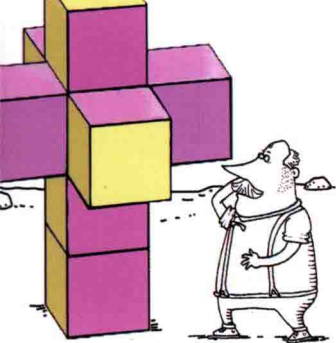
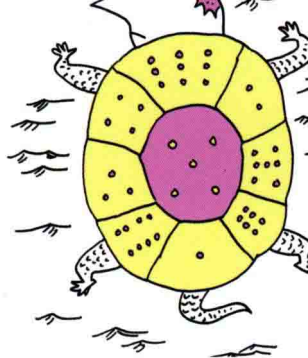




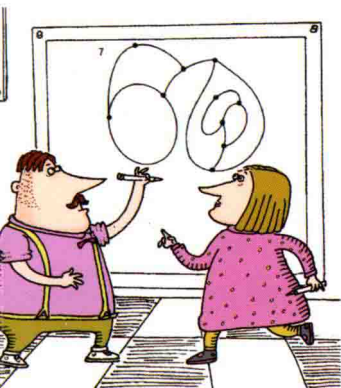
加德纳趣味数学

经典汇编

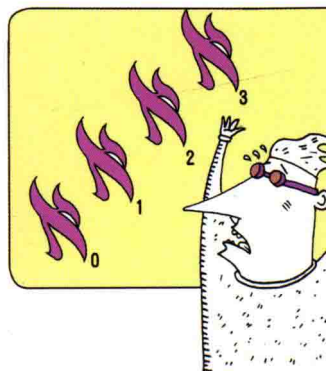


幻星、萌芽游戏及心算奇才

马丁·加德纳 著 楼一鸣 译



上海科技教育出版社



加德纳趣味数学

经典汇编

幻星、萌芽游戏及心算奇才

马丁·加德纳 著 楼一鸣 译



上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

幻星、萌芽游戏及心算奇才/(美)马丁·加德纳著;
楼一鸣译. —上海:上海科技教育出版社, 2017.1
(加德纳趣味数学经典汇编)
ISBN 978-7-5428-6494-9

I. ①幻… II. ①马… ②楼… III. ①数学—普
及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第228944号

Mathematical Carnival

By

Martin Gardner

Copyright © 1965, 1966, 1967, 1975, 1977, 1989 by Martin Gardner

Authorized translation from the English language edition published by Rights, Inc.

Simplified Chinese edition copyright © 2017 by

Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

This edition arranged with Mathematical Association of America

Through Big Apple Agency, Inc., Labuan, Malaysia.

ALL RIGHTS RESERVED

上海科技教育出版社业经 Big Apple Agency 协助

取得本书中文简体字版版权

责任编辑 卢源 李凌

装帧设计 李梦雪 杨静

·加德纳趣味数学经典汇编·
幻星、萌芽游戏及心算奇才

[美]马丁·加德纳 著

楼一鸣 译

上海世纪出版股份有限公司 出版
上海科技教育出版社

(上海市冠生园路393号 邮政编码200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

www.ewen.co www.sste.com

各地新华书店经销 常熟文化印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-5428-6494-9/O·1024

图字09-2013-854号

开本 720×1000 1/16 印张 11.75

2017年1月第1版 2017年1月第1次印刷

定价:30.00元

献给
约翰·霍顿·康韦
他对趣味数学
兼具深度、优雅与幽默感的
持续贡献是世上独一无二的

序

加德纳是一位了不起的人物。他最为人熟悉的身份,是《科学美国人》数学游戏专栏多年的作者。每个月成千上万的杂志读者会迫不及待地翻到加德纳的专栏,找寻趣味数学世界有什么新鲜事。无论他是在叙述矩阵博士的诙谐趣事,还是对一些近期的研究给出一个旁征博引的阐述,这些文章的风格总是那么平易近人,简明易懂。

我有幸几次去到加德纳以前在纽约哈德孙河畔黑斯廷斯村的房子里,拜访他和他的妻子夏洛特。欢乐的时光大多用在了欧几里得大道上的那座房子的顶层,那是加德纳的书斋。里面充满了各种谜题、游戏、机械玩具、科学趣题,以及许多其他有趣的物件,完全像是个巫师的老巢。这倒不是不恰当,马丁正是一个观察敏锐的业余魔术师,拥有许多魔术书籍,当然了,也有一套鲍姆(L. Frank Baum)所撰写的奥兹国系列书。他的其他书也同样有趣。还有什么地方你可以随意从书架上拿下一本书来,然后发现,这完全是一本小说,里面却没有用到字母“e”呢?

