

CAP

中国大学先修课程

# Physics (Mechanics)

张留碗 李岩松 俞家新

主编

# 物 理 (力学)



高等教育出版社

CAP

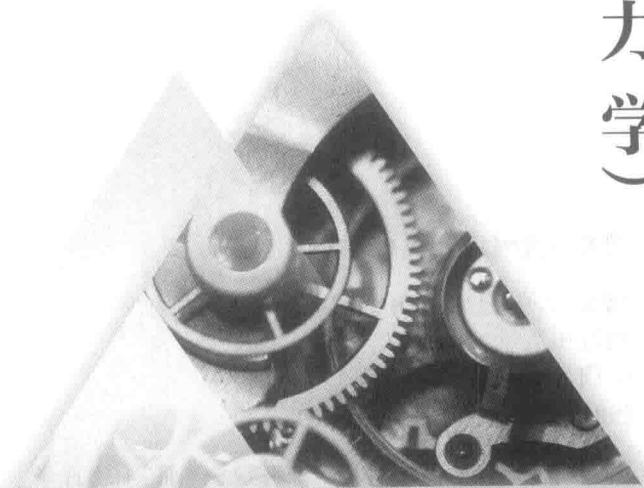
Physics (Mechanics)

张留碗 李岩松 俞家新

主编

WULI (LIXUE)

物  
理  
(力学)



高等教育出版社·北京

## 内容提要

本书是中国大学先修课程配套教材。中国大学先修课程的目标是让学有余力的高中生能够尽早接触大学课程内容,接受大学思维方式、学习方法的训练,接受符合其能力和兴趣水平的教育,发展其学习和研究能力,提升其批判性思维水平。

本书分为六章,分别是质点运动学、质点动力学、动量与角动量、功和能、刚体、相对论。本书力求简洁、系统地阐述力学的基本内容,篇幅不大,内容精炼,物理概念准确清晰。

本书可作为数理基础扎实的高中生的先修课程教材,也可供其他社会读者参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

物理.力学 / 张留碗,李岩松,俞家新编. -- 北京:高等教育出版社,2016.7

中国大学先修课程

ISBN 978-7-04-044031-7

I. ①物… II. ①张…②李…③俞… III. ①物理学-高等学校-教材②力学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 247162 号

策划编辑 缪可可

责任编辑 缪可可

封面设计 张申申

版式设计 杜微言

插图绘制 尹文军

责任校对 张小镝

责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100120

印刷 涿州市星河印刷有限公司

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 10

字数 200千字

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landaco.com>

<http://www.landaco.com.cn>

版次 2016年7月第1版

印次 2016年7月第1次印刷

定价 26.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 44031-00

# 出版说明

《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》关于普通高中教育改革提出“深入推进课程改革。创造条件开设丰富多彩的选修课,为学生提供更多选择,促进学生全面而有个性的发展。”以及“推进培养模式多样化,满足不同潜质学生发展需要,探索发现和培养创新人才的途径”。关于人才培养体制改革提出“树立多样化人才观念,尊重个人选择,鼓励个性发展,不拘一格培养人才。树立系统培养观念,推进小学、中学、大学有机衔接”。

党的十八届三中全会对“深化教育领域综合改革”作出全面部署,对高中教育教学改革提出了新的更高要求。国务院于2014年发布了《国务院关于深化考试招生制度改革的实施意见》,明确要求启动高考综合改革试点。考试招生制度改革为教育综合改革带来了活力,使得学有余力的中学生能把更多的精力用于发展个人兴趣和特长,为在高中开设大学先修课程提供了必要条件。

为贯彻落实有关精神和要求,2014年3月,中国教育学会联合高等教育出版社共同发起并组织实施了“中国大学先修课程(CAP)试点项目”。本项目旨在探索加强高中与大学教育的衔接,促进拔尖创新人才培养的有效形式,为不断深化我国高中教育教学改革先行先试。项目邀请国内多所知名高校和教育科研机构的专家、学者,在学习、借鉴先进国际课程理念和经验的基础上,着力研制、开发一套适合我国高中教育实际、具有鲜明中国特色的大学先修课程,使学有余力的高中生能根据自身的兴趣和能力自主选择、自愿学习,提前接受大学的思维方式、学习方法,发展在学科专业学习和研究方面的潜能,帮助其为大学学习乃至未来的职业生涯做好准备。

