 &= -\mathbf{J}_m - \mu \frac{\partial \mathbf{H}_2}{\partial t} \Rightarrow \nabla \times (-\nabla \times \mathbf{A}_e) = -\mathbf{J}_m - \mu \frac{\partial \left(-j\omega \varepsilon \mathbf{A}_e + \frac{1}{j\omega \mu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) \right)}{\partial t} \\ &\Rightarrow \nabla^2 \mathbf{A}_e - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) = -\mathbf{J}_m - \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{A}_e - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) \Rightarrow \nabla^2 \mathbf{A}_e + \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{A}_e = -\mathbf{J}_m \end{aligned} \quad (1.31)$$

式 (1.30) 和式 (1.31) 均为非齐次波动方程，对于时谐场，当电流为面电流时，省略时间因子，其解分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_m &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \mathbf{J}_e \frac{e^{-jkr}}{r} dS \\ \mathbf{A}_e &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \mathbf{J}_m \frac{e^{-jkr}}{r} dS \end{aligned} \quad (1.32)$$

式中， r 为图 1.3 中所示的以馈源相位中心为坐标原点的远场坐标系下的源点 $Q(x', y', z')$ 到远区观察点 $M(x, y, z)$ 的距离， $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = 2\pi/\lambda$ 。

将式 (1.32) 代入式 (1.26) 和式 (1.28) 分别得到

$$\mathbf{E} = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_e dS + \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon} \nabla \left(\nabla \cdot \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_e dS \right) - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_m dS \quad (1.33)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{j\omega\varepsilon}{4\pi} \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_m dS + \frac{1}{j4\pi\omega\mu} \nabla \left(\nabla \cdot \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_m dS \right) + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}_e dS \quad (1.34)$$

式 (1.33) 和式 (1.34) 中的矢量算子 $\nabla = \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ ，即 ∇ 是对远区观察点坐标 (x, y, z) 起作用的。 dS 是对源点坐标 (x', y', z') 进行的。若以 ∇' 表示关于源点坐标 (x', y', z') 的矢量算子，则 $\nabla' \frac{e^{-jkr}}{r} = -\nabla \frac{e^{-jkr}}{r}$ ，其中 $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ 。

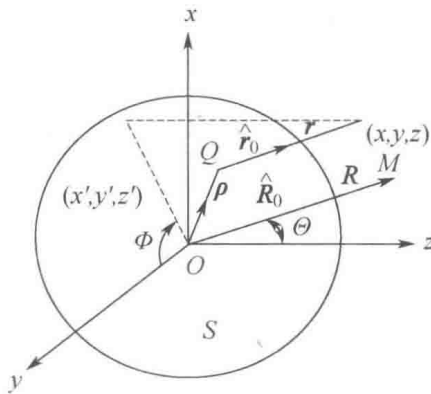


图 1.3 远场坐标系

由于 $\mathbf{J}_e$ 和 $\mathbf{J}_m$ 均只是源点坐标的函数，当矢量算子 ∇ 作用于它们时，其结果都等于零；即有 $\nabla \cdot \mathbf{J}_e (\mathbf{J}_m) = 0$ 、 $\nabla \times \mathbf{J}_e (\mathbf{J}_m) = 0$ 和 $\nabla \mathbf{J}_e (\mathbf{J}_m) = 0$ 。因此