



人机共融技术系列丛书

机器人运动学 在线标定技术

JIQIREN YUNDONGXUE ZAIXIAN BIAODING JISHU

杜广龙 张平 著



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

人机共融技术系列丛书

机器人运动学 在线标定技术

杜广龙 张平 著



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

· 广州 ·

内 容 简 介

本书是作者对在线机器人运动学标定领域多年研究成果的总结,全书围绕面向多关节机器人的在线机器人运动学标定技术展开,介绍在线机器人标定概论,机器人标定发展历程,运动学标定技术分类。重点介绍了在线机器人运动学标定技术,包括:运动学建模、基于多传感器的在线测量技术、基于混合滤波的信息融合模型、在线参数辨识技术、误差补偿模型等。同时,对在线机器人运动学标定技术下一步发展进行了展望。本书通过理论与实践的结合,力图为从事机器人运动学标定的专业人员起到抛砖引玉的作用。

本书可作为高等院校机器人和参数辨识等研究方向的本科生、研究生的教学用书,也可作为参数辨识工程领域研究人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机器人运动学在线标定技术/杜广龙,张平著. —广州:华南理工大学出版社, 2016. 8

ISBN 978 - 7 - 5623 - 4902 - 0

I. ①机… II. ①杜… ②张… III. ①机器人 - 运动学 - 标定 - 研究
IV. ①TP242

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 044159 号

机器人运动学在线标定技术

杜广龙 张平 著

出版人:卢家明

出版发行:华南理工大学出版社

(广州五山华南理工大学17号楼,邮编510640)

<http://www.scutpress.com.cn> E-mail:scutc13@scut.edu.cn

营销部电话:020-87113487 87111048(传真)

责任编辑:刘锋 詹志青

印刷者:广州市穗彩印务有限公司

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:8 字数:136千

版次:2016年8月第1版 2016年8月第1次印刷

定 价:28.00元

版权所有 盗版必究 印装差错 负责调换

前 言

随着机器人技术的成熟，机器人开始走进人类的生活。机器人既可以将人类从繁重、危险或单调的劳动中解放出来，又可以替代人类进入高危、高温或高压的场所工作。机器人以其高效率、高稳定性和高精度等特点不断扩大其应用领域，在工业、医学、农业、建筑业甚至军事等领域中均有重要用途。

机器人一般由执行机构、驱动装置、检测装置、控制系统和复杂机械等组成。其中，执行机构通常由多个部件通过复杂的结构组合而成。机器人以其重复定位精度高的特点而广泛应用于工业制造等结构环境。随着机器人的发展，机器人应用于非结构化环境的需求越来越强烈。然而，机器人容易在运动后产生末端位姿的变化，导致机器人的绝对定位精度不高，难以反复完成高精度任务。机器人从生产、搬运、装配到作业过程，每一个环节都存在导致机器人绝对定位精度不高的因素。一般而言，导致机器人绝对定位精度不高的因素大致可分为：

