

高等院校独立学院系列教材

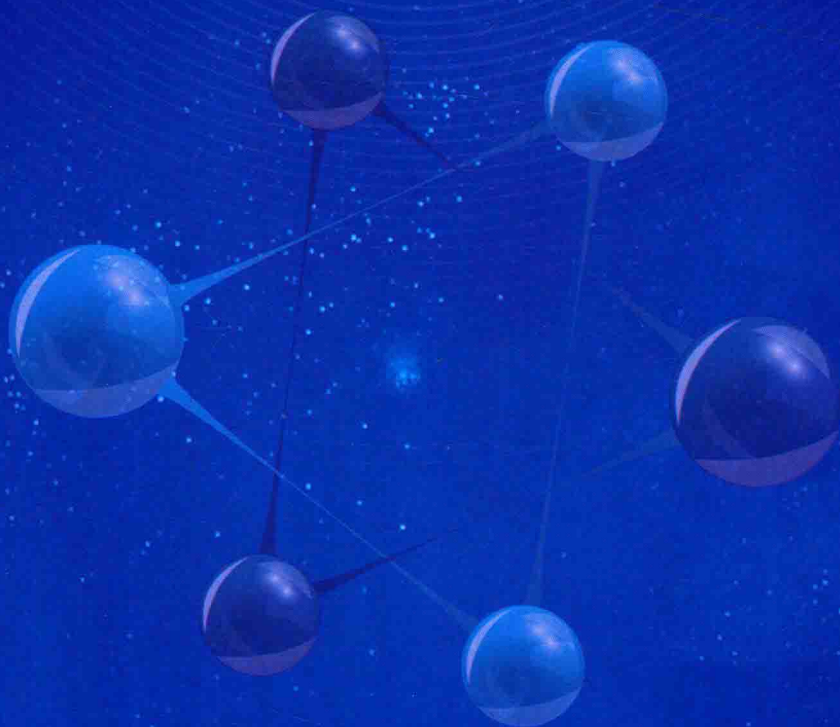
张明高 叶瑞英 主编



大学物理实验教程

(第二版)

EXPERIMENTAL TUTORIAL
OF COLLEGE PHYSICS



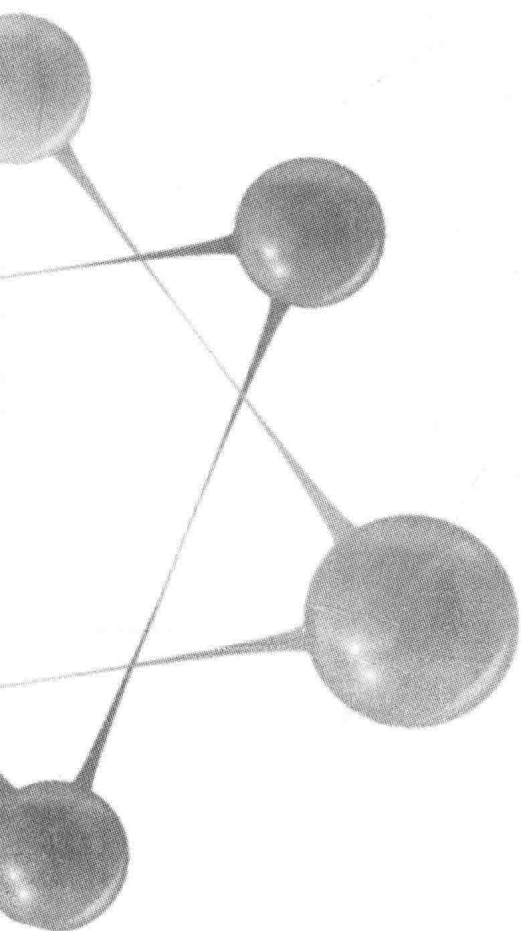
四川大学出版社

高等院校独立学院系列教材

大学物理实验教程

(第二版)