不要就此下结论说,加德纳他就是一个彻头彻尾的怪人。事实上,他是一位极为理性的人,对于骗局、骗子或者任何类型的骗术毫不留情。他撰写了多篇文章,揭露各种骗局,并且还有一本佳作《打着科学名义的风潮与谬论》(*Fads and Fallacies in the Name of Science*),其中你可以读到许多如今仍然盛行一时的谬论。那本书,尽管笔调很轻松,却是经过谨慎研究的作品,一如他所



有的作品一样。事实上，他是一位学问渊博的人，拥有芝加哥大学的哲学学位，并且写下了关于这么多论题的著作，这几乎令人难以置信，特别是像他这样一位安静而谦虚的人。

在加德纳的书斋里，令我最感兴趣的是那个文件柜。加德纳定期给一群人写信，这些人中有专业的数学家，也有热情的业余爱好者。无论他们创作了什么样的数学项目，都会被插入到精心排列、加上索引的文件柜里，其中也包含许多3.5英寸软磁盘，与他的《科学美国人》专栏以任何方式相关的任何事物的描述都会被记录在上面。

加德纳的专栏常常谈论的是其他人的作品。也许是委内瑞拉的一个在校女生X小姐，写信给他探讨一个从她的朋友那里听来的问题。看一遍这个文件柜，可能会有一篇来自于Z大学Y教授的研究论文，探讨的是类似的问题。加德纳会写信给Y教授，讨论X小姐的问题，或许一两个月以后，会出现一篇专栏文章，对这个问题给出一个比Y教授更为简单的解释。

加德纳一直声称，他并不是数学家，这也正是他能够如此明白地对外行解释数学的原因。他发掘了不少趣味数学的优美文章，从而影响了这么多的非数学家，间接的影响更多。其实，大多数我遇见的年轻数学家，都充满热情地告诉我，“马丁·加德纳的专栏”是如何一路陪伴着他们成长起来的。

这本书中的很多内容，都勾起了我对去马丁家拜访的回忆。我们在厨房的桌子上，玩过一些萌芽游戏（第1章）。看起来，20年来，在萌芽游戏上，没有新的知识出现——谁确实拿下了7个点的普通模式游戏，或者5个点的“悲惨”模式游戏？

加德纳善良地在第7章的参考文献^①里标注了我的“末日”日历规则。当然，他并没说他才是那个起草这一规则的人，它是在我对欧几里得大道为期两周

① 本书参考文献未译出。——编者

的一次访问时,被丰富完善起来的。

你可能已经注意到,这本再版并再次发行的书,一如原来的版本,都是献给我的。在我与伯利坎普(Elwyn Berlekamp)、盖伊(Richard Guy)的合著《稳操胜券》(*Winning Ways*)一书中,我已经回致了敬意。我们将其献给

马丁·加德纳,
他为数百万人群带去了数学,
比其他任何人都要多。

约翰·康韦
新泽西州普林斯顿大学
1989年3月



1989年版前言

由诺普夫(Knopf)出版社发行的,我《科学美国人》专栏的三本合集,现在已绝版了。这三本书都将由美国数学协会重印。

除了小小的纠正外,原文保持不变。我已经在大部分章节中增添了一个啰唆的补遗。

我想特别感谢康韦,现在是普林斯顿大学的数学教授,他为这个新版本撰写了序。还要感谢我的编辑伦兹(Peter Renz)接手了这三本书,并且顺畅地引领着这本书到了出版阶段。

马丁·加德纳

1988年10月

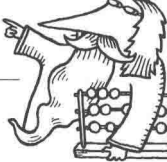
前言

一位数学老师,无论他有多么爱他的学科,无论他怀有多强烈的沟通意愿,永远面临着一个巨大的困难:如何令他的学生保持清醒?