本试点项目根据大学开课的特点,先期研发了8门课程,自2014年9月起在65所高中试点,到2016年第四次开课,试点学校增加到103所,选课总人数超过万人。同时,遵循能力导向的原则设计测评体系,给学生充分发挥的空间,鼓励学生通过推理、探究充分展示解题思路,并根据先进的教育理念和学科人才评测技术,借鉴国际大型测试项目的评分规则对结果进行评价。

试点期间,为配合试点项目课程研发,由中国教育学会委托国内

知名大学和中学的专家为本系列课程编写了讲义。经过四个学期的试用,得到广大试点学校的积极反馈,对讲义内容适用性的提高起到关键作用,我们也希望这些经过实践锤炼的讲义形成的教材,能使更多的学生受益。本系列教材旨在将大学的学科教学内容比较完整地呈现给高中学生,在编写过程中着重考虑到以下两个方面:

1.大学先修课程不是大学内容的简单照搬,教材的编写既考虑了大学的知识水准又考虑到了中学生的学习特点,引导学生尝试使用大学的自主学习方式来学习,鼓励培养主动学习的意识。

2.大学先修课程的学习应建立在兴趣的基础上,由学生自由选择,目前除了数学、物理、文学、外语,我们的课程还拓展到中学课标没有涉及的经济领域,未来还会不断有新的课程加入进来。

本项目尚处在试点阶段,在课程设置,教学内容、教学方法和测评方面虽然已经做出了很多尝试,并且取得了宝贵的经验,但在诸多方面的探索还在进行之中,距离完善还有相当的路程。希望广大的试点中学;教师、学生和家長能对本项目给予正确的理解与积极的支持,我们共同携手为高中教育的改进不懈努力。

为了体现教育公平,我们还在爱课程网上线了一批大学先修课程慕课(MOOC),为没有条件在中学开设大学先修课的学校提供免费的教学和学习的平台,欢迎广大中学生来体验、学习。

中国大学先修课试点项目管理委员会办公室

二〇一六年五月

# 前言

在中学开设大学物理先修课,是一次教学改革创新性试验。作为中国大学先修课程——物理学科系列教材之一,本书旨在为有扎实的数理基础、学有余力且希望进一步探索物理世界的优秀高中生提供与其现有水平相匹配并具有挑战性的力学教程。

我们将全书分为六章,分别阐述了质点运动学、质点动力学、动量与角动量、功和能、刚体、相对论。本书力求简洁、系统地阐述力学的基本内容,篇幅不大,内容精炼,物理概念力求准确清晰。书中例题内容丰富,取材广泛,既有利于中学生加深对基本规律的理解,也培养了他们分析问题和解决问题的能力。

在编写过程中,我们力求照顾中学生的实际学习水平。在介绍经典力学规律以及由此推演其他导出规律时,广泛地采用了微积分和矢量工具。本书这样做,可以把很多经典力学概念和规律表示成比较恰当的形式。但是,我们在这方面的要求又是有节制的,我们并不更多地引导和要求学生应用微积分特别是微分方程去求解各种力学问题,而是应用矢量代数和必要的简单微积分讲述物理概念和定律。这种叙述是由浅入深的,这种叙述既可看成是应用微积分思想来阐明物理概念,也可看成是应用物理实例来阐明微积分概念,相信学生是可以接受的。

在编写过程中,我们舍弃了机械振动和机械波的相关内容。一是考虑到,高中生对振动和波已经有比较清晰的物理图像,而更进一步的阐述,则需要复杂的数学工具;二是学时有限。另外书中难度比较大的地方,标上了“\*”,供老师、同学自行选学。

我们主要参考了国内大学中使用的相关书籍,书目附在了本书的最后,编者一并致谢。由于目前国内关于此类书籍的编著尚属稀少,编者经验有限,欢迎广大教师和同学在使用中提出自己的意见或建议,以期进一步改进。

编者

2014年11月于清华园

# 物 理 (力 学)

## 数字课程

张留碗 李岩松 俞家新 主编

与本书配套的数字课程资源  
发布在高等教育出版社易课程网站，  
请登录网站后开始课程学习。

### 网站登录

1. 访问 <http://abook.hep.com.cn/1249881/>，点击“注册”，在注册页面输入用户名、密码及常用的邮箱进行注册。已注册的用户直接输入用户名和密码登录即可进入“我的课程”界面。
2. 绑定课程：登录后点击右上方“绑定课程”，正确输入教材封底标签上的16位明暗码（或20位暗码）绑定课程。
3. 在“我的课程”列表中选择已绑定的数字课程，点击“进入课程”即可开始课程学习。

