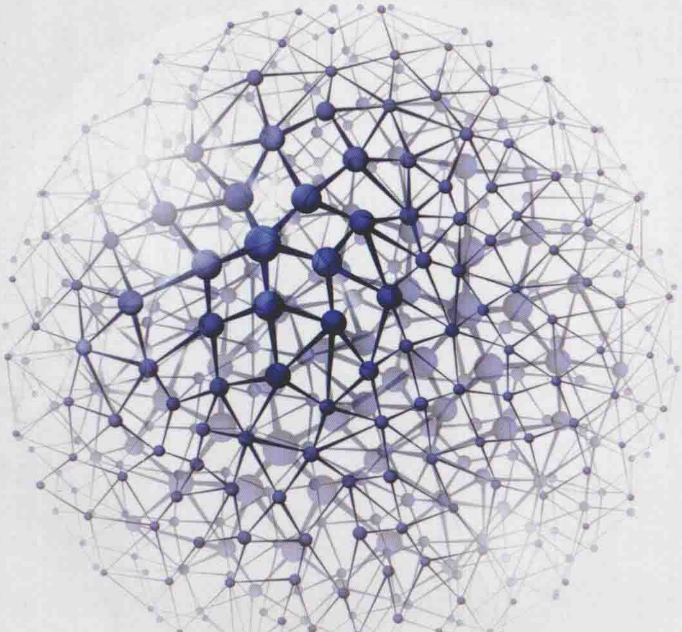
Linear Algebra

线性代数

罗桂生　编著

【第三版】



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

高等学校面向二十一世纪规划教材

线 性 代 数

（第三版）

罗桂生　编著

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数/罗桂生编著. —3 版. —厦门:厦门大学出版社,2016. 8

ISBN 978-7-5615-6185-0

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①罗… Ⅲ. ①线性代数-高等学校-教材 Ⅳ. ①O151. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 192375 号

出 版 人 蒋东明
责任编辑 陈进才
封面设计 李夏凌
美术编辑 李嘉彬
责任印制 许克华

出版发行 厦门大学出版社
社　　址 厦门市软件园二期望海路 39 号
邮政编码 361008
总 编 办 0592-2182177 0592-2181406(传真)
营销中心 0592-2184458 0592-2181365
网　　址 http://www.xmupress.com
邮　　箱 xmupress@126.com
印　　刷 三明市华光印务有限公司

开本 787mm×1092mm 1/16
印张 18.75
字数 480 千字
印数 1～2 000 册
版次 2016 年 8 月第 3 版
印次 2016 年 8 月第 1 次印刷
定价 39.00 元

厦门大学出版社
微信二维码

厦门大学出版社
微博二维码

内容提要

全书共分八章，内容包括：矩阵及其运算，n 阶行列式，n 维向量空间，线性方程组及其数值解法，矩阵的特征值与特征向量，二次型，线性空间与线性变换，层次分析法（介绍线性代数在数学建模上的应用）．每章均附有习题，书末附有综合练习题．习题及综合练习题的计算题部分均给出答案或提示，供读者查核参考．此外，本书还有两个附录：附录一、代数方程的根式可解性简介；附录二、线性代数的 Matlab 常用指令与例．在本书的最后还附有术语索引（汉英对照），以供读者查阅．

本书可作为高等院校非数学专业《线性代数》课程的教材或教学参考用书，并适合考研学生复习之用，也可供自学者和科技工作者阅读．

第三版前言

本书的第一版是多年前编著的，而第二版仅是对个别地方作了一些小的修改，基本保持了本书的原貌. 当时囿于教学大纲学时的限制，编写时着眼于介绍线性代数的基本概念、基本原理和基本方法，满足于教学的最基本要求，而忽略了其应用方面的介绍. 然而，在线性代数的教学过程中，常常会遇到学生学习线性代数有什么用的困惑，为此总要零星地抽出一些时间给予应用方面的补充解说. 但因缺乏教材文字上的支撑，学生听得总是懵懵懂懂，不甚了解.

