

FENGDIANCHANG LIUCHANG JISUAN DE
LILUN YU FANGFA

风电场流场计算的 理论与方法

张晓东 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

FENGDIANCHANG LIUCHANG JISUAN DE
LILUN YU FANGFA

风电场流场计算的 理论与方法

张晓东 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书介绍了风电场内流场计算的基本理论和方法。本书共分为8章,首先介绍大气边界层的基本理论,而后系统介绍流体力学基本方程、计算流体力学的方法和风电场流场数值计算模型,以及采用开源CFD求解器OpenFOAM进行流场计算的方法。风电场内的流场还涉及风力机对空气流动的影响,因此最后介绍风力机气动特性计算、风力机解析尾流模型和CFD尾流模型。这些内容既包括基本理论的阐述,也包括作者在风电场流场计算方面的一些研究成果和经验。

本书可作为风电和流体专业的高年级本科生、研究生的学习参考书,也可供风电场、风工程相关领域的技术、研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

风电场流场计算的理论与方法/张晓东编著. —北京:中国电力出版社,2016.10

ISBN 978-7-5123-9680-7

I. ①风… II. ①张… III. ①风力发电-电流场-计算
IV. ①TM614

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第199351号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2016年10月第一版 2016年10月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 11印张 235千字

印数0001—1500册 定价40.00元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签,刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前言

随着我国经济的快速发展,对能源特别是电力的需求也日益增长,发电装机容量从2000年的3亿kW增长到2015年底的15.1亿kW。由于传统能源带来的气候、环境问题日益突出,这期间对清洁能源需求更为迫切,发展也更为迅猛。2000年,风电装机容量还只有34.6万kW,到2015年底达到1.29亿kW,占全部装机容量的8.6%,发电量占比达到3.3%,已成为继火电、水电之后的第三大电源。风电的快速发展,得益于风电技术的进步,同时也对风电领域的人才培养和技术创新产生了巨大的需求。

对风电场内流场的研究是风电技术的基础内容,既是风电机组设计和运行的基本条件,也是风资源分析,风电场设计、评估、功率预测等应用技术的一部分。特别是在复杂地形条件下,风电场内流场计算技术一直是风电领域关注的热点问题,目前流场计算的准度和对于复杂流场结构特性的认知还不能满足产业发展的要求。2008—2009年间,针对特别复杂地形流场计算模型的研究开发,丹麦在Bolund岛开展了测风项目,并邀请全球知名的研究机构进行了盲评对比。结果表明,采用雷诺时均方程(RANS)的CFD计算模型的计算准度优于线性模型、大涡模拟和风洞实验的结果, TOP10的结果均为RANS模型。华北电力大学提交的结果进入了TOP10,也是亚洲唯一一个被邀请参加盲评的机构。不过,尽管这些“最好”的计算模型代表了全球风电场流场计算方面最先进的水平,但其全流场偏差仍然在12%左右,关注高度的计算偏差在5%左右,因此如何提高复杂风场的计算准度仍是普遍关注的问题。2011—2014年,国际能源署(IEA)组织开展了“风电场计算模型基准(IEA Wind Task31)”国际协作项目,进一步开展针对多种地形、大气稳定度、地表形态、风电机组布置条件下的流场计算模型对比研究,中国风能协会组织华北电力大学和国家气候中心参加了该项目工作,2014年10月在华北电力大学组织举办了该项目结题总结国际会议。

作者多年从事风力发电技术的人才培养、科学研究和技术开发工作,特别是在风电场流场计算、风资源评估、风电机组尾流效应和风电场设计优化方面进行了较多的研究。风电场内的风资源计算技术涉及空气动力学、计算流体力学、大气边界层气象学等方面的内容,撰写本书的目的,是为风电领域的研究生和技术开发人员提供一些综合性资料,介绍一些研究成果和经验,以期后来者居上,为风力发电的技术创新添加动力。

本书共分为8章,包括大气边界层的基本理论、流体力学基本方程、计算流体力学的方法、风电场流场数值计算模型、基于OpenFOAM的流场计算、风力机气动计算、解析

尾流模型、尾流数值计算模型。

本书的编写和出版得到了国家国际科技合作计划（2010DFA64600）的资助，相关研究工作也得到了中国可再生能源学会风能专业委员会和华北电力大学的支持。华北电力大学的研究生张德胜、张镇、任会来等同学参加了部分资料调研、整理和研究工作，在此一并致谢。