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

使用明码和密码如有任何问题，请发邮件至：

[ecourse@hep.com.cn](mailto:ecourse@hep.com.cn)。

## 郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581999 58582371 58582488

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法律事务与版权管理部

邮政编码 100120

### 防伪查询说明

用户购书后刮开封底防伪涂层，利用手机微信等软件扫描二维码，会跳转至防伪查询网页，获得所购图书详细信息。也可将防伪二维码下的20位密码按从左到右、从上到下的顺序发送短信至106695881280，免费查询所购图书真伪。

### 反盗版短信举报

编辑短信“JB,图书名称,出版社,购买地点”发送至10669588128

### 防伪客服电话

(010)58582300

### 网络增值服务使用说明

#### 一、注册/登录

访问 <http://abook.hep.com.cn/>，点击“注册”，在注册页面输入用户名、密码及常用的邮箱进行注册。已注册的用户直接输入用户名和密码登录即可进入“我的课程”页面。

#### 二、课程绑定

点击“我的课程”页面右上方“绑定课程”，正确输入教材封底防伪标签上的20位密码，点击“确定”完成课程绑定。

#### 三、访问课程

在“正在学习”列表中选择已绑定的课程，点击“进入课程”即可浏览或下载与本书配套的课程资源。刚绑定的课程请在“申请学习”列表中选择相应课程并点击“进入课程”。

如有账号问题，请发邮件至：[abook@hep.com.cn](mailto:abook@hep.com.cn)。



# 目 录

第一章 质点运动学 .....	1	§ 4.2 动能定理 .....	78
§ 1.1 参考系 坐标系 .....	1	§ 4.3 势能 .....	82
§ 1.2 位矢、位移、速度、加速度 .....	4	§ 4.4 机械能守恒定律 .....	88
§ 1.3 几种典型的运动 .....	8	§ 4.5 碰撞 .....	92
§ 1.4 相对运动 .....	14	本章提要 .....	98
本章提要 .....	17	习题 .....	99
习题 .....	17		
第二章 牛顿运动定律及其应用 .....	19	第五章 刚体的运动 .....	101
§ 2.1 牛顿运动定律 .....	19	§ 5.1 刚体的定轴转动与转动惯量 .....	101
§ 2.2 常见的力 .....	23	§ 5.2 转动惯量的计算 .....	102
§ 2.3 牛顿运动定律的应用 ——质点动力学 .....	30	§ 5.3 刚体定轴转动的运动规律 .....	106
§ 2.4 牛顿力学的相对性原理与伽利略 坐标变换 .....	33	§ 5.4 刚体的平面运动 .....	110
§ 2.5 非惯性系和惯性力 .....	34	§ 5.5 刚体转动角动量和角速度的关系讨论 .....	112
§ 2.6 牛顿力学的内在随机性 .....	44	* § 5.6 陀螺的进动 .....	114
§ 2.7 单位和量纲 .....	45	本章提要 .....	115
本章提要 .....	46	习题 .....	115
习题 .....	47		
第三章 动量与角动量 .....	49	第六章 狭义相对论基础 .....	116
§ 3.1 冲量与动量定理 .....	49	§ 6.1 牛顿的绝对时空观和伽利略变换 .....	116
§ 3.2 质点系的动量定理 .....	52	§ 6.2 爱因斯坦相对性原理和光速不变 .....	119
§ 3.3 动量守恒定律 .....	53	§ 6.3 洛伦兹变换 .....	122
§ 3.4 火箭飞行原理 .....	55	§ 6.4 同时性的相对性 .....	125
§ 3.5 质心和质心运动定理 .....	59	§ 6.5 时间延缓 .....	126
§ 3.6 质点的角动量和角动量定理 .....	64	§ 6.6 长度收缩 .....	128
§ 3.7 角动量守恒定律 .....	66	§ 6.7 相对论速度变换 .....	129
§ 3.8 质点系的角动量定理 .....	67	§ 6.8 相对论质量 .....	132
§ 3.9 质心参考系中的角动量 .....	68	* § 6.9 力和加速度的关系 .....	135
本章提要 .....	71	§ 6.10 相对论动能和质能关系 .....	138
习题 .....	71	§ 6.11 动量和能量的关系 .....	141
		本章提要 .....	143
		习题 .....	143
第四章 功和能 .....	73	习题参考答案 .....	145
§ 4.1 功 .....	73		
		参考文献 .....	150