近年多媒体课件在教学上得以普遍应用，因此在相同的学时内可以大大增加信息量，这就为增加应用方面的教学赢得了时间. 这样一来，如果教材中能适当加入其应用方面的内容，供学生泛读，而关键之处由教师予以点拨，则将使学生茅塞顿开.

鉴于上述，本次修订着眼于增加线性代数应用方面的内容. 为了便于教师组织教学，各章前几节的内容（线性代数的基本概念、基本原理和基本方法）大体不变，而将一些实际应用的例子或模型单独作为一节放在相应各章的最后. 由于学时的限制，考虑到教师不可能花费太多时间去讲授这些应用实例或应用模型，编写的内容都不太深奥，主要供学生自学或泛读，开拓视野，体验线性代数的实际应用魅力. 同时还可以改变灌输式的教学模式，变被动学习为主动学习. 此外，为了尝试介绍线性代数在数学建模方面的应用，使得学生在线性代数课程内得到数学建模方面的初步训练，这次修订增设了一章“层次分析法”供选学. 层次分析法的内容与线性代数的理论以及数学建模的方法结合比较紧密，相信这样的安排可以激发学生学习线性代数的兴趣，也更有利于调动他们学习线性代数的积极性和自主性.

本次修订，除了增加应用方面的内容，还改写了少许内容. 归纳起来，与前两版相比，这第三版的内容有以下几点变化:

1. 为便于补充应用方面的内容，原来的第五章“二次型”，现在分为两章: 第五章“矩阵的特征值和特征向量”及第六章“二次型”. 原来的第六章“线性空间与线性变换”，现在变成了第七章. 此外，增加了第八章“层次分析法”. 这样，全书也就由原来的六章扩充为八章.

2. 每章的最后一节都是增加的应用方面内容，主要供学生自学或泛读，因此打上“*”号. 如果学时允许，教师也可以适当选择部分内容进行讲授.

3. 调整了个别的定理、例题与习题，使其与相关概念之间的联系更加密切.

4. 第三章§3.4“矩阵的秩”的内容作了全面的改写，使其概念更清晰、逻辑更顺畅、举例更充分.

5. 矩阵 A 的转置原来记作 A'，现在统统记作 A^T，其余类推.

使用本书第三版作教材时，如果只讲授前六章的内容，除带“*”号部分外，约需 34 学时，大体可按 6、6、10、4、4、4 学时的顺序进行分配. 若要讲完全书的内容，约需 64 学时.

修订中难免存在不妥之处，希望有关专家、教师同仁和读者多提宝贵意见.

作　者

2016 年 7 月

第二版前言

本书自 2001 年出版发行以来，在使用过程中陆续发现了一些疏漏以及排版印刷方面的错误，此次再版作了全面认真的校核，对发现的问题一一作了修订和勘误．此外对个别地方作了一些小的修改，使其阐述更加准确，释义更加明白．限于本人的学识，书中的缺点和疏漏之处仍在所难免，在此热忱欢迎读者和教师同仁不吝赐教，并深致谢忱．

作　者

2013 年 1 月

第一版前言

本书是作者 1998—2000 年在原福建林学院为非数学专业的学生讲授《线性代数》课程编写的讲义基础上改写而成的.

按照现行的《线性代数》教学大纲，本书主要介绍了线性代数的基础知识. 为便于讲授和自学，叙述上力求深入浅出、前后连贯、推理详尽. 为此，一些概念的引入尽量从浅显的例子开始，每章乃至每节开始都简要介绍了要讨论的主要问题及上下之间的联系，而凡所涉及的定理几乎都给出了证明，对于那些较复杂的求解方法则给出了明确的解题步骤.

全书除安排一定数量的例题外，每章还配有必要的习题，可以作为课外练习. 最后还安排有综合练习题，以便复习时练习. 习题及综合练习题的计算题部分均给出答案或提示，以供教师选用，也便于读者自学时参考查核.