限于作者水平，书中难免存在不妥之处，诚望读者批评指正。

张晓东

2016年7月于北京回龙观

目录

前言

第 1 章 大气边界层的基本理论	1
1.1 大气层和大气边界层	1
1.2 大气边界层内的压强和温度廓线	3
1.3 位温与浮力作用	6
1.4 大气边界层的稳定性	10
1.5 流动与受力分析	12
1.6 对数风廓线模型	16
1.7 其他风廓线模型	19
第 2 章 流体力学基本方程	22
2.1 流体动力学的积分型方程	22
2.2 流体动力学的微分型方程	30
2.3 几种特殊形式的微分方程	36
2.4 湍流的雷诺时均方程	38
第 3 章 计算流体力学的方法	40
3.1 概述	40
3.2 流场数值计算的基本方法	41
3.3 湍流模型	59
3.4 流场数值计算的步骤	64
第 4 章 风电场流场数值计算模型	72
4.1 二维 RANS 模型	73
4.2 来流边界条件	74
4.3 壁面函数	78
4.4 计算模型的验证	81

第 5 章 基于 OpenFOAM 的流场计算	85
5.1 OpenFOAM 简介	85
5.2 simpleFOAM 算例的组织结构	89
5.3 Askervein 山算例	104
5.4 Bolund 岛算例	109
第 6 章 风力机气动计算	114
6.1 不考虑尾流旋转的动量理论	114
6.2 风轮尾流旋转的动量理论	118
6.3 二维翼型	122
6.4 叶片三维流动	124
6.5 近场尾流涡系	127
6.6 动量叶素理论	128
第 7 章 解析尾流模型	137
7.1 尾流流场分析	137
7.2 Jensen 模型的改进	143
7.3 全场尾流模型	150
7.4 二维尾流模型	152
第 8 章 尾流数值计算模型	159
8.1 不考虑尾流旋转的致动盘模型	160
8.2 控制方程组	161
8.3 算例分析	162
8.4 考虑尾流旋转的致动盘模型	167
参考文献	169

第1章

大气边界层的基本理论

风力发电的能量来源于大气边界层流动的运动动能。在垂直于风速的方向上，通过单位面积的空气质量流量为 ρu ，单位质量空气的运动动能为 $\frac{1}{2}u^2$ ，因此通过单位面积的风功率为

$$P = \frac{1}{2}\rho u^3 \quad \text{W/m}^2$$

式中： ρ 为空气的密度， kg/m^3 ； u 为空气的流速， m/s 。

这表明空气流动形成的功率与密度成正比，与速度的三次方成正比。同时，大气边界层流动是旺盛的湍流，湍流的强弱受到地形、地表、日照等诸多因素影响。风速和湍流条件是影响风电机组运行的两个最主要的因素，因此了解风电场所在空间区域的风速与湍流分布，是风电场微观选址技术的核心内容。实际上，对大气边界层流动特性的认识，对于风电机组设计、风电场设计与运行、风电场功率预报，以及了解风电的波动性对电网的影响，都是必要的。

全球和区域的大气边界层流动具有较大的时空尺度，在气象学中称为大尺度和中尺度问题。从一般数值计算所能采用的空间分辨率来看，风电场流场的尺度在气象学中是微尺度，分辨率在几米到几十米，但又大于一般工业流动的尺度，如风电机组叶片绕流问题，分辨率在几毫米或厘米，因此风电场流场的尺度介于气象学所研究的大气流动与一般工业流动的尺度之间。采用工业流动计算方法研究风电场流场问题，必须充分了解和考虑大气边界层流动的特点。

1.1 大气层和大气边界层

按照地球大气温度随高度变化规律的不同，地球大气可分为不同的区域（J. H. Seinfeld）。最底层为对流层（troposphere），厚度约为 $10\sim 15\text{km}$ ，其厚度与纬度和季节有关。在赤道上方，对流层顶的平均高度有 18km ，而在两极则为 8km 。对流层紧贴地球表面的



一层即为大气边界层 (atmospheric boundary layer, ABL)。在大气边界层以上, 对流层的特点是温度随着高度的增加而递减。对于干空气, 理论上对流层内的温度递减率为 9.7K/km , 即大约每升高 100m , 温度降低 1K 。到对流层顶, 气温降到平均温度为 217K (即 -56°C), 温度递减率也减小为 2K/km 以下。对流层包含了 80% 的地球大气质量和几乎全部的大气水蒸气。对流层底部大气边界层的厚度也是随地点和时间变化的, 从数百米至 1km 以上。大气边界层以外的区域则称为自由对流层 (free troposphere) 或自由大气。自由大气中空气的流动受到压差和地球自转形成的科氏力 (coriolis force) 的作用。而在大气边界层内则除压差与科氏力外, 还需要考虑地表形成的切应力的作用。特别是在接近地表的二三百米以下的区域, 切应力的作用往往是主要的。图 1-1 为地球大气层的结构示意图。