# 第一章 质点运动学

力学是研究物体的机械运动规律的学科.为了研究,首先需要描述物体的运动状态.力学中描述物体运动的内容称为运动学.运动学是只研究物体位置随时间的变化,而不考虑这种变化发生的原因,所以运动学中首先要解决的问题是如何确定物体在空间中的位置.由于宇宙中万物都在永恒地运动,所以从不同的地方看物体在空间的位置可以是不同的,故它只能相对地予以确定.这就是机械运动的相对性.

本章讲解质点运动学,相当一部分概念和公式在中学物理课程中已学习过了,这里重提当然不是简单重复,而是更严格、更全面也更系统化了.



视频:

超声波  
牛奶皇冠  
速度



动画:

参照物  
运动的合成



文档:

牛顿  
伽利略

## § 1.1 参考系 坐标系

### 一、质点

物体是研究对象的统称,实际的物体都有一定的大小、形状和内部结构.在运动过程中物体各部分的运动状况可以不同.但当我们仅考察物体的整体运动,物体本身的大小比所考察运动的线度又小得多时,可不计物体各部分运动状况的差别而把它看成一个点.这样的物体称为质点.例如,在描述一辆从北京开往上海的火车的运动时,就不必区分火车的前部和后部,只需粗略地把其当成一个质点,就能得到很好的近似,而不必极其精确.又例如,在讨论地球绕太阳公转时,由于地球半径(约为 6 400 km)比地球与太阳的距离(约 149 600 000 km)小得多,把地球作为质点是相当好的近似,已是一个足够准确的模型.显然,这种模型是有一定适用限度的.当讨论火车上各部件运动时,就不能把火车看成质点;当讨论地球表面问题时,也不可以把地球看成质点.总之,只有当物体运动的尺度远大于物体本身的线度时,或者在不考虑物体的转动和内部运动时,可以采用质点模型.

质点是一种理想模型,它突出了物体具有质量和占有位置这两个主要因素,而忽略了形状、大小、内部运动等次要因素.在物理上,这种突出研究对象的主要特征而忽略其次要特征的理想模型是常用的,如刚体、理想气体、理想流体、点电荷等.

除此以外,引入质点模型还为研究质量连续分布的物体的运动提供了一个处理方法.刚体、流体、弹性体等连续体的变化或运动的研究,可以分割成无限多个质点进行讨论,实际的研究就是这样进行的.理想模型的建立必须基于对客观实际进行科学的分析.理想模型也不是一成不变的.人们在不同认识阶段所建立的理想模型(例如,原子和原子核的各种模型),也随着认识的深化而不断地修正、充实和发展,甚至被推翻而另立模型.理想模型是否反映客观实际,科学实验是检验标准.

## 二、时间、空间的度量

当我们对质点的运动进行描述时,就离不开时间、空间以及对它们的测量.人们对时间和空间并不感到生疏,但是,真要确切回答什么是空间、什么是时间,却是很不容易的事情.对于物理学,重要的不是去追究其“准确”的定义,而是应当了解时间、空间是怎样量度的,即如何去测量它们.

### 1. 时间的度量

时间表征物质运动的持续性.测量时间的一种方法是利用能周期性发生的过程或现象作为测量时间的一种钟.

地球的自转和公转以及月球绕地球的运动是人类最早认识的周期运动,因而自古以来,年、月、日一直是各民族计量时间的单位和标准:四季的循环为一年,月亮的盈亏为一月,太阳的升落为一天.为了更细致地量度时间,又将“日”划分为更小的单位.如我国将1日分为12个“辰”,并分别以子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥称之.这与近代将1日分为24小时的计时法一脉相承.以后在欧洲又形成将1小时分为60分,1分分为60秒的更精细的计时法.目前国际通用的时间单位是秒(s).1967年国际计量大会决定采用原子的跃迁辐射作为计时标准,并规定秒是铯-133原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的9 192 631 770个周期的持续时间.这样的时间标准称为原子时.

### 2. 空间的度量

空间反映物质运动的广延性.空间中两点间的距离为长度.任何长度的计量都是通过与某一长度基准比较而进行的.测量空间距离的方法是选用一种长度单位再加上计数.

