

# 高等断裂力学

李 群 欧卓成 陈宜亨 著



科学出版社

# 高等断裂力学

李 群 欧卓成 陈宜亨 著

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书主要针对断裂力学中的高等理论进行介绍,全书分为两部分内容。第1~6章介绍断裂力学的历史背景、断裂力学的基本概念、数学弹性力学理论的基础知识、复势理论、Williams特征展开理论、柯西型积分和黎曼-希尔伯特边值问题、积分变换理论。第7~12章对界面断裂力学问题、复合材料断裂力学问题、复杂缺陷问题、压电材料断裂力学问题、材料构型力学基本理论、断裂参数的数值计算方法等进行专题介绍。全书除了对高等断裂力学知识的介绍之外,还加入了作者的创造性研究成果。

本书适合研究生阶段的学习,可作为高等学校工科类研究生的教材,也可供从事断裂力学研究和应用的科技工作者及工程师使用和参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等断裂力学/李群,欧卓成,陈宜亨著. —北京:科学出版社,2017.3

ISBN 978-7-03-052240-5

I. ①高… II. ①李… ②欧… ③陈… III. ①断裂力学 IV. ①O346.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第053218号

责任编辑:宋无汗 王 苏 / 责任校对:郑金红

责任印制:张 伟 / 封面设计:速底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017年3月第一版 开本:720×1000 1/16

2017年3月第一次印刷 印张:20

字数:340 000

定价:120.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前 言

断裂力学,作为固体力学的一个分支,是研究材料和工程结构中裂纹扩展规律的一门学科。其历史可追溯到 Griffith 在 1921 年的开创性工作,经过近百年的发展,其基本原理日臻成熟,研究成果已被广泛应用于工程结构与材料的失效评估中。

尽管在国内外很多高等学校已开设断裂力学这门课程,但作者在为高校研究生讲授高等断裂力学的过程中,发现缺少一本针对高等断裂力学知识深入浅出、理论详尽的专门教材。着眼于研究生未来科学工作的需要,基于作者多年来在西安交通大学讲授“高等断裂力学”的讲稿和讲义,对其进行补充、修改和整理,从而完成本书。希望能为高等断裂力学相关知识的传授尽微薄之力。

全书共 12 章。第 1 章介绍断裂力学产生的历史背景和发展现状。第 2 章简单阐述断裂力学的基本概念。第 3 章介绍数学弹性力学理论的基础知识。第 4~6 章则对断裂力学中用到的 Williams 特征展开理论、柯西型积分和黎曼-希尔伯特边值问题、积分变换方法等高等断裂理论知识进行介绍。第 7~11 章对界面断裂力学问题、复合材料断裂力学问题、复杂缺陷问题、压电材料断裂力学问题、材料构型力学基本理论等专题问题进行介绍。第 12 章介绍断裂参数的数值计算方法。

本书除了对高等断裂力学知识的介绍之外,还加入了作者的部分研究成果,以及左宏、王芳文、胡义锋、于宁宇等合作者的工作,在此表示感谢。

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏之处,希望阅读本书的专家和同行批评指正。

作 者

2016 年 9 月于西安交通大学

# 目 录

## 前言

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论 .....               | 1  |
| 1.1 断裂力学的起源 .....            | 1  |
| 1.1.1 固体的破坏 .....            | 1  |
| 1.1.2 低应力脆断 .....            | 2  |
| 1.1.3 断裂力学的产生 .....          | 4  |
| 1.2 断裂力学的研究进展 .....          | 8  |
| 1.3 高等断裂力学的任务和方法 .....       | 13 |
| 1.3.1 断裂力学的主要任务 .....        | 13 |
| 1.3.2 求解断裂力学问题的理论方法 .....    | 14 |
| 第 2 章 断裂力学基本概念 .....         | 16 |
| 2.1 裂纹的类型 .....              | 16 |
| 2.2 能量释放率 .....              | 17 |
| 2.3 裂纹端部场和应力强度因子 .....       | 19 |
| 2.3.1 裂纹端部应力场和位移场 .....      | 19 |
| 2.3.2 裂尖应力奇异性与应力强度因子概念 ..... | 22 |
| 2.3.3 常见裂纹的应力强度因子 .....      | 23 |
| 2.4 弹塑性断裂与 $J$ 积分 .....      | 25 |
| 2.4.1 裂端塑性区的估计 .....         | 26 |
| 2.4.2 $J$ 积分 .....           | 27 |
| 2.5 裂尖张开位移 .....             | 28 |
| 2.6 断裂韧度的试验测量 .....          | 29 |
| 2.7 复合型断裂 .....              | 33 |