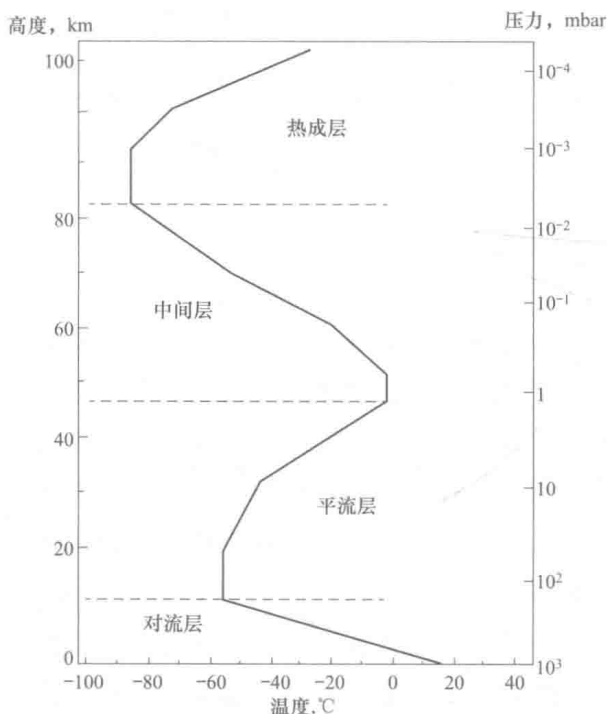


图 1-1 地球大气层的结构示意图

对流层顶以上的区域为平流层 (同温层), 延伸到大约 $45\sim 55\text{km}$ 的高度。平流层内空气的上下掺混很弱, 温度随着高度的增加而上升。平流层顶以上至 $80\sim 90\text{km}$ 高度为中间层, 温度随着高度的增加而降低, 中间层顶是地球大气层中温度最低的区域, 中间层顶以外称为热成层 (热大气层), 温度随着高度的增加而上升, 空气稀薄。通常气象学研究的区域在 50km 以下, 以对流层为主。对于风能应用, 目前风力机安装的空间区域在地面或海面以上 $100\sim 200\text{m}$ 的高度以内, 即大气边界层内。尽管有很多高空风力机的创意, 但这些创意要投入应用还有很多技术问题需要解决。高空风力机的目标区域在大气边界层以上, 高度可达数千米。这个区域的风况条件相对简单, 技术难点在于设备的安置和

能量的传输。

大气边界层内空气的流动是复杂的三维湍流流场。从湍流涡的角度而言,所关注的涡旋尺度范围可能从数米(如建筑物的绕流)至数百万米(如大型风暴和气旋);从湍流脉动的角度而言,其湍流频谱对应的时间周期在数秒到数分钟。在风电工程进行的风况特性研究中,通常关注风速、风向、湍流等流动参数在时间、空间的分布特性。这些风况特性的研究和计算模型的建立是风力机和风电场设计、运行优化、功率预报的基础和前提条件。与风能利用相关的风况模型的研究也称为“风能气象学”,其关注的空间范围在风电场或风电场集群所在的区域之内,流场数值计算的空间分辨率在米或十米量级。更大区域范围内气象现象的研究称为中尺度气象学,流场数值计算的空间分辨率为千米量级。而更小尺度的空气流动如风电机组叶片绕流的研究则视为工业流动,如风力机空气动力学,流场数值计算的空间分辨率具有毫米至厘米的量级。与风力机运行风况和风电场内流场分析相关的风能气象学属于微尺度的气象学,而与风电场宏观选址相关的风资源分布的研究则往往要采用中尺度气象学模型。

大气边界层是直接受地面影响的那部分对流层,它响应地面作用的时间尺度为 1h 或更短。地面对大气边界层的作用包括物质输送(如水蒸气和污染物排放)、热量输送(地表加热或冷却大气)及地表摩擦阻力和地形变化的影响。

1.2 大气边界层内的压强和温度廓线

1.2.1 大气边界层内的压强

假设在处于平衡状态的静止大气中,沿垂直方向取一个截面积为 1m^2 的空气柱,则该空气柱任一截面上的静止压强等于该截面以上空气的重量,即 $p = \int_{z_h}^{\infty} \rho(z)g(z)dz$, 这里 z_h 是空气柱底面的垂直坐标, $\rho(z)$ 是空气的密度,单位为 kg/m^3 , $g(z)$ 是重力加速度,单位为 m/s^2 ,标准数值为 $g = -9.8\text{m}/\text{s}^2$ 。在特定区域的大气边界层内,可认为 $g(z)$ 是常数,则有

$$\frac{dp}{dz} = \rho(z)g \quad (1-1)$$

由理想气体状态方程 $p = \rho R_g T$, 式中 R_g 为空气的气体常数,则

$$\frac{dp}{dz} = \frac{pg}{R_g T} \quad \text{或} \quad \frac{d \ln p}{dz} = \frac{g}{R_g T} = \frac{1}{\left(\frac{R_g T}{g}\right)} \quad (1-2)$$