古代测量长度常以人体的某部分作为单位和标准.例如我国古代就有“布指知寸,布手知尺,舒肘知寻”的说法.古代地中海一带民族以腕尺作为长度单位.而英尺、码等英制长度单位最初也是分别以某个英王的足长和舒展的手指尖至鼻尖的距离为标准的.这种以人体为标准的长度单位因人而异,显然不能作为统一标准.

近代的长度测量单位是在法国的米制单位基础上发展起来的.米已成为目前国际通用的长度单位.米原来规定为通过巴黎的从北极到赤道的子午线长的千万分之一.1960年以前,国际上约定用铂

铯米尺作为 1 m 的定义.1960 年第十一届国际计量大会上改用光的波长作为长度标准.1983 年 10 月第十七届国际计量大会上确定用光速值来定义长度标准.在会上,米被定义为:“米是光在真空中 ( $1/299\,792\,458$ ) s 时间间隔内所经路径的长度.”按此定义,真空中光速是一个常量  $c=299\,792\,458$  m/s.

在生活中我们习惯于将空间想象成一个三维框架,质点位于空间某个点,并且在其中运动着的质点与空间之间不会产生任何相互作用.关于时间,从日常生活经验可知,没有人能加快或推迟时间的进程,时间的流逝在整个宇宙是统一的.上面表述的空间和时间观念也就是经典力学的时空观.这种观点从生活直观看来是合理的,但是,没有理由认为在接近光速的高速领域仍然适用.近代物理理论指出:长度测量和时间测量的结果有赖于观察者.物体的长度和时间间隔将随着参考系的不同而有不同的结果,两个作相对运动的观察者在测量同一个事物时,将会有不同的长度和时间.这个问题将于相对论一章中详细讨论.

### 三、参考系和坐标系

#### 1. 参考系

对运动的具体描述总是相对于一定的物体或物体群的,那些被选择用来作为观测依据的物体或物体群,称为参考系.

选取不同的参考系来描述同样的一个运动,观测的结果一般是不同的,但是,这些不同的结果又是通过参考系之间的相互变换关系相互联系的.

在运动学中,参考系的选取是完全任意的.在动力学中,则存在着惯性参考系与非惯性参考系的区别,这两类不同的参考系在表述动力学规律时,有显著的差别.考虑到这种差别,也同样可以选取各种不同的参考系去分析动力学问题.至于在具体问题中选取什么样的参考系,要看问题的性质和研究的方便.

#### 2. 坐标系

参考系确定之后,要把质点在各个时刻相对于参考系的位置定量表示出来,还需要建立适当的坐标系.

(1) 直角坐标系.如图 1.1 所示,在时刻  $t$  质点位于空间  $P$  点,用  $x(t)$ ,  $y(t)$  和  $z(t)$  表示.

直角坐标系的坐标轴固定不动,而且是正交坐标系,比较易于掌握.今后,在需要用到坐标表示的场合,我们主要采用直角坐标系.当然,并不是说在所有问题中采用直角坐标系都是最方便的.例如,当分析行星相对于太阳的运动时,用平面极坐标系则较为方便.

(2) 平面极坐标系.如图 1.2 所示,设质点作平面运动,在时刻  $t$  质点位于平面上的  $P$  点,以  $r$  代表质点距原点的距离, $\theta$  代表  $x$  轴与  $r$  之间的夹角.用变量  $r, \theta$  来描述质点在平面上的位置,相应的坐标系称为平面极坐标系.在平面极坐标系中质点的运动方程为

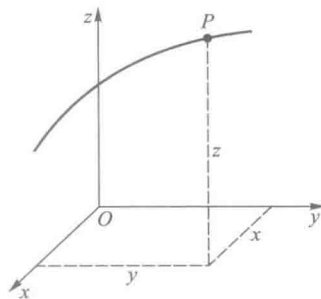


图 1.1

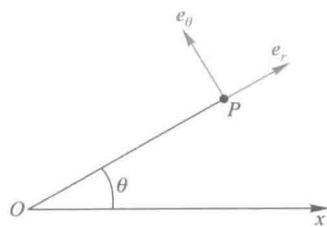


图 1.2

$$r=r(t), \quad \theta=\theta(t)$$

两式消去时间参量  $t$ , 即为轨迹方程:

$$r=r(\theta)$$

除了直角坐标系和平面极坐标系以外,常用的坐标系还有自然坐标系、柱坐标系和球坐标系.自然坐标系是以曲线运动中切向和法向为坐标轴构成,将在本章第三节中介绍.在本课程中,柱坐标和球坐标很少采用,故不作介绍.