对于一个写数学书的外行而言,不管他有多努力,想要避免使用术语,并且令他的讨论主题对读者的胃口,都面临着一个相类似的问题:怎样才能令他的读者继续翻看下一页?

“新数学”被证明没有任何帮助。当时的想法是最大限度地减少死记硬背的学习,强调“为什么”算术过程这样进行。不幸的是,学生们发现,交换律、分配律、结合律和基本集合论的语言,比起乘法表来说,更加沉闷无趣。纠结于新数学的平庸老师,变得更为平庸,而表现糟糕的学生,只学了一些除了发明该术语的教育家本人外没有人会使用的术语,而其他几乎什么也没有学到。有几本书是专为了对成人解释新数学而撰写的,但是他们比旧数学的书更加乏味。最终,连教师也厌倦了提醒孩子,他写的并不是数字,而是数学符号。克莱因(Morris Kline)的书《为什么约翰尼不会做加法》(*Why Johnny Can't Add*),对此给予了完全的否定。

在我看来,要令学生和门外汉觉得数学有趣,最好的办法是以游戏的精神来学习。到了更高的层次,特别当数学应用于实际问题时,是可以并且应该非常严肃的。但是在较低的水平,没有学生会被激励而去学习高级的群论,即使告诉他,如果他成为一个粒子物理学家,他会发现数学很美丽且令人兴奋,甚



至还很有用。当然,要唤醒一个学生,最好的方法是向他展示有趣的数学游戏、益智题、魔术把戏,笑话、悖论、模型、打油诗,或者任何其他的事物,这些事物无趣的老师会尽量避免,因为它们觉得这看起来太不正经了。

没有人建议一个老师只需要逗乐学生而不做其他任何事。而一本只给门外汉提供益智题目的书,与只讲述严肃数学的书一样,毫无效果。显然,必须兼备严肃性和趣味性。趣味性令读者保持清醒,而严肃性则令这游戏有价值。

这就是从1956年12月开始写作以来,我试着在我的《科学美国人》专栏中给出的组合。这些专栏已有6本合集先前出版。这是第七本。与先前的合集一样,专栏文章经过了修订,并且进行了扩充,以跟上当下实际情况,和收录读者的宝贵意见。

本书涉及的主题丰富多彩,仿佛是一场旅行狂欢节,人们可以欣赏到形形色色的表演,享受不同旅程,尽情领略沿途风光。无论是专业数学家还是仅仅“到此一游”的游客,我希望每一位漫步欣赏这一趟丰富多彩的数学旅途的读者,可以享受到喧闹的乐趣和游戏。假如他真的这样做,当最终旅途结束的时候,他可能会惊讶地发现,甚至不需要努力,他已经吸收了大量不同寻常的数学知识。