这里 $\frac{R_g T}{g}$ 具有长度的量纲,可表示为 $H(z) = \frac{R_g T}{g}$, 因为温度 T 也是高度 z 的函数。

南纬和北纬 45° 海平面上的平均大气压定义为标准大气压,即单位 atm。 $1\text{atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{Pa}$ 。地球陆地和海洋表面的平均大气压力约为 $0.9855 \times 10^5 \text{Pa}$, 海拔 1.5km 处的平均



气压约为 $0.85 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，而海拔 8 km 处的平均气压只有 $0.3 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。在对流层内，气压的变化幅度远大于温度的变化。因此做粗略分析，也可取 $H(z)$ 为常数，可得

$$\int_{p_0}^{p(z)} d \ln p = \int_0^z \frac{dz}{H}$$

即

$$p(z) = p_0 e^{\frac{z}{H}} \quad (1-3)$$

例 1-1 假设大气边界层内的平均气温为 283 K ，平均气压为 $0.9 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，试估算气压随高度的变化率。

解：由式 (1-2) 可得

$$\frac{dp}{dz} = \frac{pg}{R_g T} = \frac{0.9 \times 10^5 \times (-9.807)}{287 \times 283} = -10.87 (\text{Pa/m})$$

1.2.2 温度廓线

大气边界层内温度随高度的变化，即温度廓线。温度廓线对于大气边界层内的风速分布和湍流形态都有重要的影响。实际温度廓线受到风况、地表换热、太阳辐射和气压变化的影响，这里首先分析处于静止、平衡状态的中性大气边界层内的温度分布。为此需要选取最基本的研究对象，即空气微团 (air parcel)。

空气微团由确定的空气分子组成，具有确定的质量，其界面形状和体积大小可改变。空气微团通过界面与外界有热量和功的交换，但没有物质交换，其尺度远大于分子自由程，同时远小于宏观尺度，可视为流体质点。

绝热空气微团 (adiabatic air parcel) 与外界没有热量交换，但可有功的交换，即体积可变化。

一定空间内的空气可看作是由无数个连续分布的空气微团组成的，这些微团可移动和相互掺混。微团是流体力学的基本研究对象，一个流体微团在宏观上视为一个点，有确定的状态参数，而在微观上视为一个微元体积。流体微团是连续分布的，流体的参数在空间也是连续分布，而且一般是无限可微的。

如果一个绝热空气微团沿垂直方向移动，其压强将发生变化且与外界保持平衡。如果其温度也刚好和外界保持平衡，则绝热空气微团在垂直移动过程中始终与外界保持平衡状态，此时的大气状态就称为中性大气或中性温度分层。

考虑中性大气边界层中一个绝热空气微团垂直移动的微元可逆过程，如图 1-2 所示。由热力学第一定律，可得 $dq = du + dw = 0$ 。空气可视为理想气体，内能 u 是温度的单值函数， $du = c_v dT$ ，式中 c_v 是空气的定容比热容，是状态参数。对于微元可逆过程，膨胀功 $dw = p dv$ ，式中 $v = \frac{1}{\rho}$ 是空气的比体积。则有

$$c_v dT = -p dv \quad (1-4)$$

考虑理想气体状态方程: $pv=R_gT$, 可得 $d(pv)=R_gdT$ 即 $p dv+vd p=R_gdT$, 或 $-p dv=vd p-R_gdT$, 在空气微团垂直移动时, $vd p=v\rho g dz=g dz$, 则有

$$c_v dT = g dz - R_g dT \Rightarrow (c_v + R_g) dT = g dz \Rightarrow c_p dT = g dz$$

式中 $c_p=c_v+R_g$ 是空气的比定压热容, 于是可得

$$\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \quad (1-5)$$

在通常的温度下 (288K), 干空气的比定压热容为 $c_{p,\text{air}}=$

$$1005\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})。则 \Gamma = \left| \frac{g}{c_{p,\text{air}}} \right| = \frac{9.807}{1005} = 9.76 \times 10^{-3} \text{ (K/m)}$$

或 $9.76\text{K}/\text{km}$ 。 Γ 称为气温的干空气绝热递减率 (dry adiabatic lapse rate)。因此, 对于处于中性状态的干空气, 每升高 100m 温度下降约 1K 。若高度 $z=0$ 处温度为 T_0 , 则高度 z 处的温度为 $T=T_0-\Gamma z$ 。

对于处于中性稳定度状态的湿空气, 式 (1-5) 仍然适用, 只是此时式中的定压比热容要采用湿空气的比定压热容 $c_{p,m}$, 即 $\Gamma' = \left| \frac{g}{c_{p,m}} \right|$ 。若湿空气的相对湿度为 $\varphi = \frac{p_v}{p_s}$, 则每千克干空气中含有的水蒸气的质量, 即含湿量

$$d = 0.622 \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s} \text{ kg/kg}$$