(1) 机械方面因素：机器人在搬运、装配以及作业时负荷的变化导致机器人连杆的形变和关节之间紧密性的变化。

(2) 出厂标定因素：在出厂前的离线标定过程中，参数的误差会影响机器人的绝对定位精度。

(3) 数控方面因素：通过数控系统对机器人进行控制时，数据的精度要求同样会影响机器人的绝对定位精度。

(4) 作业环境因素：机器人所在的作业环境中的温度、气压、湿度等会影响机器人的绝对定位精度。

随着机器人所参与的任务变得复杂化，我们对机器人的精度要求也愈发严格，因此，要让机器人得以广泛应用，必须提升机器人的绝对定位精度。

机器人绝对定位误差通常是由运动控制参数误差引起的,因此提升其绝对定位精度的有效方法有两种。第一种是在机器人执行任务前,尽可能降低控制参数的误差。例如,提高出厂参数的精度,采用更加先进的生产技术,采用更加科学的搬运装配方法,提供数控系统的数据精度,确保机器人的实际物理参数与运动控制参数一致。因此,在机器人执行任务前,通常会采用离线机器人运动学标定方法对机器人重新标定,重新计算机器人的运动控制参数。机器人运动学标定方法通常分为以下四个过程:①机器人运动学建模;②机器人末端位姿误差测量;③机器人运动学参数辨识;④误差补偿。机器人运动学模型主要有DH模型(denavit-hartenberg model)、S模型(S-model)、CPC模型(complete and parametrically continuous kinematic model)、形状矩阵模型(shape matrix model)以及零参考位姿模型(zero-reference position model)。位置误差测量方法通常采用三维坐标测量机、球杆仪、经纬仪、激光测量系统以及视觉测量系统等。参数辨识模型主要用到最小二乘法、蒙特卡罗法、遗传算法以及进化模拟退火算法等常用的方法。微分误差补偿和空间关节补偿是误差补偿的主要模型。

传统的机器人运动学的标定方法都是离线完成。但是,在实际机器人应用过程中,有些影响因素是难以避免的,如温度的变化、湿度的变化、末端负载的变化等,这些不可避免的因素都会对机器人绝对定位精度产生影响。而这些影响,很难由离线的机器人运动学标定技术进行处理。由此,为更好解决这个问题的机器人运动学标定技术成为当今较为热门的研究方向。但是,机器人运动学标定技术建模复杂、所需的测量设备昂贵以及动力学标定模型难以应对非结构化环境等原因,导致该技术难以推广应用。在线的机器人运动学标定方法则不失为一个较为理想的解决方案。

得益于传感器的发展,把传统离线机器人运动学标定方法中的离线过程改为在线方式进行,使机器人运动学标定方法中的运动学建模、参数辨识、误差测量、误差补偿等都可以在线的形式完成。理想的状态是在线机器人运动学标定方法,无需人工干预即可自动完成,因而非接触式位姿误差测量方法无疑是最为理想的测量方式。传统的基于视觉的机器人标定技术、基于激光的机器人标定技术等可以通过增加自动化图像处理等技术实现在线位姿误差测量。

另一种更为方便的方式是通过安装非接触式位姿测量传感器,如姿态测量

传感器（常用的有惯性测量单元 IMU (inertial measurement unit)、位置传感器等），通过非接触式位姿测量传感器可以实时获取机器人末端位姿的误差情况，从而实现在线机器人运动学标定功能。当前在线机器人运动学参数辨识的主流方法有基于视觉的在线机器人运动学标定方法、基于激光跟踪的在线机器人运动学标定方法和基于位姿传感器测量的在线机器人运动学标定方法。本书重点介绍在线机器人运动学标定方法。鉴于本人及其机器人研究团队在机器人标定技术研究领域取得了一些有益的探索和进展，深感有必要将我们多年来在该领域的研究思想、理论方法、成果和心得做一系列的总结、归纳和提高，以益于同行的深入研究，为从事机器人运动学标定技术研究的工作人员提供研究与学习参考，促进智能人机交互技术的发展和應用。

本书涉及的研究工作，得到了国家“863”计划、国家自然科学基金项目(61403145)、中国博士后科学基金面上项目(2014M550436)以及华南理工大学的大力支持。在书稿撰写过程中得到了研究生刘欣、李备、罗锦聪、何子平、庞启超等的积极帮助，在此表示衷心的感谢！

由于我们的水平有限，书中疏漏和不足在所难免，恳请读者和专家指正！

作 者

2016年3月

目 录

1 绪论	1
1.1 机器人参数标定意义	1
1.2 标定技术现状	3
1.2.1 运动学标定	3
1.2.2 动力学标定	7
1.2.3 离线辨识	9
1.2.4 在线辨识	10
1.3 本章小结	10
2 机器人运动学	11
2.1 刚体运动	11
2.1.1 刚体运动的矩阵表示	11
2.1.2 齐次变换矩阵	12
2.2 微分运动	13
2.2.1 微分关系	13
2.2.2 雅可比矩阵	14
2.3 DH 建模	16
2.4 机器人正运动学求解	20
2.5 机器人逆运动学求解	22
2.6 本章小结	24
3 机器人误差模型	25
3.1 坐标系微分运动	25
3.1.1 微分平移和微分旋转	26
3.1.2 坐标系的微分变换	28