EXPERIMENTAL TUTORIAL
OF COLLEGE PHYSICS



主 编：张明高 叶瑞英
副主编：廖均梅 张 鲁
编 委：（以姓氏笔画排序）
陈泽先 张益珍
饶大庆 瞿华富



四川大学出版社

责任编辑:毕 潜
责任校对:杨 果
封面设计:墨创文化
责任印制:王 炜

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程 / 张明高, 叶瑞英主编. —2 版.
—成都: 四川大学出版社, 2016. 7
ISBN 978-7-5614-9689-3
I. ①大… II. ①张… ②叶… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 162493 号

书名 大学物理实验教程(第二版)
DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

主 编	张明高 叶瑞英
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5614-9689-3
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	17.75
字 数	323 千字
版 次	2016 年 8 月第 2 版
印 次	2016 年 8 月第 1 次印刷
定 价	35.00 元

版权所有◆侵权必究

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。
电话:(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023 邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。
◆网址:<http://www.scupress.net>

序

近年来,随着我国高等教育形势的大发展,独立学院如雨后春笋般成长起来了。根据独立学院的定位和人才培养目标的需要,加强实践能力培养是各高校普遍采用的行之有效的办法。因此,在大学物理的学习中,重视物理实验的教学和改革,为独立学院理工科学生编写一本好的物理实验教材,满足应用型人才培养目标的需要,是实现这一目标的重要环节。

我很高兴地看到,以四川大学张明高教授为首的编写组承担了此教材的编写任务,该教材内容丰富、知识涵盖面广,上承物理学前沿,下接工程应用,不少实验还介绍了具有一定应用价值的实例。特别是本书在每个实验前后所提出的富于启发性的思考题和与经典实验相关的科学家简介贯穿于本书,以从自然到科学、从物理到技术、从实验到理论的脉络,向学生介绍了一些经典实验在历史发展中曾起到的重要作用,把侧重点放在引导学生的科学思维方式上,使学生了解物理规律、定律乃至重大发现都是从大量实验中产生的。在寻找这些规律时,当初的物理学家们是怎么思考的?现在的物理学家们又在想些什么?因此,这是一本具有独特风格、值得推荐的好教材。它具有以下特点:

第一,全。它既涵盖大学物理实验领域,又包括了物理学前沿和工程应用,特别适合独立学院理工科学生各层次教学的需要。

第二,新。它反映了物理应用科学领域内的新成果,拓宽了基础知识的范围。

第三,实。它既不过于原则、抽象,又不刻意追求物理公式的推导和定理的证明,而是深入浅出、循序渐进地引导学生的科学思维,具有较强的启发性和趣味性。

科学教育,尤其是物理学教育,是提高人的科学素质非常重要的途径,也可以说是现代教育的核心问题之一。让学生接受严谨科学的物理实验训练,不仅仅是为了获得物理知识,更重要的是获得科学思想、科学精神、科学态度和科学方法的培养与熏陶。

希望本书能在独立学院应用型人才的培养和教育中有所帮助和作为。
是为序。

马洁

2007年7月

第二版前言

自 2007 年本书第一版出版以来,我国的独立学院大学物理实验教学有很大的发展,为了适应这种发展,更好地探索应用型人才培养的路子,承四川大学出版社大力协助,我们对本书第一版进行了较大幅度的修订。在此将修订工作中的几点考虑简单介绍如下:

一、总体设想

1. 注重加强学生的基本训练,特别是加强操作技能及分析问题能力的培养。
2. 适当增加了一些新的选题,扩充了一些实验内容(如数码相机),以供教师选择。
3. 适当简化有关实验步骤的描述,促使学生在实验中独立思考。
4. 修改了一部分实验的论述,订正了发现的错误。
5. 组合实验仪器,尽量使用通用设备和实验教师自制装置。