式中: p 为气压; p_s 为气温所对应的饱和蒸汽压力。

则单位质量的湿空气中含有的水蒸气的份额为 $m_v = d/(d+1)$, 干空气的份额为 $m_a = 1 - m_v$ 。常温下水蒸气的定压比热为 $c_{p,v} = 1952\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, 则单位质量的湿空气的比热容为

$$c_{p,m} = m_a c_{p,\text{air}} + m_v c_{p,v} = 1005 + 947 m_v \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (1-6)$$

湿空气中的含湿量取决于温度和相对湿度。在一个标准大气压、 30°C 的条件下, 湿空气中水蒸气的饱和分压力 $p_s = 0.04246 \times 10^5 \text{ Pa}$, 对应的最大含湿量 $d = 0.0272\text{kg}/\text{kg}$, 此时单位质量湿空气中水蒸气的份额为 $m_v = 0.0265$, 对应的 $c_{p,m} = 1030\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $\Gamma' = 9.52\text{K}/\text{km}$ 。即使在 40°C 的条件下, 饱和湿空气的温度递减率也为 $9.45\text{K}/\text{km}$ 。在分析空气微团温度变化时, 采用干空气模型引起的误差小于 3% , 因此通常不必考虑水蒸气的影响。

但是, 在空气微团上升的过程中, 如果其中的水蒸气发生凝结, 则其温度变化会有显著的不同。若空气微团达到饱和, 上浮后温度继续降低, 体积膨胀, 水蒸气的饱和分压力降低, 必然有部分水蒸气凝结成水而放出汽化潜热。对于一个微元上浮过程, 设水蒸气的凝结量为 dm_v , 这里 $dm_v < 0$, 则式 (1-4) 变为

$$c_v dT = -p dv - r dm_v \quad (1-7)$$

同样, 由理想气体状态方程可得 $p dv = -v dp + R_g dT$, 压强的微元变化为 $dp = \rho g dz$,

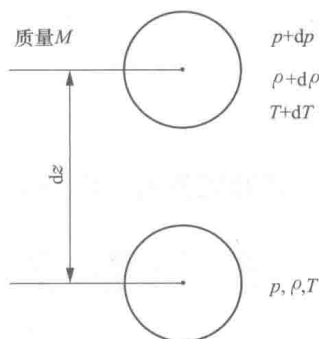


图 1-2 绝热空气微团的垂直移动



可得

$$\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} - \frac{r}{c_p} \frac{dm_v}{dz} \quad (1-8)$$

此时仍然有 $dT/dz < 0$ ，温度递减率为 $\Gamma_s = -\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} + \frac{r}{c_p} \frac{dm_v}{dz}$ ，将该式改写为

$$\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} + \frac{r}{c_p} \times \frac{dm_v}{dT} \times \frac{dT}{dz}, \text{ 可得}$$

$$\Gamma_s = \frac{-g}{c_p + r \frac{dm_v}{dT}} \quad (1-9)$$

式中 $\frac{dm_v}{dT} > 0$ ，为饱和湿空气中水蒸气的份额随温度的变化率，是温度的函数。温度

越高时 $\frac{dm_v}{dT}$ 越大，温度递减率 Γ_s 越小，因此湿空气的温度递减率（这里指有凝结过程的饱和湿空气，未发生凝结的湿空气按干空气处理）是变化的，如在一个标准大气压下，气温为 40°C 时， $\Gamma_s = 3\text{K/km}$ ，气温为 -40°C 时， $\Gamma_s = 9.5\text{K/km}$ ，而气温在 0°C 时， $\Gamma_s = 5.8\text{K/km}$ 。

1.3 位温与浮力作用

1.3.1 位温

静止的中性大气是一种相对平衡的状态，即当一个空气微团可逆绝热地上下移动时，始终和周围的大气保持温度平衡。换句话说，任意高度的空气微团可逆绝热地移动到某一特定位置时，温度都是相同的。为了比较不同气压下空气的状态，定义位温的概念。

这里只考虑干空气。设大气中有一个空气微团，温度为 T ，压强为 p 。该空气微团可逆绝热地变化到参考压强 p_0 时所具有的温度，称为该空气微团的位温（potential temperature），用 θ 表示。按理想气体状态方程，有 $\frac{T_0}{T} = \frac{p_0 v_0}{p v}$ ，由理想气体可逆绝热过程的过程

方程，即 $p v^k = \text{常数}$ ，有 $\frac{v_0}{v} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{-\frac{1}{k}}$ ，式中 $k = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ ，为空气的比热比。于是有

$$\theta = T_0 = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R_g}{c_p}} \quad (1-10)$$