3.2	基于 DH 模型的参数辨识雅可比矩阵	30
3.3	基于 DH 模型的机器人末端误差模型	31
3.3.1	相邻关节坐标系间误差模型	31
3.3.2	机器人末端误差模型	34
3.4	基于 DH 模型的参数辨识冗余性	37
3.4.1	DH 误差模型描述	37
3.4.2	基于 DH 模型的线性相关雅可比阵列	38
3.4.3	DH 误差冗余参数	39
3.5	本章小结	40
4	误差在线测量模型	41
4.1	基于激光跟踪的在线误差测量模型	41
4.1.1	模型设计	41
4.1.2	模型实现	43
4.2	基于视觉的在线误差测量模型	47
4.2.1	模型设计	47
4.2.2	摄像机标定	48
4.2.3	手眼标定	56
4.2.4	模型实现	60
4.3	基于位姿传感器的在线误差测量模型	64
4.3.1	位姿传感器	64
4.3.2	卡尔曼滤波位姿估计	70
4.3.3	基于混合滤波的位姿信息融合模型	74
4.4	本章小结	80
5	参数误差估计模型	82
5.1	最小二乘法估计	82
5.1.1	最小二乘法	82
5.1.2	估计模型	85
5.2	遗传算法估计	86
5.2.1	遗传算法	86

5.2.2 估计模型	92
5.3 扩展卡尔曼滤波估计	93
5.3.1 扩展卡尔曼滤波	93
5.3.2 估计模型	95
5.4 本章小结	96
6 在线机器人运动学标定系统的实践研究	97
6.1 六自由度机器人及其误差模型	97
6.2 基于视觉的在线机器人运动学标定系统实现	100
6.2.1 方案设计	100
6.2.2 误差测量	101
6.2.3 在线标定实验	103
6.3 基于位姿传感器的在线机器人运动学标定系统实现	105
6.3.1 方案设计	105
6.3.2 误差测量	107
6.3.3 在线标定实验	107
6.4 本章小结	108
参考文献	109

1 绪 论

自人类发明机器人至今，机器人技术不断突破和发展，日趋成熟的技术使得机器人能够在多个领域大放光彩。随着制造技术和各种辅助技术的发展，机器人的末端精度不断改善，许多机器人都有良好的重复定位精度。但是，由于受物理环境因素影响，机器人的物理指标如关节的间隙大小、臂杆的柔性等在出厂时都难免会出现误差，使得机器人末端的绝对精度难以得到保障。而采用机器人运动学参数辨识方法，可以有效提高机器人末端的绝对定位精度。

机器人运动学标定技术以机器人运动学模型和误差模型为基础，利用高效精确的测量系统获得机器人的运动误差，通过数学的方法求解机器人的误差模型，以便补偿机器人的运动学参数，改善机器人的末端绝对定位精度。机器人运动学标定是实用化机器人离线编程的关键技术之一，是机器人运动学研究的重要方向，对机器人领域的发展有着非常重要的理论以及现实意义。

1.1 机器人参数标定意义

机器人自诞生以来就一直备受人们关注，随着人类科学技术的提高，人们对机器人的学习投入也越来越深。经过多年的研究和发展，如今机器人已具备高可靠性、高稳定性和极高的效率，在生活服务、深海探索、工业制造、航天航空、医疗卫生和国防军事等领域都有发挥之处，并且在人们的生活和生产中扮演着越来越重要的角色^[1]。

机器人是一个庞大而复杂的系统，它主要由硬件部分和软件部分组成。硬件部分主要包括电机、传感器、电子零件等。软件部分则主要是控制机器人和实现人机交互的软件^[2]。在具体应用中，通常是通过编写软件控制机器人的硬

件做相应的运动，但是由于制造误差和环境影响，软件控制下的机器人运动和想要达到的运动效果之间往往存在一定的差异。为了方便研究和寻找解决这种差异的办法，一般我们将该差异定义为机器人末端实际运动和理论计算值之间的误差。通常而言，机器人末端的重复定位精度很高，而绝对定位精度却始终是一大瓶颈。机器人末端绝对定位精度低下的原因多种多样，一般可分为四类^[2-4]。