此外，书末还有两个附录：附录一、代数方程的根式可解性简介；附录二、线性代数的 Matlab 常用指令与例. 前者是为了帮助自学的读者了解《线性代数》的发展背景，而后者则是为了配合数学实验的教学.

使用本书作教材时，全书前五章的内容除带“*”号部分外，讲授约需 34 学时（其中第二章“行列式的计算”一节，可安排自学），大体可按 6、6、10、4、8 学时的顺序进行分配. 若要讲完全书的内容，约需 50 学时. 自学读者，遇到带“*”号的定理证明，可先不看它，或只需记住定理的条件与结论即可.

本书的出版得到了原福建林学院数学教研室全体同仁的帮助和支持，根据使用这本教材讲义的情况，不少同志给作者提出了许多宝贵的意见和建议，作者在此表示由衷的感谢.

由于作者水平所限，编写中难免有不妥之处，热忱欢迎读者批评指正.

作　者

2001 年 7 月

目　录

导 言

线性代数是代数学的一个分支，它研究的主要内容是有限维空间的代数结构以及有限维空间的线性映射. 线性代数其实是初等代数基本内容很自然的扩展. 初等代数的中心问题是解方程，从一个未知量的一元一次方程出发，向着两个方向发展:

一方面，发展为研究只含一个未知量但有任意次数的单独一个方程的学科，称为多项式代数. 它的发展起源于一元二次方程的求根公式，早在公元前2000年前，巴比伦人就已经知道了这样的求根公式. 之后，到了16世纪找到了三次和四次方程的求根公式，但直到19世纪初期才得知五次及五次以上的方程是没有求根公式的. 这方面较为详细的情况读者可参看本书的附录一. 多项式代数的中心问题是根的存在问题. 大家知道，在实数范围内并不是每一个代数方程都有根的. 但在复数域内，每一个 n 次代数方程都至少有一个根，从而有 n 个根（重根应重复计算）. 这便是著名的代数学基本定理. 高斯（C. F. Gauss，德国数学家，1777—1855）第一个对这一定理给出严格的证明，并把它选择为自己博士论文的论题，那时他才20岁. 高斯一生对基本定理一共给出四个严格的证明，最后一个证明是在他73岁高龄时完成的.

虽然高次方程没有求根公式，但这并不妨碍求得方程具有一定准确度的近似解. 多项式代数的一个重要任务就是研究方程的近似解法. 早在公元7世纪初，我国唐朝的王孝通（约公元630年）就提出三次方程的近似解法，用于解决工程中出现的问题，他是世界上最早提出三次方程代数解法的人. 而我国著名数学家秦九韶（约1202—1261）提出的解高次方程的“增乘开方法”，西方称为霍纳（W. G. Horner，英国数学家，1786—1837）法，但要晚我国五六百年. 随着计算机的发展，这方面的任务已经不是什么难题了.

另一方面，与多项式代数平衡发展的是线性代数基础，它是从研究任意一次方程组即线性方程组这一问题发展起来的. 公元1世纪，我国《九章算术》里已有线性方程组的解法实例. 1764年，法国的培祖（E. Bezout，1730—1783）用行列式建立了线性方程组的一般理论. 在西方，行列式被认为是1693年德国数学家莱布尼兹（G. W. Leibniz，1646—1716）发明的. 实际上，“行列式”这个词和行列式两边的两条竖线都是法国数学家柯西(A. L. Cauchy, 1789—1857)给出的. 克莱姆（G. Cramer，瑞士数学家，1704—1752）和拉普拉斯（P. S. Laplace，法国数

学家，1749—1827）则发展了行列式理论. 为了研究未知量的个数和方程的个数是任意的情形，克莱姆、西尔维斯特（J. J. Sylvester，英国数学家，1814—1897）、凯莱（A. Cayley，英国数学家，1821—1895）等人建立了矩阵论. 同时，为了研究线性方程组，还引进多维向量空间的概念. 线性代数基本上是讨论矩阵理论以及和矩阵有关的向量空间线性变换的一个大的学科，而且其应用范围远不只限于线性方程组的理论，直到现在线性代数仍在各种代数分支中占有首要的地位. 本书所述的线性代数仅是它的初等部分，它和多项式代数一起构成高等代数的主要内容.