二、关于数据处理

在绪论中对直接测量,间接测量和组合测量进行了比较详细的说明,对实验结果的评价引用了不确定度,并且结合杨氏模量实验给出了数据处理实例,目的在于使学生理解不确定度的分析与计算是实验工作的重要方面,提高学生分析实验数据与处理数据能力。

三、关于实验评价

在实验报告要求中加入了一节关于实验的评价问题,我们认为引导学生去分析和评价自己的工作,对学生深入掌握实验的要求,提高分析问题的能力都有很大帮助,希望学生在这方面发挥自己的智慧。

本书由四川大学锦城学院教授张明高、叶瑞英担任主编,锦江学院副教授廖均梅、锦城学院张鲁博士担任副主编。由主编撰写第二版前言并统编全稿。本书绪论部分由陈泽先、廖均梅编写,力学部分由叶瑞英、饶大庆编写,热学

部分由饶大庆、陈泽先编写，电磁学部分由瞿华富、张鲁编写，光学部分由陈泽先、张鲁、张益珍编写，近代与现代物理部分由张明高、叶瑞英、张鲁编写。

本书自 2007 年出版以来，得到了一些兄弟院校教师的批评与建议，我们除了感谢之外，希望使用和参考本书的老师和学生能继续提出宝贵意见。

编 者

2016 年 7 月于四川大学

第一版前言

为了适应独立学院的快速发展,探索应用型人才培养的路子,组织编写一本适应独立学院理工科学生的物理实验教材是十分必要的。本书编写组在四川大学多年从事物理实验教学的基础上,根据独立学院理工科学生的教学计划和特点,组织编写了这本教材,以期满足独立学院理工科学生的学习需要。

本书是编写组教师多年教学经验的积累和结晶。写作过程中,我们试图做到让每一个实验的目的明确,物理思想清晰,并富有启发性和趣味性,让学生在实验过程中感受到学科学的乐趣,引导学生们对实验和科学产生浓厚的兴趣,为他们今后的工作和学习奠定坚实的基础。

本书每个实验前后附有思考题,部分经典实验后附有科学家简介。其目的是让学生认真思考为什么要做这个实验,怎样做好这个实验,做这个实验后有什么收获等,以期达到既动脑又动手的目的。在实验过程中培养学生严谨的科学思维方法,实事求是的科学态度,以及分析问题和解决问题的能力,提高学生们的科学素养和实际动手能力。

本书在内容安排上贯穿培养应用型学生学习能力这一主线。编写时既照顾实验的基础性、应用性,又兼顾实验的综合性、设计性、研究性,并充分考虑到不同学校教学安排,使其有很大的选择性,故本书各部分的内容基本上是对独立的,各学校可根据不同专业的特点及实际需要,灵活组合实验内容。

物理实验教学是一个集体的事业。从实验仪器的研制到实验内容的组合,以及实验教材的编写,都需要许多教师和实验技术人员长期的努力和改进,本书就是实验教学集体的劳动成果。

本书由四川大学锦城学院副院长张明高、锦城学院终身教授叶瑞英担任主编,撰写前言并统编全稿。其中绪论部分由陈泽先编写;力学部分由叶瑞英、饶大庆编写;热学部分由饶大庆、陈泽先编写;电磁学部分由瞿华富编写;光学部分由陈泽先、张益珍编写;近代与现代物理部分由张明高、叶瑞英编写。

本书在编写过程中得到著名计量学专家、中国工程院高洁院士的热情指导和帮助,他在百忙当中为本书作序;同时,本书的编写还参考了许多兄弟院校的教材,在此一并表示诚挚的感谢和深深的敬意。由于编者水平有限,书中难免还存在一些缺点和不妥之处,殷切希望广大读者批评指正。