(1)理论参数方面的因素：机器人出厂时给定的参数和机器人实际的参数之间存在差异。

(2)硬件方面的因素：机器人长时间使用后硬件发生变化，如机器人连杆的形变、关节之间紧密性的改变等。

(3)计算方面的因素：数学计算不可避免的精度问题，如各种数据读取误差和四舍五入误差等。

(4)环境方面的因素：如机器人在高压、高温等极端环境情况下会形变。机器人在各行各业间的广泛使用得益于其高精度和高稳定性，在不少应用领域中，比如医疗手术、空间在轨抓捕、排爆、复杂装配维修等等，都要求机器人必须具备一定的精度。另外，越是复杂的任务对机器人的精度要求就越高。因此，研究在各种不利因素的作用下如何提高机器人绝对定位精度，就成为机器人领域的一大热点。

虽然机器人末端的绝对定位精度不高是多种因素共同作用的结果，但是相关研究表明，由机器人运动控制参数的误差引起的绝对定位误差占绝大部分。因此，总体而言，可以从两个方面提高机器人末端的绝对定位精度。

一是从源头上尽可能彻底地消除机器人末端的绝对定位误差，即改善和提高机器人的生产制造技术，利用新型的制造材料，增强机器人理论参数的准确度和环境适应度。同时，科学地分配机器人的工作任务，减少机器人在工作过程中的损耗，从而削减机器人末端的绝对定位误差。然而，这种方法对制造技术的要求极高，并且对制造材料也提出更多要求，大大增加了机器人的制造成本，降低了机器人的工作效率，因此很难推广应用。

二是对于已出现的定位误差，通过分析该误差的主要产生因素，并设法避免或降低该因素产生的误差影响，提升机器人的定位精度，即机器人标定技术。

机器人标定技术^[5]以机器人运动学模型和误差模型为基础,利用高效精确的测量系统获得机器人的运动误差,通过数学的方法求解机器人的误差模型,以补偿机器人的运动学参数,提高机器人的绝对定位精度。相比第一种方法,机器人标定技术成本低,因此应用广泛。国外对机器人标定技术的研究由来已久,广泛且具有深度,形成了丰富的研究成果。国内在这方面的研究相对较晚,和国外相比有很大的差距。

1.2 标定技术现状

机器人标定技术是提高机器人末端绝对定位精度的重要方法。其可分为三个层次^[4]:一是关节级标定,用于标定传感器反馈的机器人关节运动和机器人真实的关节运动之间的关系;二是机器人运动学标定,以机器人运动学模型和误差模型为研究对象,确定机器人运动学参数微分变化和末端理论与实际位姿误差之间的关系;三是机器人动力学标定,将机器人各连杆的惯性特性作为主要的标定对象。机器人关节级标定实施困难,实用性不高,因此研究较少,在此不予介绍;运动学标定和动力学标定则是机器人标定技术的研究重点。

1.2.1 运动学标定

机器人运动学标定技术是以机器人运动学模型为基础,通过测量机器人末端在运动过程中的真实位姿的数据,并和理论计算的末端位姿数据进行对比、分析,从而辨识出机器人的运动参数。因此,机器人运动学标定技术包括以下三个方面的内容^[4]。

(1)建模:机器人运动学标定建模过程分为机器人运动学建模和机器人误差建模两部分。机器人运动学建模是指依据机器人几何结构确定模型参数,并以此建立机器人末端相对于机器人基座的位姿变换关系。机器人误差建模则是指以机器人运动学模型为基础确定机器人运动学参数误差和机器人末端位姿误差之间的关系。

(2)机器人末端位姿测量:通过各种先进的测量系统测量多组机器人末端的位姿数据并计算其与理论位姿之间的误差,并以此作为对机器人运动学参数辨

识的依据。

(3) 机器人运动学参数辨识：以步骤(2)的测量结果为条件，采用合适的数学方法求解机器人误差模型，利用求得的误差补偿机器人运动学参数。

1. 建模

作为机器人运动学标定技术的基础，机器人运动学模型描述了末端到基座的变换关系，因此不同的模型对标定结果的精确度有着重要的影响。一般而言，模型中用于描述机器人运动的参数越多，则该模型的精度就越高，但标定的难度和复杂度也随之增加。机器人末端误差建模是机器人运动学标定技术的关键，其描述了机器人末端理论和真实位姿误差与运动学参数微分变化之间的关系。类似运动学模型，误差模型的选取也是在精度和复杂度之间权衡。因此，应该根据实际的应用情况，适时地选用最合理的建模方式。