参考压强 p_0 也称为基准气压，一般取为 $p_0 = 1 \times 10^5 \text{Pa}$ 。在大气边界层的研究中可用地面气压作为基准气压。将式 (1-10) 取对数得 $\ln \theta = \ln T + \frac{k-1}{k} \ln \left(\frac{p_0}{p}\right)$ ，再对垂直坐标 z 求导，其中最后一项对 z 求导为



$$\frac{d}{dz} \left[\frac{k-1}{k} \ln \left(\frac{p_0}{p} \right) \right] = \frac{k-1}{k} \left(-\frac{1}{p} \frac{dp}{dz} \right) = \frac{k-1}{k} \left(-\frac{\rho g}{p} \right) = -\frac{k-1}{k} \frac{g}{R_g T} = -\frac{g}{c_p T}$$

可得

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{T} \left(\frac{dT}{dz} - \frac{g}{c_p} \right) \quad (1-11)$$

对于中性大气边界层，温度递减率 $\Gamma = -\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p}$ ，即 $d\theta = 0$ ， $T = T_0 - \Gamma z$ ，式中 T_0 是基准气压下空气微团的温度，则有 $\theta = T + \Gamma z = \text{常数}$ 。在中性大气边界层中，流体微团在垂直方向可逆绝热地运动时，所受到的重力作用和压差作用始终相平衡，即空气的温度、密度、气压沿垂直方向的分布刚好满足这一平衡条件，因此在简化的流场分析中，可以不考虑垂直方向上压差和重力的作用，而将大气边界层视为压强、温度和密度分布均匀的流场。此时采用的温度即是中性大气边界层的位温。

实际的大气边界层总是湿空气，为了可将湿空气采用干空气的模型分析其参数的变化，气象学中还使用了虚温度的概念。虚温度（virtual temperature）定义为一个假想的干空气微团具有和一个湿空气微团相同的气压和密度时所具有的温度。采用虚温度，就可用干空气的理想气体状态方程来描述湿空气的状态参数之间的关系。

假设湿空气中干空气的分压力为 p_a ，水蒸气的分压力为 p_v ，则湿空气的气压 $p = p_a + p_v$ 。湿空气中干空气的密度为 ρ_a ，水蒸气的密度为 ρ_v ，则湿空气的密度 $\rho = \rho_a + \rho_v$ 。由理想气体状态方程 $\rho_a = \frac{p_a}{R_a T}$ ， $\rho_v = \frac{p_v}{R_v T}$ ，式中 R_a 和 R_v 分别为干空气和水蒸气的气体常数，则有

$$\rho = \frac{p_v}{R_v T} + \frac{p - p_v}{R_a T} \quad (1-12)$$

虚温度 T_v 由式 $p = \rho R_a T_v$ 定义，将式 (1-12) 写为

$$\frac{p_v}{\rho R_a} \times \frac{R_a}{R_v} + \frac{1}{\rho R_a} (p - p_v) = T$$

代入 $1/\rho R_a = T_v/p$ ，整理得

$$T_v = \frac{T}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_a}{R_v} \right)} \quad (1-13)$$

式 (1-13) 中 $R_a/R_v = 0.622$ 是一个常数，因此空气微团的虚温度取决于水蒸气的分压力 $p_v = \varphi p_s$ ，式中 φ 是相对湿度， p_s 是气温 T 对应的饱和蒸汽压力。对于气压为 1atm，气温为 30℃ 的饱和湿空气，即 $\varphi = 1$ ， $p_v = p_s = 4246\text{Pa}$ ， $p = 101\,325\text{Pa}$ ，可得 $T_v = 308\text{K}$ ，即 34.9℃。结合虚温度与位温的概念，可得虚位温度的概念，用 θ_v 表示

$$\theta_v = T_v \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_v \left(\frac{\theta}{T} \right)$$

由含湿量 $d = 0.622 \frac{p_v}{p - p_v}$ ，可得 $\frac{p_v}{p} = \frac{d}{d + 0.622}$ ，代入式 (1-13) 可得



$$T_v = T \frac{d + 0.622}{0.622(1 + d)} \quad (1-14)$$

含湿量 d (单位为 kg/kg) 的量级为 10^{-3} , 是一个小量。

设函数 $f(x) = T \frac{x + 0.622}{0.622(1 + x)}$, 则由泰勒展开式得

$$f(x) = f(0) + f'(0) \cdot x + f''(0) \frac{x^2}{2!} + \dots$$

即虚温度的一阶近似为

$$T_v \approx T \left[1 + \left(1 - \frac{1}{0.622} \right) d \right] = T(1 + 0.61d) \quad (1-15)$$