编 者

2007年7月于四川大学

目 录

绪论 实验误差与数据处理	(1)
第一节 物理实验的方法和测量技术简介	(2)
第二节 实验测量误差	(4)
第三节 实验数据处理	(16)
 第一部分 基础与经典实验	(28)
实验 1 钢丝杨氏模量的测定	(28)
实验 2 用动态共振法测定杨氏模量	(40)
附录 1 根据弹性力学原理,从细长棒的横向振动方程,求解 杨氏模量	(44)
附录 2 外延测量法	(46)
实验 3 刚体转动惯量的测量	(47)
实验 4 用玻尔共振仪研究受迫振动	(55)
实验 5 固体比热容的测量	(63)
实验 6 固体线膨胀系数的测定	(70)
附 录 数字千分表使用方法	(77)
实验 7 惠斯通电桥	(78)
附 录 非平衡电桥	(83)
实验 8 双臂电桥测量低电阻	(88)
附 录 电桥法测电阻时系统误差的来源及消除方法	(94)
实验 9 示波器原理及使用	(96)
实验 10 霍尔效应实验	(104)
附 录 霍尔效应的副效应及其消除方法	(112)
实验 11 霍尔效应及其应用	(115)
实验 12 补偿测量法及其应用	(123)
实验 13 分光计的调节	(129)
附 录 关于分光计准直调节问题的讨论	(135)
实验 14 分光计的使用	(138)

实验 15	迈克尔孙干涉仪	(144)
实验 16	数码照相及图像处理	(154)
附录 1	数码相机的基本参数、发展趋势及其评价	(165)
附录 2	徕卡全画幅无反数码相机	(166)
实验 17	用光电效应测普朗克常数	(168)
实验 18	密立根油滴实验	(179)
第二部分 应用与设计性实验		(189)
实验 1	RLC 串联电路谐振特性的研究	(189)
实验 2	霍尔效应应用实验	(195)
实验 3	霍尔效应设计性实验	(204)
实验 4	温度传感器的设计	(209)
附录 1	R_S 和 R_f 的确定方法与数值计算技术	(213)
附录 2	选择和计算电路参数	(214)
实验 5	音频信号光纤传输技术	(216)
附录 1	光导纤维的结构及传光原理	(223)
附录 2	半导体发光二极管结构、工作原理和基本特性	(225)
附录 3	半导体光电二极管的结构、工作原理和基本特性	(226)
附录 4	实验系统无非线性失真最大光信号的测定	(228)
附录 5	接收器允许的最小光信号幅值的估测	(229)
附录 6	语音信号光纤传输实验	(230)
实验 6	全息照相实验	(231)
附 录	全息干版的使用及冲洗方法	(237)
实验 7	二次曝光散斑图法测面内位移实验	(239)
实验 8	自组迈克尔孙干涉仪测空气折射率	(244)
实验 9	利用分光计测量三棱镜的顶角	(247)
第三部分 研究性实验		(250)
实验 1	超导磁悬浮实验的研究	(251)
附 录	磁悬浮简介	(257)
实验 2	CO ₂ 激光器的研究和应用	(259)
附录 I	中华人民共和国法定计量单位	(265)
附录 II	物理学常数表	(267)

绪论 实验误差与数据处理

物理实验是物理学的基础。从内容上说，大学物理实验课程都是理想化和简化了的物理过程，是经过精心设计而形成必定可以成功的实验。

根据本课程教学环节的需要，绪论的内容包括物理实验的方法和测量技术、实验测量误差、实验数据处理三个部分。它们是“大学物理实验”的预备知识和重要组成部分，贯穿于整个实验课程中，同时也为进一步的学习和科研工作提供了基础工具。

绪论的内容由教师课堂讲授。在课堂上，限于学时安排，教师只能够进行基本的综合介绍，因此要求学生做到以下方面：

- 在课前必须认真阅读本实验教材，对误差和数据处理有所认识；
- 在学习绪论的内容时不动手做实验，同学们必须带上教材，做好课堂笔记；
- 课后认真复习教材，完成老师布置的书面作业。