机器人运动学模型中最经典的方法是 DH 参数模型。该模型在每个运动关节处以关节运动轴为 z 轴、相邻关节运动轴线的公垂线为 x 轴建立关节局部右手坐标系，因此，相邻关节的坐标变换关系可由 4 个 DH 参数 $[\theta \ a \ \alpha \ d]$ 唯一确定，且可表示为一个 4×4 的齐次变换矩阵。将相邻坐标系的变换矩阵依次相乘，就能够得到机器人末端坐标系相对于基座坐标系的变换关系。DH 模型最大的优点是简单易用，易于理解，但是该模型在机器人相邻关节运动轴接近平行或已经平行时，参数不再连续，此时模型会产生奇异解。为了解决这个问题，许多学者对 DH 模型进行了大量研究。Hayati^[6] 和 Judd^[7] 等提出 MDH 模型，该模型和 DH 模型一样使用 4 个 DH 参数确定机器人相邻关节之间的变换关系，不同的是，当相邻关节运动轴接近平行或已经平行时，增加一个绕 y 轴旋转的参数 β 用于避免 DH 运动学模型的奇异解。蔡鹤皋^[8] 等利用该方法求得了串联机器人通用的运动学参数模型，通过该模型对机器人进行标定，能够有效地改善机器人末端的绝对定位精度。但是 MDH 模型在机器人相邻关节运动轴接近垂直或已经垂直时仍有奇异解。Stone 等人^[9-10] 提出了另一种修正的 DH 模型——S 模型。S 模型扩展了 DH 模型，增加了一个平移参数和一个旋转参数，共 6 个参数表示每个关节，因此可描述各关节绕任意三轴旋转和沿任意三轴平移运动。Zhuang Hanqi^[11]、Schroer^[12] 等介绍了一种基于运动学参数连续性和完整性的 CPC 模型，能够很好地描述机器人末端位姿的微分变化和机器人运动学参数的微分变化之

间的关系，且消除了潜在的奇异值。以上模型都要求建立机器人各关节的局部坐标系，因此对于零参照情形并不适用。Chen 等人^[13]提出了零参照的指数积 (POE) 模型，其只在机器人基座和末端创建坐标系，并用位移旋转量来表示各关节，因此不再需要为每个关节建立各自的坐标系。陈志等人^[14]对 POE 模型进行了拓展和应用，成功推导了开链结构机器人的运动学模型。该模型非常适用于模块可重构的机器人，因为它允许将局部坐标系建立在连杆的任意位置上，因此既符合机器人运动的简便、灵活性，又避免了 DH 模型存在的奇异性问题，同时也符合运动学参数的连续性。

机器人末端误差建模方法主要有两类：第一类主要研究机器人运动学参数误差和机器人理论距离与实际距离的误差的线性关系。第二类则基于机器人的微分运动，确定机器人运动学参数微分变化 Δx 和机器人末端微分运动 Δe 之间的关系，且该关系可用一个雅可比矩阵 J 表示，即 $\Delta e = J\Delta x$ 。一般而言，机器人末端误差模型的选取和机器人运动学模型密切相关，许多学者基于不同的运动学模型提出了自己的误差模型。Driels 等^[15-16]基于 S 模型确定了机器人末端误差模型，求解出了相应的模型参数误差，并将其转换为 DH 模型。Wu^[17]在 DH 模型的基础上，通过舍弃高阶误差来得到机器人末端位姿误差和运动学参数误差之间的线性关系。黄真^[18]等则用矢量的方法表示了机器人末端位姿误差和运动学参数误差的非线性关系。Veitschegger 和 Chi-haur Wu^[19]用 MDH 模型描述了机器人的运动学结构，以此建立机器人末端误差模型，同时为提高误差描述的精度，将二阶误差考虑其中，并比较了二阶误差和一阶误差。