马丁·加德纳

1975年4月

目 录

序

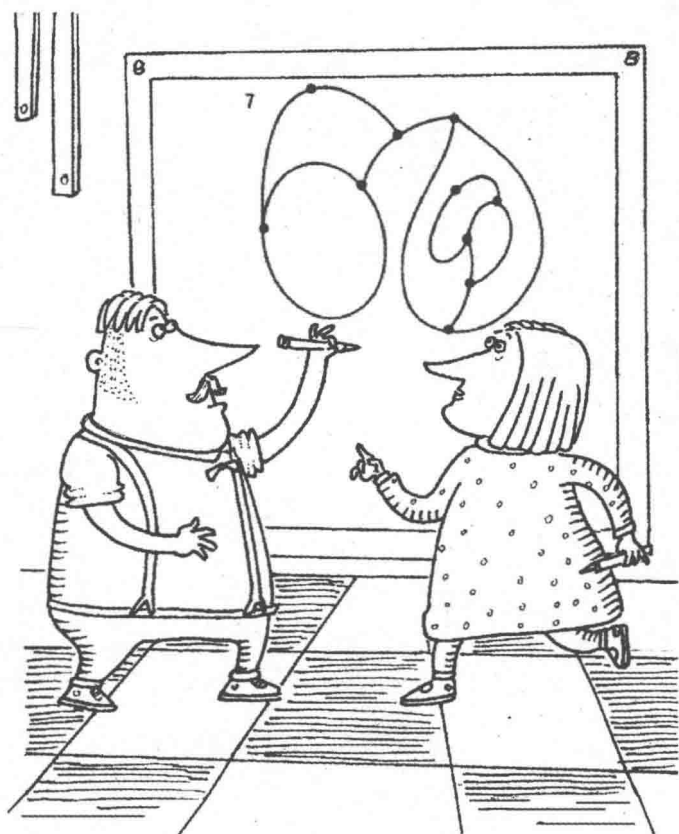
1989年版前言

前言

- | | | |
|-----|------|-------------|
| 1 | 第1章 | 萌芽游戏和抱子甘蓝游戏 |
| 13 | 第2章 | 硬币谜题 |
| 31 | 第3章 | 阿列夫0和阿列夫1 |
| 47 | 第4章 | 超立方体 |
| 65 | 第5章 | 幻星和幻多面体 |
| 79 | 第6章 | 心算奇才 |
| 93 | 第7章 | 心算高手的技巧 |
| 107 | 第8章 | 埃舍尔的艺术 |
| 123 | 第9章 | 红色面立方体及其他问题 |
| 147 | 第10章 | 洗牌 |
| 165 | | 附记 |

第 1 章

萌芽游戏和抱子甘蓝游戏



我以丰塔纳的方式做了萌芽……

——詹姆斯·乔伊斯

《芬尼根的守灵夜》



“我有一位朋友，在剑桥大学研究古希腊罗马文化，最近他向我介绍了一个名为‘萌芽’的游戏，这个游戏上学期在剑桥风靡一时。它有着十分特别的拓扑学风格。”

这是1967年我收到的哈茨霍恩(David Hartshorne)的信的开头，他是利兹大学数学系的学生。不久以后，另一些英国读者也纷纷写信给我，内容都是关于这个一夜之间在剑桥大学里生根发芽的奇妙纸笔游戏。

很高兴告诉各位，我已经成功地追踪到了这个游戏的起源：它是由当时剑桥大学西德尼·苏塞克斯学院的数学系教师康韦(John Horton Conway)，以及在剑桥大学研究计算机编程理论的研究生佩特森(Michael Stewart Paterson)共同发明的。

游戏开始于一张纸上的 n 个点。即使仅以3个点开始，萌芽游戏也比井字游戏难得多，因此，对新手来说，初始点最好不要多于3或4个。游戏的“走一步”包括画一条线将一点与另一点相连，或者连回原来的点，然后都要在线上的任意位置添加一个新的点。必须遵守如下规定：

1. 线条形状随意，但不可与本身或与之前画的线条相交，也不可经过之前添加的点。
2. 从任何点出发的线条不可多于3条。

两位玩家轮流画线。在标准的萌芽游戏里,推荐的玩法是,能走最后一步的那个人即是赢家。如同尼姆游戏^①及其他“取子”游戏一样,这个游戏也有“悲惨”模式,该术语一般用于各种惠斯特牌类游戏,在这类游戏中,人们试图避免作弊。在“悲惨”模式下的萌芽游戏中,第一个不能继续走的人即是赢家。

在图 1.1 所示的 3 个点的典型标准游戏模式中,第一位玩家在走第 7 步时获胜。可以看出游戏的名称即由此而来,因为随着游戏的进行,原先的点会萌发出各种图案。游戏最有趣之处在于,与其他连线游戏不同,它不仅仅是一个组合游戏,而且是一个能在平面上探索更多拓扑可能性的游戏。用专业术语来说,它利用了若尔当曲线定理,该定理表明简单闭曲线将平面分为内、外两个部分。

有人或许会猜测,萌芽游戏会一直保持发芽的势头,但康韦提出了一个简短的证明,断言这个游戏必然在最多第 $3n - 1$ 步时结束。每个点有 3 条“命”——可能会有 3 条线在那个点相交。拥有 3 条线的点被称为“死点”,因为无法再从它引出更多线条。

以 n 个点开始的游戏,起初有 $3n$ 条命。每走一步,线条的起点和终点会消去 2 条命,但添加的那个新的点增加了 1 条命。因此,每走一步会减少 1 条游戏的总生命。假如只剩下最后 1 条命,游戏显然无法继续,因为画一笔至少需要 2 个活点。因此,游戏总步数不会超过 $3n - 1$ 。显然,每局游戏至少能走 $2n$ 步。3 个点的游戏有 9 条命,必然在第 8 步或之前结束,而且至少要走 6 步。