大学物理实验，同理论课一样，从目标上讲，是以教学为目的，传授知识、培养人才。因此，本课程的教学环节主要包括以下方面：

- 根据已经拟订的目标、计划、方案进行实验操作；
- 观察实验现象，测量实验数据；
- 记录实验现象和实验数据；
- 对实验结果和实验数据进行分析、整理，得出实验结果；
- 对实验结果做出评价和讨论。

在五个环节中，学生常常忽略对实验结果的总结、讨论和评价，应该特别予以注意。实验的总结是通过填写实验报告完成的，必须充分反映自己的学习收获和结果，反映自己的能力水平，注意科学性、条理性和准确性。最后应该做到：

- 对实验数据做出正确的处理和对处理结果给出正确的表达式；
- 要有实验结论和对实验结果的讨论、分析或评价。

对实验中的定量测量结果如何评价？在实际工作中，对测量的质量总是有要求的，比如实验要求相对不确定度不能大于百分之几，在学生实验中往往不明确提出具体指标，这时该如何评价测量质量呢？

(1) 计算不确定度和相对不确定度。如果合成的不确定度比来源于仪器的不确定度不是显著过大，可以认为测量达到了仪器可以达到的精度。

(2) 测量结果和其公认值相差不超过其标准不确定度的 3 倍，可以认为测量结果和公认值在测量误差范围内是一致的。

(3) 当测量结果和其公认值相差超过 3 倍时，可能是以下原因造成的：

- 测量有错误；
- 存在未发现的比较大的不确定度来源；
- 作为测量结果的近真值是不合适的，即不可与之进行比较。

(4) 实际工作中的未知测量，需要在不断地学习中，对各种测量做分析，提高测量与分析的准确性，使我们对自己的测量结果和不确定度的计算越来越有信心，这样实验报告不仅是针对一个实验，而且和我们的科学素质的提高密切相关。

第一节 物理实验的方法和测量技术简介

物理实验就是再现某个物理过程并做出具体的描述。因此，首先必须对该物理概念有清晰的认识，建立起准确的物理模型；进而安排实验的过程，选择样品，确定观察、测量的对象；然后进行实验的具体操作、记录数据等；最后是实验的总结，包括数据处理、误差分析、结果的评价等。

在大学基础物理实验中，对上述问题已经做了详细的安排，以便初学者理解和掌握，除此之外，还应当实验过程中注意学习，培养自己独立思考和设计的能力。

一、常用物理量的测量

在实验中常用的测量包括长度、时间、质量、压力、温度、电流、电压、相位（差）等。

对这些量的测量又可以分为一般量和微小量的测定。

对于一般量的测定，采用简单的工具和直接的方法即可完成。比如通过米尺、游标卡尺、秒表、天平、温度计、电压表等直接读数。这些简单工具的使用和读数方法是所有测量的基础，必须正确掌握。

对于微小量的测定，往往需要采用间接的方法，把待测量予以放大才能完成。比如在杨氏模量实验中对钢丝长度的微小改变量的测量，就采取“光杠杆法”将其放大后才能得到精确的结果。这类间接的测量方法往往要通过相应的

传感器,把待测量转化为电量来完成。比如对于短暂时间的测定(实验3刚体转动惯量的测定),可以通过遮光细棒遮挡光电门而产生计数光电脉冲,通过测量计数光电脉冲的宽度,得到时间的准确值。

二、实验中的常用测量方法

要对物理过程做出具体的描述,就离不开对物理量的定量测定。如何选择实验装置,怎样安排实验进程,怎样采集数据使实验误差最小,都是确定实验方法要考虑的问题。

测量,就是为了获得某个待测量的值所进行的一系列操作。实验中常用到下面的测量方法:

1. 比较法:可以用标准量的倍数来直接或间接表示待测量的方法。这是实验中使用最广泛的方法。

2. 放大法:当待测量很小,难于直接用标准量比较时,就需要先将待测量放大,比如通过排绕细丝来测量直径的机械放大、通过光学成像的光学放大以及电学量的放大等。

3. 补偿法:当测量仪器会改变待测系统的初始状态,或者在实验过程中存在无法消除的环境条件时,就会使实验结果发生偏差,这时采用补偿法是一种非常有效的方法。比如,内阻无穷大的电压表和内阻无穷小的电流表是不存在的,当把它们接入电路时就必然会改变电路的初始状态,而采用补偿法来测量则可以补偿内阻对测量结果的影响。