需要说明的是物体的运动状态完全由参考系选取决定,与坐标系的选取无关.坐标系不同,只是描述运动的变量不同而已,对应的物体的运动状态并无不同.

## § 1.2 位矢、位移、速度、加速度

### 一、位矢

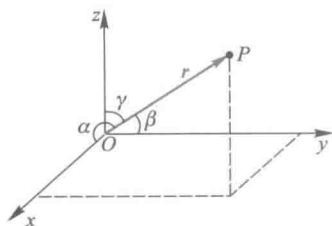


图 1.3

要确定一个质点在空间的位置,可以自坐标系的原点向该质点引一有向线段(图 1.3 中的  $\vec{OP}$ ),这个有向线段  $r$  称为质点的位置矢量,简称位矢,也称为径矢.径矢的端点就是质点的位置.如果取直角坐标系(图 1.3),令原点与参考点重合,位置矢量在直角坐标系  $Oxyz$  的正交分解形式为  $r = xi + yj + zk$ ,其中  $i, j, k$  分别为沿  $x, y, z$  轴方向的单位矢量, $x, y, z$  称为质点的位置坐标,可用位置坐标表示位置矢量的大小和方向,其大小为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位置矢量的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

式中的  $\alpha, \beta, \gamma$  分别是径矢  $r$  与  $x, y, z$  轴之间的夹角.

它们之间有如下关系:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

质点运动中的每一时刻,均有一位置矢量与之对应,即位置矢量  $r$  为时间  $t$  的函数:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1.1)$$

(1.1) 式称为质点的运动学方程,它给出了任意时刻质点的位置.

(1.1) 式的正交分解式为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1.2)$$

$x(t), y(t), z(t)$  为质点运动学方程的标量形式.质点运动时描出的轨迹称质点运动的轨迹,位置矢量的矢端画出的曲线,称为位置矢量的矢端曲线,亦即质点的轨迹.

当质点在一个平面上运动时,用两个坐标就可以确定它的位置.

运动方程为  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$ , 消去  $t$ , 得  $y=y(x)$ , 即质点的轨迹方程.  
 $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$  可看成质点轨迹的参量方程 (以时间  $t$  为参量).

## [例 1.1]

一质点的运动学方程为  $\boldsymbol{r}=R\cos t\boldsymbol{i}+R\sin t\boldsymbol{j}$ , 求出以形式  $f(x,y)=0$  写出的轨迹方程.

解: 由运动学方程可知

$$x = R\cos t, \quad y = R\sin t$$

这是圆周的参量方程, 知轨迹为圆, 消去  $t$ , 得

$$x^2 + y^2 = R^2$$

## 二、位移

如何以位移矢量描述质点在一定时间间隔内位置的变化. 如图 1.4 所示, 质点在  $t$  和  $t+\Delta t$  时间段内自  $P$  运动至  $Q$ , 自质点初位置  $P$  引向  $\Delta t$  以后的末位置  $Q$  的矢量  $\overrightarrow{PQ}$ , 称时间  $\Delta t$  内的位移, 记为  $\Delta\boldsymbol{r}$ , 显然

$$\Delta\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \quad (1.3)$$

即位移定义为位置矢量的增量.

在直角坐标系中的正交分解式为

$$\boldsymbol{r}(t + \Delta t) = x(t + \Delta t)\boldsymbol{i} + y(t + \Delta t)\boldsymbol{j} + z(t + \Delta t)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

二式相减, 得位移

$$\begin{aligned} \Delta\boldsymbol{r} &= [x(t + \Delta t) - x(t)]\boldsymbol{i} + [y(t + \Delta t) - y(t)]\boldsymbol{j} + \\ &\quad [z(t + \Delta t) - z(t)]\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \end{aligned}$$

这是位移在直角坐标系中的正交分解式, 表明位移可由位置坐标的增量决定.

位移刻画质点在一段时间内位置变动的总效果, 一般来说, 不表示质点在其轨迹上所经路径的长度. 如运动员在 400 m 跑道上跑了一整圈, 但他在这段时间内的位移却是零! 我们引入路程描述质点沿轨迹的运动, 在一段时间内, 质点在其轨迹上经过的路径的总长度称为路程.