2. 机器人末端位姿测量

机器人末端位姿测量方法的效率和精度是影响机器人标定技术效率和精度的重要因素，因此要仔细考虑选择测量办法。自 20 世纪 80 年代开始，国外就已经展开了机器人末端位姿的测量工作，并取得了不错的研究成果。在研究早期，使用较多的测量系统主要有三坐标测量机、自动经纬仪、球杆仪和激光跟踪仪等等。三坐标测量机是一台精密的测量机械，准确度高且效率高，但设备成本较高，占用空间大，只能用于静态测量^[15]。自动经纬仪测量精度高，测量范围广，但和三坐标测量机一样，成本高且只能用于静态测量。Mooring^[20]等详细描述了经纬仪用于测量的优劣势，Fraczek^[21]等则通过经纬仪测量末端位姿成功标

定了一台五自由度和六自由度机器人。球杆仪基于径向距离传感器,可测得机器人末端相对于基座的精确距离,简单实用,成本低且准确度高。激光跟踪仪作为常见的位姿测量工具,能够测量物体的三维坐标,测量过程简便且精度高,但易受环境影响且成本高。Newman^[22]和任永杰^[23]等人曾利用激光跟踪仪对机器人进行了精确的标定。

随着计算机视觉技术和传感器技术的发展,越来越多新型的测量技术被相继提出,如基于视觉或传感器的位姿测量系统。基于视觉的位姿测量系统通过相机捕获机器人的运动图像,利用计算机视觉技术对图像进行分析处理以获得机器人的末端位姿。视觉测量方法常用的相机有单目相机、双目相机和三维相机。文献[23]比较了单目相机和三维相机测量机器人的末端位姿的优劣。相比之下,单目相机视场大,测量速度快,但只能得到二维数据,而三维相机虽然处理过程复杂,却能够提供三维信息,因此测量精度高。文献[24]基于手眼相机思想,将摄像机安装在机器人末端随机器人运动,因此能够测量机器人运动时每个关节的运动量,并求得各关节的参数误差,从而实现对整个机器人运动学参数的标定。基于传感器的位姿测量方法借助自身或外在传感器的功能,实现对机器人末端位姿的测量。文献[25]提出了一个机器人末端位姿和校准的方法,机器人运动和末端位姿可通过镜子的反射特性和安装在机器人末端的照相机得到。杜广龙^[26]等人通过在机器人末端绑定位置标记和惯性测量单元(IMU)来分别测量机器人末端的位置和姿态。

3. 运动学参数辨识

机器人末端误差模型提供了机器人运动学参数误差和机器人末端位姿误差之间的关系,机器人末端位姿测量技术测量出了机器人末端的位姿误差,运动学参数辨识使用一定的数学方法对误差模型进行处理,求解出运动学参数误差。在实际应用中,机器人末端位姿误差模型通常是非线性的,但一般都将其以线性的方式进行处理,因而会产生不必要的误差。大多数的运动学参数辨识方法选择舍弃高阶误差项^[27],并在求解误差模型时反复迭代以减小不必要的误差,因此能够获得较高的辨识精度。最常用的求解线性误差模型的方法是最小二乘法,其原理简单易懂,且不受扰动信息影响,但实际应用过程需要机器人沿固定的轨迹运动,灵活性低且计算量大。另外,为了更加精确地辨识机器人运动

学参数,不少学者研究出许多用于非线性误差模型的辨识方法,如扩展卡尔曼滤波、高斯-牛顿法、LM算法、遗传算法以及神经网络法等等。扩展卡尔曼滤波^[28]是解决非线性参数估计系统的经典方法,能克服潜在的不确定性问题,但该方法易受参数误差分布的不良影响,导致算法无法收敛,估计精度得不到保障。Omodei^[29]等以线性递归方式结合扩展卡尔曼滤波求解了机器人末端位姿误差模型。LM算法结合最速下降法和牛顿法,收敛快、鲁棒性高,但是计算复杂度大。Zhuang采用遗传算法和模拟退火算法^[30-31]研究了如何选择机器人最优的测量位形,得到了良好的辨识结果。张永贵^[32]等人以遗传算法为基础提出了一种机器人末端误差估计方法,采用排挤机制保证了种群的多样性和算法迭代次数,并通过实验验证了其比最小二乘法更优。Renders^[33]和 Horning^[34]分别利用极大似然方法、进化模拟退火算法和蒙特卡洛法等方法成功辨识了机器人运动学参数。王东署^[4,35]提出了一种基于神经网络的标定方法,该方法利用多组不同状态下机器人的末端位姿理论计算数据和实际测量数据作为神经网络的训练集,再以训练后的神经网络辨识出机器人的实际运动学模型的参数。此外,很多学者从参数辨识问题的理论角度出发,如 Daney^[36]和 Khalil^[37]对机器人运动学参数辨识的最优测点问题进行了研究,并分别采用观测索引法和雅可比矩阵条件实现了参数辨识。