4. 零示法(或平衡法):平衡状态是一种重要的物理概念,在平衡状态下,复杂的物理现象常常可以作简单的概念描述,复杂的函数关系往往可以作简明的定性和定量描述。天平和单臂(惠斯通)电桥都是零示法应用非常典型的例子。

5. 其他:根据需求和待测量的特性还可以提出各种方法。

三、实验装置的基本调整

为了使实验装置能够正常工作,读数准确,物理实验的首要操作就是对仪器作基本调整,这种调整包括:

1. 水平调整:根据三点确定一个平面的原理,所有的水平调节装置都是由三个支撑点构成。应当注意,实际中只需要两个支撑点可调就可以了,第三个只是作为支撑的参考点,比如分光计的载物台。

2. 铅直调整:凡是有一定高度并且在垂直方向上放置仪器部件的实验装

置，都必须作铅直调整，如杨氏模量测量仪。

3. 零点校正：参照有关仪器的说明要求。包括游标卡尺、螺旋测微器、物理天平、指针式电表（如检流计）等。

4. 聚焦调整：这是光学成像仪器或含有光学成像部件的仪器所必须做的第一步操作，比如分光计和杨氏模量测量仪的望远镜。

第二节 实验测量误差

一、物理实验和测量误差

（一）测量分类

物理学是一门以实验为基础的科学。物理实验，除了观察之外，还要对各种物理量进行测量。对一个物理量的测量，是将被测量与标准量（或量具）作比较，得知其大小的。显然，标准量与选用的单位有关，因此，表示物理量的测量值时，必须包括数值和单位。此外，还应该给出测量结果的质量，也就是测量结果的可信程度，用测量不确定度表示。因此，测量结果应该包括三部分：数值、单位、不确定度。

测量通常分为两种，即直接测量和间接测量。

1. 直接测量：在使用仪表或传感器进行测量时，不需要进行任何的运算，直接得到被测量的数值，这种方法称为直接测量。如使用仪表直接测量电流、电压值。

2. 间接测量：有些被测量不便于直接测量，可以先对与被测量有确定函数关系的几个物理量进行直接测量，再将直接测量值代入函数关系式，经过计算得到被测量的结果，这种方法称为间接测量。如在实验“用光电效应测普朗克常数”中，先通过直接测量得到几组不同频率的光所对应的截止电压值，再通过公式计算出普朗克常数。

（二）真值、平均值和误差

在一定实验条件下，被测物理量的大小即真值是客观存在但却未知的。这是因为测量时的种种原因，包括理论的近似性、仪器的分辨率和灵敏度的局限、环境条件的不稳定、测量方法、操作者的差别等，造成测量结果不可能绝对准确，使得物理量的真值同测量值之间总是存在一定的差异，这种差异就称为测量误差，简称误差，即

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

误差反映了实验结果的准确程度, 如何降低和控制误差是物理实验和测量的重要任务。随着科学和技术水平的不断提高, 测量误差可以被控制得越来越小, 但是它永远存在于一切测量之中, 不可能降低到零。换言之, 物理量的真值是不可能通过测量得到的。因此, 用误差分析的思想方法来指导实验的全过程显得尤为重要。