代数的英文是 Algebra,源于阿拉伯语，其本意是“结合在一起”的意思. 这意味着代数的功能是把许多看似不相关的事物“结合在一起”，即进行抽象.将数学的两大因素——抽象和应用结合在一起，是线性代数的一大特点. 以往线性代数在数学、力学、物理学、化学和技术科学等领域有着多种重要作用，特别是计算数学中一切方法都无一例外地以线性代数为基础. 现在，随着经济和科技，以及计算机技术的飞速发展，使得它在各种工程领域，乃至于生态学、经济学和社会科学等都有广泛的应用，线性代数已成为越来越多的科技工作者必不可少的数学工具.

最后，建议读者本书中的习题（包括综合练习题）应尽量多做，以便能够把线性代数的知识融会贯通. 我国著名数学家华罗庚在介绍 И. М. 维诺格拉陀夫的《数论基础》时就曾说：“如果读这本书而不看不做书后的习题，就好像入宝山而空返，把这书的最重要的部分忽略了！” 同样，要学好线性代数也必须练习大量的习题.

第一章 矩 阵

矩阵是从一些实际问题中抽象出来的一个数学概念，是线性代数的重要工具，它在数学、工程技术、经济学乃至日常生活等方面都有着广泛的应用. 本章介绍矩阵的概念及其运算，矩阵的分块，方阵的逆阵与矩阵的初等变换等内容.

§1.1 矩阵的概念

为了给出矩阵的概念，先介绍一个产销平衡的运输问题.

某物资需要从产地 A_1、A_2、A_3 调往销地 B_1、B_2、B_3、B_4，它们的平衡表和单位运价表如下 (注意，这里所谓产销平衡是指全部产地的总产量等于全部销地的总销售量):

表 1.1 平衡表 （单位：t） 运价表 （单位：元 /t）

销地 / 产地	B_1	B_2	B_3	B_4	产量	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	55	3	2	9	2
A_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	55	7	4	8	5
A_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	80	4	1	3	6
销量	45	55	60	30					

设从产地 A_i 调往销地 B_j 的数量为 x_{ij}，该问题要求根据表上已知数据求出最优的调运方案即各 x_{ij} 的值，使总的运费最少. 这里不打算深入讨论这一问题，有兴趣的读者可以阅读有关线性规划的参考书籍.

由运价表可以得到一组数据，将它们按表上原来的位置排列成

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 & 2 \\ 7 & 4 & 8 & 5 \\ 4 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

由平衡表可以得到销量和产量的两组数据，不改变原来横行和竖列的排列形式，它们分别是

$$(45，55，60，30), \qquad \begin{pmatrix} 55 \\ 55 \\ 80 \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

此外，调运方案中的调运量 x_{ij} 也是一组数据，单独列出来就是

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

以上每一组数据或数表本身是一个整体，因此都给它们加上方括号(或圆括号).

把表 1.1 中的数据作这样处理后，将方便调运方案本身的讨论. 在许多实际问题中，都可以发现类似这种形式的数表. 因为这种数表的排列形状呈矩形阵列，故名矩阵.