1 个点的游戏没什么意义。第一位玩家能走的只有一步:将该点连回本身。在标准游戏模式中,第二位玩家无论在曲线内部还是外部将两点相连就可以获胜(在“悲惨”游戏模式中则会输掉)。在游戏过程中,这两种走法是相同的,因为在画线前,闭曲线没有内外之分。想象一下游戏是在一个球体的表面进行

① 关于尼姆游戏,可参见本系列丛书中的《悖论与谬误》。——译者注

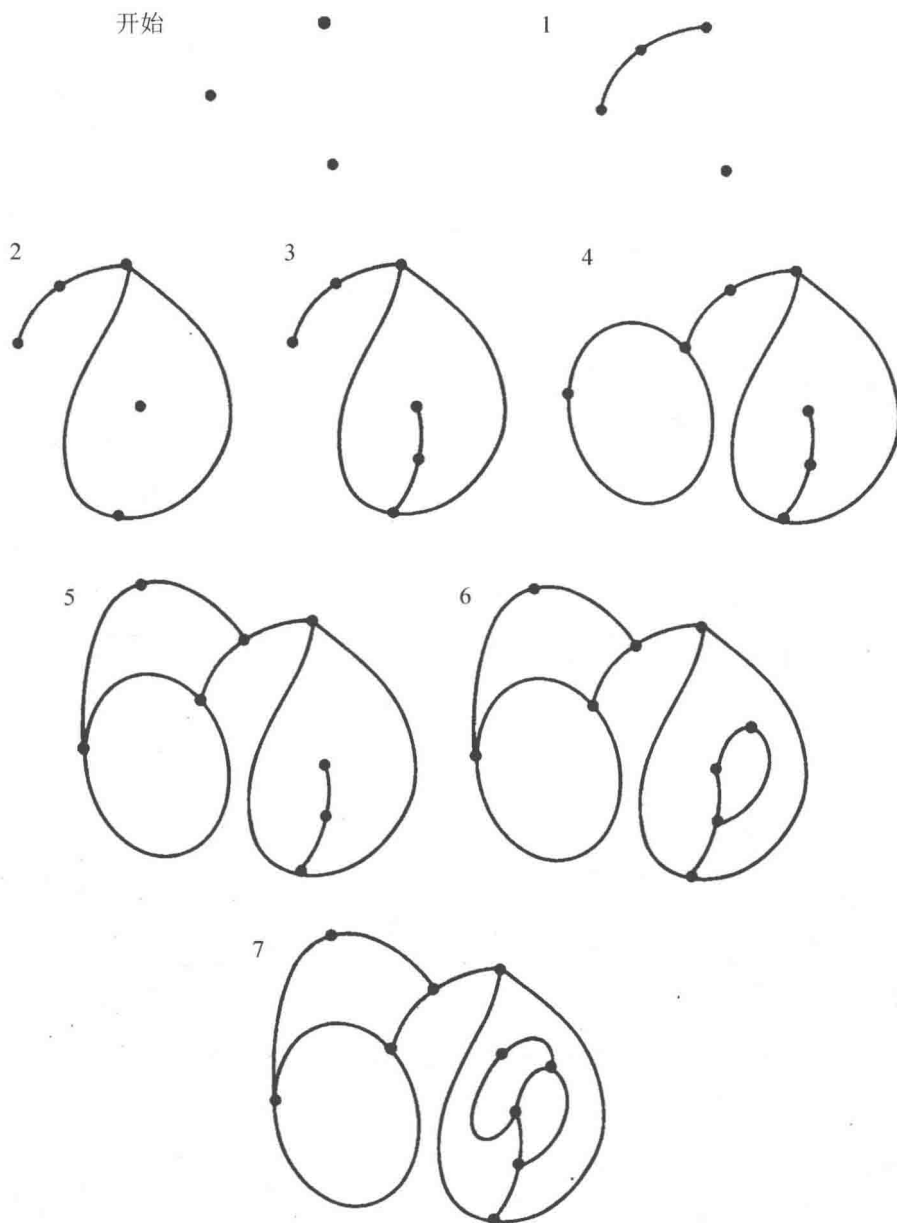


图1.1 3个点的典型萌芽游戏