测量误差反映了测量值对于真值的偏差的大小和方向, 它反映了某一次测量结果的优劣, 称为绝对误差:

$$\Delta N = N_i - N_0 \quad (2-1)$$

式中, N_0 为真值, N_i 为第 i 次的测量值。

在实验数据处理时对同一物理量的测量值求算术平均值, 是提高结果准确性的最简单方法。一般当测量次数不小于 3 次时, 算术平均值为

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad (2-2)$$

常用算术平均值 $\bar{N}$ 来代替真值 N_0 , 从理论上讲, 平均值 $\bar{N}$ 在 $n \rightarrow \infty$ 时, $N_0 = \bar{N}$ 成立。实际中的测量次数 n 不可能无限, 此时的算术平均值也就不是真值, 但它代表了最接近真值的测量值, 称为近真值。这样, 式 (2-1) 可表示为

$$\Delta N_i = N_i - \bar{N} \quad (2-3)$$

式中, ΔN_i 是多次测量中任意一次测量值的绝对误差, 称为残差 (偏差)。

绝对误差仅能说明测量值与真实值的接近程度, 不能说明精确程度, 当需要表示和比较多个测量结果的精确程度时, 则要用到相对误差。绝对误差与被测量真实值的比值称为相对误差, 即

$$E = \frac{\Delta N_i}{N_0} \times 100\% \quad (2-4)$$

由于测量得不到真值 N_0 , 所以由式 (2-1)、式 (2-4) 所表示的误差也是无法定量的。因此在实际操作时, 我们也用类似式 (2-3) 的方法来估算相对误差:

$$E = \frac{\Delta N_i}{\bar{N}} \times 100\% \quad (2-5)$$

式 (2-5) 成立是有条件的, 我们将在后面的章节中提到。

二、测量结果的表达

实验以及数据处理的结果需要确切地表达出来, 实验测量结果的正确表达

形式应该为

$$Y = N \pm \Delta N \quad (2-6)$$

式中, Y 为待测物理量; N 为该物理量的测量值, 它既可以是单次的直接测量值, 也可以是多次测量的算术平均值, 还可以是从公式计算得到的间接测量值。使用式 (2-6) 要注意以下几个方面:

- 加减号是表示测量结果真值的所在范围, 不是一般的运算符号, 不可以作加减操作;

- Y 一般采用科学记数法, 即用“10 的乘幂”表示;

- 在多数情况下, N 应该是算术平均值, ΔN 表示了实验的误差;

- N 和 ΔN 在记数时有确定的关系。

ΔN 是一个比较复杂的量, 后面我们将进行详细讨论。

三、误差分类

误差按照其性质和产生的原因, 可以分为系统误差、随机误差和粗大误差。

(一) 系统误差

在相同的条件下, 多次测量同一个物理量时, 测量值对于真值的偏离 (大小和方向) 总是相同的, 这类误差称为系统误差。系统误差的来源包括:

1. 方法误差和理论误差: 理论公式和测量方法的近似性引起的误差, 比如单摆测重力加速度时忽略了空气阻力, 用伏安法测电阻时没有考虑电表的内阻等。

2. 仪器误差 (又称仪表误差或工具误差): 仪器本身的缺陷引起的误差, 如温度计的刻度不准, 电流表的零点不准, 球面镜各处的曲率半径不一样等。

3. 环境误差: 测量环境和条件的变化引起的误差, 如在相对湿度 50% 条件下校准的仪器在湿度 90% 的条件下使用。

4. 个人误差: 测量者个人习惯性误差, 如计时的时候某人总有滞后或超前的倾向等。

5. 定义误差和安装误差等。

系统误差有时是定值, 如游标卡尺的零点不准; 有些是积累性的, 如在较高的温度下使用在较低的温度下制作的米尺做长度测量时, 显示的指标值会小于真值, 误差也就随待测长度成正比增加; 还有些是由于周期性变化引起的, 如分光计的中心转轴与刻度中心不重合而造成的偏心差, 在不同位置有不同的数值, 按转动周期有规律地变化, 但在某一确定位置, 误差又是定值。