定义 1.1 由 $m\times n$ 个数 $a_{ij}\,(i=1, 2, \cdots, m; j=1, 2, \cdots, n)$ 组成的 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

称为 $m\times n$ **矩阵**，记作 $A_{m\times n}$ 或 A，其中 a_{ij} 称为矩阵的第 i 行第 j 列的**元素**. 元素是实数的矩阵称为**实矩阵**，元素是复数的矩阵称为**复矩阵**. 以后除特别说明外，均指实矩阵. 矩阵 A 也简记作

$$A=(a_{ij})_{m\times n} \quad 或 \quad A=(a_{ij})$$

例如，(1.1)式或(1.3)式都是 3×4 矩阵，而(1.2)式中前者是 1×4 矩阵，后者是 3×1 矩阵.

只有一行的矩阵，即 $1\times n$ 矩阵

$$A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$$

称为**行矩阵**. 为今后讨论问题方便，行矩阵的元素之间要用逗号隔开. 只有一列的矩阵，即 $m\times1$ 矩阵

$$B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

称为**列矩阵**. 约定只有一个数 a 组成的 1×1 矩阵 (a) 就看作是这个数，即有 $(a)=a$.

当 $m=n$ 时，矩阵 A 称为 n **阶方阵**或 n **阶矩阵**. 例如，矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 9 & -1 \\ 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

为三阶矩阵或三阶方阵.

如果矩阵的所有元素都是零，则称此矩阵为**零矩阵**，记作 $0_{m\times n}$ 或 $\mathbf{0}$.

在 n 阶方阵中，从左上角到右下角的对角线称为**主对角线**，从右上角到左下角的对角线称为**次对角线**，如果一个方阵的主对角线下（上）方的元素全为零，则称此方阵为**上（下）三角矩阵**. 上三角矩阵和下三角矩阵统称为**三角矩阵**.

例如，矩阵

$$A=\begin{pmatrix}2&0&5\\0&-1&3\\0&0&6\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&0&0\\3&0&0\\0&5&4\end{pmatrix}$$

分别是三阶上三角矩阵和三阶下三角矩阵.

除了主对角线元素外，其余元素全为零的方阵称为**对角矩阵**，简称**对角阵**. 显然，对角阵既是上三角矩阵，也是下三角矩阵. 一般 n 阶对角矩阵简记作 $diag(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$.

主对角线上的元素全都相同的对角阵称为**数量矩阵.** 例如下面三个对角阵

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&3\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}5&0&0\\0&5&0\\0&0&5\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}k&0&\cdots&0\\0&k&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&k\end{pmatrix}$$

中，后面两个是数量矩阵.

特别地,主对角线上的元素都是 1 的对角阵称为**单位矩阵**，简称**单位阵，** 记作 E，即

$$E=\begin{pmatrix}1&0&\cdots&0\\0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&1\end{pmatrix}$$

如果 A 与 B 都是 $m\times n$ 矩阵，则称它们是**同型的.**

定义 1.2 如果矩阵 $A=(a_{ij})$ 与 $B=(b_{ij})$ 都是 $m\times n$ 矩阵，且对应的元素都相等，即

$$a_{ij}=b_{ij}\,(i=1,2,\cdots,m;\,j=1,2,\cdots,n),$$

则称矩阵 A 与矩阵 B **相等**，记作 $A=B$.

例如，如果矩阵

$$A=\begin{pmatrix}-2&x&0\\y&1&z\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-2&3&0\\0&1&7\end{pmatrix}$$

那么 $A=B$，当且仅当

$$x=3,\quad y=0,\quad z=7.$$

注意：两个矩阵相等的首要条件是:它们是同型的.

§ 1.2 矩阵的运算

矩阵可以说是一个“复合”的对象，在它里面有很多元素出现，而这些元素都是通常的数. 它们在实际问题的计算中所反映出来的整体性质和规律用矩阵记号来表示具有简单性和概括性，使得很自然地要引入矩阵的运算. 应用矩阵运算可以使复杂的关系式变得简单、明了，使

冗长的推导变得简短、快捷.

矩阵的运算有矩阵的加法、矩阵的数乘、矩阵的乘法、矩阵的转置等.