1.2.2 动力学标定

机器人在运动过程中,随着速度的提高,所承受的离心力、重力以及力矩和哥氏力等对机器人的性能有着不同的影响。在已知机器人运动的微分方程的情况下,一般没有办法直接获得机器人的动力学参数,而只能通过机器人动力学参数标定技术来获得。类似机器人运动学参数标定,机器人动力学参数标定过程也可分为三个步骤:建模、机器人动态精度测量和机器人动力学参数辨识^[4]。

1. 建模

机器人动力学建模是机器人动力学标定的基础,常用的建模方法有高斯定理法、牛顿-欧拉方程法、凯恩法、拉格朗日能量法以及阿佩尔方程和旋量对偶数法等。牛顿-欧拉方程法基于力的动态平衡,因此在实际应用过程中需要

从动力学角度出发, 测量机器人运动的加速度, 构建整体受力的动态平衡。在机器人运动情况复杂时, 很难建立力的平衡模型, 效率低下。其他方法中以拉格朗日能量法最为常见, 其模型方程如下^[38]:

$$\tau_a = \mathbf{M}(q) \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(q, \dot{q}) + \mathbf{g}(q) + \tau_n(q, \dot{q}) + \bar{\mathbf{X}} \quad (1-1)$$

其中, τ_a 为驱动力向量, q, \dot{q}, \ddot{q} 为关节坐标向量, $\mathbf{M}(q)$ 为惯性力矩阵, $\mathbf{h}(q, \dot{q})$ 为离心和哥氏力向量, $\mathbf{g}(q)$ 为重力向量, $\tau_n(q, \dot{q})$ 为摩擦力向量, $\bar{\mathbf{X}}$ 为未知参数向量。本公式中所有向量均为 n 维的。

由上可知, 拉格朗日能量平衡建模法需要机器人的关节角速度, 但关节角速度通常无法直接测量, 而需要一定的方法来获取。

以上的建模方法均是基于微分的方式, 实际上, 还可以积分的方式建立动力学模型。基于积分的动力学模型无需求解关节角速度, 但对噪声十分敏感。近年来, 一种新的建模方法——分数阶微分动力学建模法渐渐发展起来^[39]。该方法以以往积分方法不重视的特征或现象为对象进行建模, 从而能够表示出传统方法难以表示的混沌和不可逆转情况, 因此非常适合建立机器人非线性动力学模型。另外, 随着智能技术的发展, 动力学建模法也逐渐智能化。模糊动力学建模法和智能适应动力学建模方法融合了模糊逻辑和神经网络的特点, 使得辨识结果更加精确, 并且该方法与机器人无关, 鲁棒性高, 方便扩展到不同的非线性动力学系统。

2. 机器人动态精度测量

机器人动态精度测量系统主要有视觉传感器、激光跟踪仪、激光干涉仪、CCD 交互测量系统、惯性测量系统以及超声波测量系统等等。激光跟踪仪能够跟踪目标的动态位姿, 分辨率高且测量范围广, 但是其成本高, 且反射激光必须保证连续可见, 否则需重新测量。Ying Bai^[39]等曾利用激光跟踪仪对机器人动力学误差参数进行了精确测量。基于视觉传感器的误差测量方法主要采用单目相机或双目相机对机器人运动进行图像捕获, 从中分析出机器人的动力学特性。该测量方法简单且成本低, 但是测量精度低, 工作空间小且需事先对相机进行标定。激光干涉仪是大型且复杂的测量工具, 安装繁琐且需要专业人员操作, 因此实用性低, 但是其测量精度高, 测量速度快。