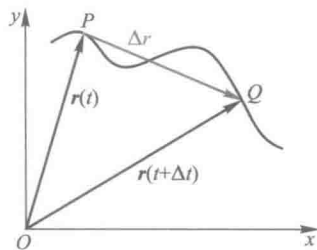


图 1.4

## 三、平均速度和瞬时速度

如何描述物体运动的快慢?

我们定义质点位移  $\Delta\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$  与发生这一段位移的时间间隔  $\Delta t$  之比, 称作质点在这段时间内的平均速度, 记为  $\bar{\boldsymbol{v}}$ ,

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} \quad (1.4)$$

或平均速度等于位置矢量对时间的平均变化率.

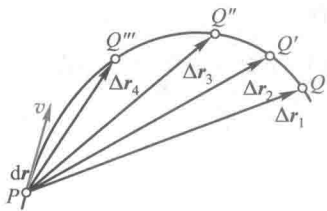


图 1.5

平均速度仅提供一段时间内位置总变动的方向和平均快慢,却不能精细地刻画质点在这段时间内发生的运动方向的改变和时快时慢的详细情况.显然,观察时间越短,平均速度越能精细地反应情况,但无论时间多短,总有比它更短的时间.要得到圆满的答案,就需要极限的概念.

$\Delta t \rightarrow 0$ , 有  $\Delta r \rightarrow 0$ , 比值  $\left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right|$  将无限接近于一确定的数值, 称为比值  $\left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right|$  当  $\Delta t \rightarrow 0$  时的极限; 与此同时, 由图 1.5 可知,  $\left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right|$  的方向无限靠近  $t$  时刻质点所在处轨迹的切线.  $\left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right|$  的极限值和切线方向反映了平均速度  $\frac{\Delta r}{\Delta t}$  当  $\Delta t \rightarrow 0$  时的变化趋势.

我们定义质点在  $t$  时刻的瞬时速度, 它等于  $t$  至  $t + \Delta t$  时间内平均速度  $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ , 当  $\Delta t \rightarrow 0$  时的极限, 用  $v$  表示, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (1.5)$$

即质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的变化率或一阶导数, 记为

$$v = \frac{dr}{dt}$$

在国际单位制 (SI) 中速度单位为  $\text{m/s}$ , 其量纲为  $\text{LT}^{-1}$ . 瞬时速度的方向沿轨迹 (或位置矢量矢端曲线) 在质点所在处的切线并指向质点前进的方向; 其大小为

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right| = \left| \frac{dr}{dt} \right|$$

反映质点在该瞬时运动的快慢, 称为瞬时速率.

瞬时速度  $v$  在直角坐标系  $Oxyz$  中的正交分解式为

$$v = v_x i + v_y j + v_z k \quad (1.6)$$

将上式对时间求导数, 得

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j + \frac{dz}{dt} k \quad (1.7)$$

与 (1.6) 式对比, 得

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

即瞬时速度矢量的投影, 等于位置坐标对时间的一阶导数.

瞬时速度的大小和方向余弦可表示如下:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1.8)$$

$$\cos \alpha_v = \frac{v_x}{v}, \quad \cos \beta_v = \frac{v_y}{v}, \quad \cos \gamma_v = \frac{v_z}{v}$$

瞬时速度和瞬时速率与一定时刻对应, 很难直接测量. 在技术上常常用很短时间内的平均速度近似地表示瞬时速度. 随着技术的进步, 测量可以达到很高的精确度.

## [例 1.2]

某质点的运动学方程为  $\boldsymbol{r} = -i + \frac{3}{2}t\boldsymbol{j} + \frac{1}{2}t^2\boldsymbol{k}$  (SI 单位), 求  $t=0$  和  $1\text{ s}$  时质点的速度矢量.

解: 因  $x = -1\text{ m}$  为常量, 故质点在距离原点  $1\text{ m}$  处与  $Oyz$  平行的平面上运动. 根据 (1.6) 式

$$\boldsymbol{v} = \frac{3}{2}\boldsymbol{j} + t\boldsymbol{k}$$

$$v = \sqrt{2.25 + t^2}$$

$$\cos \alpha_v = 0, \quad \cos \beta_v = \frac{1.5}{v}, \quad \cos \gamma_v = \frac{t}{v}$$

当  $t=0$  时,  $v=1.5\text{ m/s}$ ,  $\cos \beta_v = 1$ ,  $\cos \alpha_v = \cos \gamma_v = 0$ .