1.3.2 浮力作用

对于中性大气边界层, 当空气微团可逆绝热地上下移动时, 其温度、气压、密度刚好与周围的空气保持平衡。如果是非中性大气边界层, 当空气微团可逆绝热地垂直移动时, 气压与外界保持一致, 但温度和密度则与外界不同, 此时空气微团所受的重力和浮力不平衡, 会形成垂直方向的合力作用和加速度。实际上大气边界层内的温度分布经常处于非中性的状态, 如日照良好的白天, 地表温度上升, 会加热地表附近区域内的空气, 大气边界层内的温度递减率 Δ 增大; 反之, 夜晚时地表对天空辐射放热, 温度下降比空气快, 对地面附近的空气起到冷却作用, 则大气边界层内的温度递减率 Δ 减小, 甚至出现温度随高度增加而增加的逆温现象。图 1-3 所示为中性、对流和稳定大气边界层内的温度廓线示意。

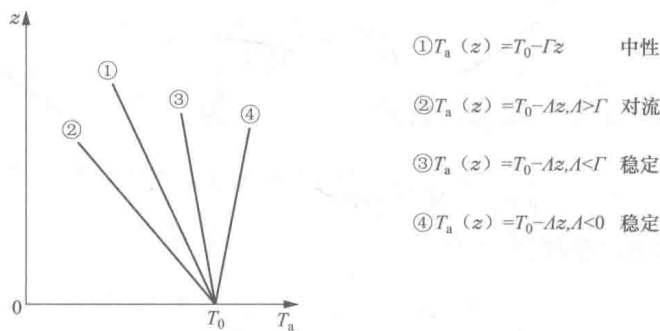


图 1-3 中性、对流和稳定大气边界层内的温度廓线示意

假设实际大气边界层内的温度分布仍然是线性的, 用 T_a 表示, 其密度用 ρ_a 表示。当空气微团可逆绝热地垂直移动时, 气压与外界保持相同。因此空气微团的气压与外界大气的气压均用 p 表示。但微团的温度和密度可能与外界不同, 这里用 T 和 ρ 表示。大气边界层内的实际温度递减率为 $\Delta = -\frac{dT_a}{dz}$, 则温度廓线为

$$T_a(z) = T_0 - \Delta z \quad (1-16)$$

式 (1-16) 中 T_0 为基准面 $z=0$ 处的气温。气压随高度的变化率为 $\frac{dp}{dz} = \rho_a g$, $g =$

-9.8m/s^2 为重力加速度,也可写为 $\frac{dp}{dz} = \frac{pg}{R_a T_a(z)}$ 。采用和前面相同的方法,考虑一个空气微团垂直上升 dz 的微元可逆绝热过程,由热力学第一定律, $c_v dT + p dv = 0$,再由理想气体状态方程, $p dv = -v dp + R_a dT$,可得 $c_p dT = v dp$,这里 $v = \frac{R_a T}{p}$ 是空气微团的比体积。式 $dT = \frac{v}{c_p} dp$ 除以 dz 并带入 $\frac{dp}{dz}$ 的表达式

$$\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \times \frac{T(z)}{T_a(z)} = \frac{-\Gamma T(z)}{T_0 - \Lambda z} \quad (1-17)$$

假设在某一时刻,原来处于 $z=z_1$ 位置且与外界相平衡的空气微团可逆绝热垂直运动到新的位置 z ,如图 1-4 所示,即 $z=z_1$ 时, $T_1 = T_a = T_0 - \Lambda z_1$,则在新的位置空气微团的温度 T 可由式 (1-18) 计算

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} &= \int_{z_1}^z \frac{-\Gamma}{T_0 - \Lambda z} dz = \int_{z_1}^z \frac{\Gamma}{\Lambda} \frac{1}{T_0 - \Lambda z} d(T_0 - \Lambda z) \\ \Rightarrow \ln \frac{T}{T_0 - \Lambda z_1} &= \frac{\Gamma}{\Lambda} \ln \frac{T_0 - \Lambda z}{T_0 - \Lambda z_1} \\ \Rightarrow T(z) &= (T_0 - \Lambda z_1) \left(\frac{T_0 - \Lambda z}{T_0 - \Lambda z_1} \right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}} \end{aligned} \quad (1-18)$$

在新位置,空气微团的密度为 ρ , 体积为 V , 质量为 ρV , 空气微团所受的浮力为 $-\rho_a g V$, 为正值, 自身重力 $\rho g V$ 为负, 合力为 $F = (\rho - \rho_a) g V$ 。则空气微团的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = \frac{g(\rho - \rho_a)}{\rho} \quad (1-19)$$

空气微团的密度 $\rho = \frac{p}{R_a T}$, 周围空气的密度 $\rho_a = \frac{p}{R_a T_a}$,

两者气压相同。于是加速度可表示为温差的形式

$$a = \frac{g(T_a - T)}{T_a} \quad (1-20)$$

代入式 (1-18), 注意此时空气微团周围的气温为 $T_a = T_0 - \Lambda z$, 可得

$$a = g \left[1 - \left(\frac{T_0 - \Lambda z}{T_0 - \Lambda z_1} \right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda} - 1} \right] = g \left[1 - \left(\frac{T_a}{T_1} \right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda} - 1} \right] \quad (1-21)$$