|            |                        |           |
|------------|------------------------|-----------|
| 2.7.1      | 最大环向应力                 | 33        |
| 2.7.2      | 应变能密度因子                | 34        |
| 2.7.3      | $J_k$ 积分               | 36        |
| 2.8        | 疲劳裂纹                   | 37        |
| <b>第3章</b> | <b>数学弹性力学基础</b>        | <b>40</b> |
| 3.1        | 弹性力学的基本理论              | 40        |
| 3.1.1      | 基本力学量                  | 40        |
| 3.1.2      | 控制方程                   | 42        |
| 3.1.3      | 基本方程的张量形式              | 45        |
| 3.1.4      | 平面问题的弹性基本方程            | 46        |
| 3.2        | 弹性力学基本量的复函数表示          | 48        |
| 3.2.1      | 复变函数论基本概念              | 48        |
| 3.2.2      | 应力、位移、应力主矢量的复函数表示      | 50        |
| 3.3        | 复势函数的确定程度              | 54        |
| 3.4        | 多连通域内复势函数的表达式          | 56        |
| 3.4.1      | 有限多连通域                 | 57        |
| 3.4.2      | 无限大多连通域                | 57        |
| 3.5        | 复势函数的解析开拓              | 58        |
| 3.5.1      | 基本概念                   | 58        |
| 3.5.2      | 半平面上复势函数的解析开拓          | 60        |
| 3.5.3      | 圆域中复势函数的解析开拓           | 63        |
| 3.6        | 保角变换与曲线坐标              | 67        |
| 3.6.1      | 保角变换                   | 67        |
| 3.6.2      | 曲线坐标                   | 68        |
| <b>第4章</b> | <b>Williams 特征展开理论</b> | <b>72</b> |
| 4.1        | Williams 特征展开式         | 72        |
| 4.2        | 高阶奇异项与小范围屈服            | 77        |
| 4.3        | Williams 特征展开的性质       | 81        |

|              |                              |            |
|--------------|------------------------------|------------|
| 4.4          | Bueckner-Rice 权函数方法 .....    | 87         |
| 4.5          | 环绕平面直线裂纹的路径无关积分 .....        | 89         |
| 4.6          | 弹性 $T$ 项及其权函数的求解方法 .....     | 91         |
| 4.6.1        | 弹性 $T$ 项的基本概念 .....          | 91         |
| 4.6.2        | 弹性 $T$ 项对裂尖屈服区的影响 .....      | 92         |
| 4.6.3        | 用二阶权函数计算弹性 $T$ 项 .....       | 94         |
| 4.7          | 特征展开式中高阶项对 $J$ 积分的作用 .....   | 94         |
| <b>第 5 章</b> | <b>柯西型积分和黎曼-希尔伯特问题</b> ..... | <b>97</b>  |
| 5.1          | 柯西型积分的基本概念 .....             | 97         |
| 5.2          | 黎曼-希尔伯特边值问题 .....            | 101        |
| 5.2.1        | 按给定的跳跃确定分区全纯函数 .....         | 102        |
| 5.2.2        | 第一类柯西积分方程 .....              | 103        |
| 5.2.3        | 第二类柯西积分方程 .....              | 104        |
| 5.2.4        | 齐次黎曼-希尔伯特问题 .....            | 106        |
| 5.2.5        | 非齐次黎曼-希尔伯特问题 .....           | 108        |
| 5.2.6        | 一个常用线积分的计算 .....             | 108        |
| 5.3          | 无限大平面有限裂纹问题求解 .....          | 110        |
| <b>第 6 章</b> | <b>积分变换方法</b> .....          | <b>113</b> |
| 6.1          | 积分变换的基本概念 .....              | 113        |
| 6.1.1        | 积分变换的定义 .....                | 113        |
| 6.1.2        | Fourier 变换及其性质 .....         | 114        |
| 6.1.3        | Hankel 变换 .....              | 115        |
| 6.2          | 裂纹的混合边值问题 .....              | 116        |
| 6.2.1        | Ⅲ型裂纹问题 .....                 | 116        |
| 6.2.2        | 矩形边界的平面应变裂纹问题 .....          | 118        |
| 6.3          | 无限大平面中的 Griffith 裂纹问题 .....  | 120        |
| <b>第 7 章</b> | <b>界面断裂力学问题</b> .....        | <b>126</b> |
| 7.1          | 界面裂纹解析解 .....                | 127        |