一、矩阵的加法与数乘

定义 1.3 设 $A=(a_{ij})$ 与 $B=(b_{ij})$ 都是 $m\times n$ 矩阵，λ 是数，称矩阵

$$\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}=(a_{ij}+b_{ij})$$

为**矩阵 A 与 B 的和**，记作 $A+B$；称矩阵

$$\begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix}=(\lambda a_{ij})$$

为**数 λ 与矩阵 A 的乘积**，简称为**矩阵的数乘**，记作 λA 或 $A\lambda$.

由上述定义可知，两个同型矩阵相加等于它们的对应元素相加；数乘矩阵等于数乘矩阵的每一个元素.

注意，只有 A 与 B 是同型矩阵时，$A+B$ 才有意义.

如果两个同型矩阵 A 与 B 的和是零矩阵，即

$$A+B=0$$

则称 B 是 A 的**负矩阵**，记作 $-A$．于是，若 $A=(a_{ij})$，则

$$-A=(-a_{ij})$$

由矩阵加法及负矩阵，可以定义**矩阵的减法**：

$$A-B=A+(-B)$$

即如果 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A-B=(a_{ij}-b_{ij})_{m\times n}$$

称 $A-B$ 为**矩阵 A 与 B 的差**.

矩阵的加法和数乘运算称为**线性运算**，由数的四则运算规律容易验证矩阵的线性运算满足下列运算规律（设 A、B、C 都是 $m\times n$ 矩阵，λ、μ 是数）：

(i) 加法交换律 $A+B=B+A$；

(ii) 加法结合律 $(A+B)+C=A+(B+C)$；

(iii) 零矩阵满足 $A+0=0+A=A$；

(iv) 负矩阵满足 $A+(-A)=(-A)+A=0$；

(v) 数 1 与矩阵满足 $1A=A$；

(vi) 数与矩阵的结合律 $\lambda(\mu A)=(\lambda\mu)A$；

(vii) 数对矩阵的分配律 $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$；

（viii）矩阵对数的分配律 $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$.

二、矩阵的乘法

定义 1.4 设 $A=(a_{ij})$ 是 $m\times s$ 矩阵，$B=(b_{ij})$ 是 $s\times n$ 矩阵，规定**矩阵 A 与矩阵 B 的乘积**是一个 $m\times n$ 矩阵 $C=(c_{ij})$，其中

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj},(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n) \quad (1.5)$$

矩阵 A 与 B 的乘积记作 AB，即

$$C=AB$$

根据定义，两个矩阵能够相乘的充要条件是：第一个矩阵 A（位于左边）的列数等于第二个矩阵 B（位于右边）的行数. 同时，乘积矩阵 $C=AB$ 的第 i 行第 j 列的元素 c_{ij} 等于第一个矩阵 A 的第 i 行与第二个矩阵 B 的第 j 列对应元素的乘积之和.

例 1.1 设

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 2\\ 0 & 7 & -3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$$

计算 AB.

解 因为矩阵 A 的列数与矩阵 B 的行数都是 3，所以矩阵 A 与 B 可以相乘，且乘积矩阵 AB 的行数和列数分别与矩阵 A 的行数 3 和矩阵 B 的列数 2 相等，即矩阵 AB 是一个 3×2 矩阵，有

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 2\\ 0 & 7 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3\times2+1\times0+0\times1 & 3\times(-1)+1\times2+0\times3\\ 2\times2-1\times0+2\times1 & 2\times(-1)-1\times2+2\times3\\ 0\times2+7\times0-3\times1 & 0\times(-1)+7\times2-3\times3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -1\\ 6 & 2\\ -3 & 5\end{pmatrix}$$ ■

例 1.2 设

$$A=\begin{pmatrix}4\\ 1\\ -3\end{pmatrix},\quad B=(2,\ -1,\ 1)$$

计算 AB 及 BA.

解 AB 是一个 3×3 矩阵，而 BA 是一个 1×1 矩阵即一个数，有