系统误差的特点是恒定性。一方面它的出现是有规律的, 全部结果要么都

大于真值，要么都小于真值；另一方面，增加测量的次数并不能使它减小。它的绝对值和符号（正、负）保持不变。

发现、减小和消除系统误差的方法涉及对仪器进行校正、修正实验方法、在计算公式中引入修正项等。这是非常复杂的工作，要求操作者有丰富的实验经验。本课程只初步建立系统误差的概念，而假设测量系统误差已经排除。

（二）随机误差

在相同的条件下，由于偶然的不确定因素，会造成每一次测量结果的无规律的“涨落”，测量值对真值的偏离时大时小、时正时负，这类由大量偶然因素的影响而引起的测量误差称为随机误差或偶然误差。

形成随机误差的因素是多方面的，仪器性能和操作者感官分辨率的统计“涨落”、环境条件的微小波动、测量对象自身的不确定性等，都会带来测量结果的随机变化。

随机误差的特点是随机性，它服从一定的统计分布规律。随机误差越小，测量结果的精密度就越高。

（三）粗大误差

超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差或疏忽误差。这类误差是由于测量者粗心大意造成的，如测错、读错、记错仪表值，计算错误，仪表操作错误等，这类测量值称为坏值，应舍去。

四、随机误差的估算方法

尽管随机误差是不确定的，但在测量次数足够多时，这些测量值却呈现出一定的规律性，服从正态分布。正态分布曲线如图 2-1 所示，可用测量值 x 的概率密度函数 $f(x)$ 表示，即

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2-7)$$

式 (2-7) 中有

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2-8)$$

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2-9)$$

σ 称为标准差或均方根误差（简称均方差）。

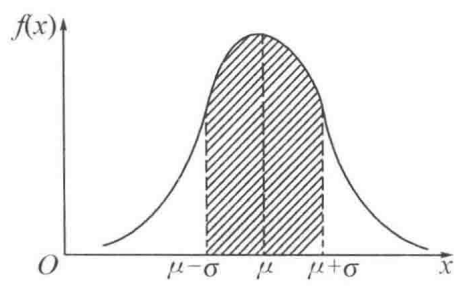


图 2-1 正态分布曲线

分析图 2-1 所示的曲线，可以得知服从正态分布的随机误差的一些特征：

1. 测量值在 $x = \mu$ 处的概率密度最大，其物理意义即测量的真值。也就是说，相应横坐标 μ 为测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时的测量平均值。 μ 在概率中被称为数学期望。

2. 横坐标上任一点 x 到 μ 值的距离 $x - \mu$ ，代表了与测量值相对应的随机误差分量，随机误差小的概率大，随机误差大的概率小。

3. 标准差 σ 是表征测量值分散性的参数。图中阴影区域 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 的面积就是随机误差在 $\mu \pm \sigma$ 范围内的概率，即测量误差落在该区间内的概率，用 $P(\sigma)$ 表示， $P(\sigma) = 68.3\%$ ；测量值落在 $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 区间内的概率 $P(2\sigma) = 95.4\%$ ；测量值落在 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 区间内的概率 $P(3\sigma) = 99.7\%$ 。 σ 值越小，分布曲线越尖锐，随机误差的分布越集中，测量精度越高；反之， σ 值越大，分布曲线越平坦，随机误差的分布越分散，测量精度越低。

从曲线还可以看到随机误差的一个重要特征： $f(x)$ 具有抵偿性（对称性）。即以 μ 为对称轴， x 值为 $\mu \pm N$ 的概率相等。这一特征说明测量值的算术平均值是测量值的最佳近似值，当测量次数趋于无穷时，算术平均值就等于真值。

在实际测量中，测量次数总是有限的，在测量次数不少于 3 次时，可以用以下公式对实验的随机误差作估算。

公式 1：算术平均值：

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{2-10}$$

公式 2：有限次测量的标准差 σ ：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \tag{2-11}$$

公式 3：由于算术平均值 $\bar{x}$ 相对于单次测量值 x_i 的随机误差有一定抵消，更接近于真值，其误差的分散程度也小得多，因此在实验中用得更多的是算术