若大气边界层的实际温度递减率大于干空气绝热温度递减率, 即 $\Lambda > \Gamma$, 则 $\Gamma/\Lambda - 1 < 0$, 空气微团从 z_1 的位置上升, 即 $z > z_1$ 时, $T_a < T_1$, $\left(\frac{T_a}{T_1} \right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda} - 1} > 1$, $a > 0$ (注意重力加速度 g 为负), 空气微团有继续上升的趋势。反之, 若空气微团从 z_1 的位置下降, 即 $z < z_1$ 时, $T_a > T_1$, $a < 0$, 空气微团有继续下降的趋势。在这种条件下, 大气边界层中的扰动是被放大的。

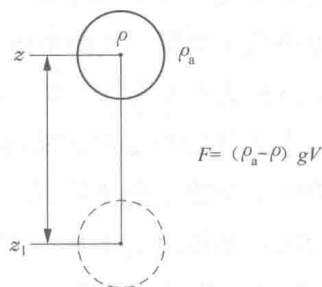


图 1-4 空气微团所受的浮力作用



若 $0 < \Lambda < \Gamma$, $\Gamma/\Lambda - 1 > 0$, 空气微团从 z_1 的位置上升, 即 $z > z_1$ 时, $T_a < T_1$, $\left(\frac{T_a}{T_1}\right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}-1} < 1$, $a < 0$, 空气微团有返回到原来位置的趋势。反之, 若空气微团从 z_1 的位置下降, 即 $z < z_1$ 时, $T_a > T_1$, $\left(\frac{T_a}{T_1}\right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}-1} > 1$, $a > 0$, 空气微团的加速度向上, 也具有回到原位置的趋势。在这种条件下, 大气边界层中的扰动是被抑制的。(注: Λ 是 λ 的大写, 读/Lambda/, 英文 Lambda。 Γ 是 γ 的大写, 读/gamma/。)

若 $\Lambda = \Gamma$, 则 $a = 0$, 空气微团在上下绝热移动的时候, 始终和外界保持平衡, 受力为 0。湿空气的讨论与上述内容类似, 只是空气的绝热温度递减率应采用 Γ_s , 即式 (1-9)。

1.4 大气边界层的稳定性

由空气微团所受的浮力作用的分析可知, 大气边界层内的温度分布决定了大气边界层的稳定性。在空气中未发生水蒸气凝结的条件下, 如果大气边界层内的实际温度递减率大于干空气绝热温度递减率, 即 $\Lambda > \Gamma$ 时, 空气微团偏离原高度后, 其偏离运动会得到加强: 空气微团上升时, 其温度会高于周围空气的温度 [见图 1-5 (a)], 密度则小于周围空气的密度, 空气微团受到向上的合力作用而继续向上; 空气微团下沉时, 其温度低于周围空气的温度, 密度则大于周围空气的密度, 受到向下的合力作用而继续下降。此时的大气即为不稳定大气, 或称为对流大气。大气边界层内的温度递减率 Λ 越大, 则大气越不稳定。

若大气边界层内的实际温度递减率小于干空气绝热温度递减率, 则当空气微团绝热上升时, 其温度低于周围空气的温度 [见图 1-5 (b)], 所受的合力向下; 而当空气微团下沉时, 其温度高于周围空气的温度, 所受合力向上, 此时的大气称为稳定大气; 若 $\Lambda = \Gamma$, 则空气微团可逆绝热垂直运动时, 始终与外界保持平衡状态。

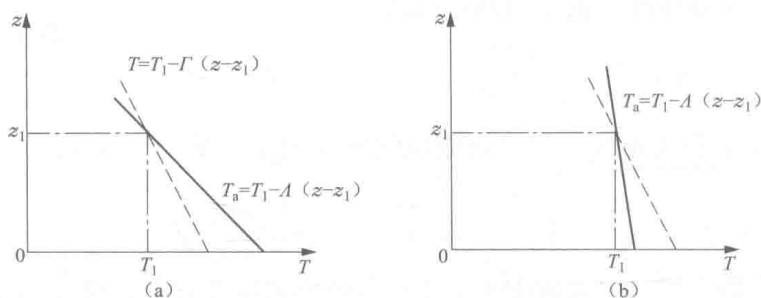


图 1-5 空气微团绝热移动时的温度 T 与周围空气温度 T_a 的对比
(a) $\Lambda > \Gamma$; (b) $\Lambda < \Gamma$

由 $T_a = T_0 - \Lambda z$ 和 $\theta = T_a \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R_g}{c_p}}$, 可得