当  $t=1\text{ s}$  时,  $v=1.8\text{ m/s}$ ,  $\cos \alpha_v = 0$ ,  $\cos \beta_v = 0.832$ ,

$$\cos \gamma_v = 0.555.$$

即  $\alpha_v = 90^\circ$ ,  $\beta_v = 33^\circ 42'$ ,  $\gamma_v = 56^\circ 18'$ , 如图 1.6 所示.

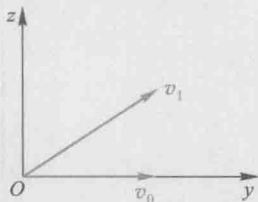


图 1.6

## 四、平均加速度与瞬时加速度

很多情况下, 质点速度是在变化的. 速度的变化一般包括速度大小的变化 (即速率的变化) 和速度方向的变化两部分. 在有的运动中, 速度大小随时间变化而方向不变, 这是变速直线运动的情形; 有的情况下方向变化但大小不变, 称之为匀速率曲线运动. 上述问题中都存在速度随时间变化的问题. 要想描述速度随时间变化的快慢, 就需要引入加速度的概念.

设质点在  $t$  时刻的速度  $\boldsymbol{v}(t)$ , 经  $\Delta t$  后速度变为  $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$ , 速度增量  $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)$  与发生这一增量所用时间  $\Delta t$  之比  $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$  称为这段时间内的平均加速度, 记为  $\bar{\boldsymbol{a}}$ , 即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1.9)$$

平均加速度与一定时间间隔相对应, 其大小反映  $\Delta t$  内速度变化的平均快慢, 其方向沿速度增量的方向. 在  $t$  到  $t+\Delta t$  时间内平均加速度  $\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ , 当  $\Delta t \rightarrow 0$  时的极限称为  $t$  时刻的瞬时加速度, 记为  $\boldsymbol{a}$ , 即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

即质点的瞬时加速度等于速度矢量对时间的变化率或一阶导数. 又因

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

故得

$$\boldsymbol{a} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1.10)$$



即瞬时加速度等于位置矢量对时间的二阶导数,在 SI 中,加速度的单位为  $\text{m/s}^2$ ,其量纲为  $\text{LT}^{-2}$ .已知质点的运动学方程或速度,均可求出瞬时加速度.

瞬时加速度是矢量,其大小反映速度变化的快慢,简称为“加速度”.对时间求导数,可得加速度在直角坐标系中的正交分解形式:

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \quad (1.11)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.12)$$

即瞬时加速度在坐标轴上的投影等于位置坐标对时间的二阶导数.加速度的大小和方向余弦由下式给出:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.13)$$

$$\cos \alpha_a = \frac{a_x}{a}, \quad \cos \beta_a = \frac{a_y}{a}, \quad \cos \gamma_a = \frac{a_z}{a}$$

已知质点运动学方程,即可经过导数求出任意时刻的速度和加速度.请同学们尝试求解本节例 1.1 中质点任一时刻的速度矢量和加速度矢量的表示式.

以后,除特别声明外,我们所说的速度、加速度均指瞬时速度和瞬时加速度.对于这两个物理量必须特别注意其矢量性和瞬时性.

## § 1.3 几种典型的运动

上面我们讨论了质点的运动方程、速度、加速度以及它们在直角坐标系中的表达式,现在我们来具体讨论质点的几种简单运动.

### 一、直线运动

在质点运动中,直线运动既简单又有普遍性.对这类问题,若已知质点运动学方程,可用微分法求速度、加速度,从而掌握全部运动情况.

由于质点始终沿一条直线运动,因此,我们可以选该直线建立一维坐标系.这样,质点在一时刻只有一个坐标.如果取直线为  $x$  轴,

则质点的位置矢量可表示为  $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i}$ ,其速度为  $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}$ ,其加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i}. \text{这时,由于质点的位移、速度、加速度都在一直线上,所}$$

以可以把有关各量当成标量来处理,其方向可用正负号来表示.若取正值,则表示沿  $x$  方向;若取负值,则表示沿  $x$  负方向.于是其运动方程和速度、加速度可分别写作