|              |                     |            |
|--------------|---------------------|------------|
| 7.1.1        | 界面裂纹的 R-H 问题解       | 127        |
| 7.1.2        | 裂尖变形场及其特征           | 130        |
| 7.2          | 界面裂纹的 Comninou 模型   | 138        |
| 7.2.1        | 断裂力学位错理论简介          | 138        |
| 7.2.2        | Comninou 模型问题解      | 144        |
| 7.3          | 界面裂纹端部应力渐近场         | 150        |
| 7.4          | 界面裂纹复势的特征展开         | 155        |
| 7.4.1        | 特征展开微分特性            | 156        |
| 7.4.2        | Bueckner 功共轭积分      | 157        |
| 7.4.3        | 特征应力场               | 160        |
| 7.4.4        | 界面裂纹特征展开的伪正交特性      | 161        |
| 7.4.5        | 路径无关积分              | 163        |
| 7.5          | 反平面剪切的弹性椭圆夹杂的界面裂纹问题 | 165        |
| <b>第 8 章</b> | <b>复合材料断裂力学问题</b>   | <b>181</b> |
| 8.1          | 各向异性线弹性体的复势理论       | 181        |
| 8.1.1        | 各向异性线弹性体的本构关系       | 181        |
| 8.1.2        | Stroh 理论            | 182        |
| 8.1.3        | Lekhnitskii 理论      | 184        |
| 8.2          | 各向异性材料裂纹的基本解        | 188        |
| 8.3          | 特征展开与路径无关积分         | 195        |
| 8.3.1        | 复势的特征展开             | 195        |
| 8.3.2        | 特征展开的微分特性           | 198        |
| 8.3.3        | 特征展开的伪正交特性          | 199        |
| 8.3.4        | $J$ 积分              | 206        |
| 8.3.5        | 一阶权函数方法             | 208        |
| <b>第 9 章</b> | <b>复杂缺陷问题</b>       | <b>210</b> |
| 9.1          | 各向同性材料的多裂纹问题        | 210        |
| 9.1.1        | 基本解                 | 210        |



|               |                             |            |
|---------------|-----------------------------|------------|
| 9.1.2         | 多裂纹问题的伪力法                   | 212        |
| 9.1.3         | 裂面受任意载荷作用的多裂纹问题             | 213        |
| 9.2           | 各向异性材料的多裂纹问题                | 216        |
| 9.3           | 纳米多夹杂干涉问题                   | 219        |
| 9.3.1         | 纳米多孔的表面/界面方程                | 219        |
| 9.3.2         | 纳米夹杂弹性场势函数                  | 222        |
| 9.3.3         | 纳米多孔弹性场                     | 225        |
| <b>第 10 章</b> | <b>压电材料断裂力学问题</b>           | <b>227</b> |
| 10.1          | 基本方程                        | 227        |
| 10.2          | 裂纹电边界条件                     | 230        |
| 10.3          | 压电材料裂纹解析解                   | 233        |
| 10.4          | 双压电材料的界面裂纹                  | 238        |
| 10.5          | 应力非自由裂纹模型                   | 245        |
| 10.6          | 压电材料三维币形裂纹                  | 249        |
| 10.7          | 压电材料中的守恒积分                  | 255        |
| 10.7.1        | Bueckner 积分                 | 256        |
| 10.7.2        | 含微缺陷压电材料中的 $J_k$ 积分和 $M$ 积分 | 259        |
| <b>第 11 章</b> | <b>材料构型力学基本理论</b>           | <b>265</b> |
| 11.1          | 材料构型力学的基本概念                 | 265        |
| 11.1.1        | $J_k$ 积分及其构型应力              | 266        |
| 11.1.2        | $M$ 积分及其构型应力                | 268        |
| 11.1.3        | $L$ 积分及其构型应力                | 268        |
| 11.2          | 材料构型力学基本量的试验测量              | 271        |
| 11.3          | 铁电材料的构型力概念                  | 275        |
| <b>第 12 章</b> | <b>断裂参数的数值计算方法</b>          | <b>281</b> |
| 12.1          | 有限元的裂尖奇异单元                  | 281        |
| 12.2          | 应力强度因子计算方法                  | 290        |
| 12.2.1        | 权函数方法                       | 290        |

---

|        |                           |     |
|--------|---------------------------|-----|
| 12.2.2 | 交互积分方法 .....              | 291 |
| 12.2.3 | 外推法计算应力强度因子 .....         | 293 |
| 12.3   | $J$ 积分计算方法 .....          | 295 |
| 12.3.1 | ANSYS 路径操作计算 $J$ 积分 ..... | 296 |
| 12.3.2 | 等效积分区域法计算 $J$ 积分 .....    | 297 |
| 12.4   | 能量释放率计算方法 .....           | 299 |
| 12.4.1 | 能量释放率的直接定义算法 .....        | 299 |
| 12.4.2 | 虚拟裂纹闭合法计算能量释放率 .....      | 299 |
| 参考文献   | .....                     | 301 |

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 断裂力学的起源

### 1.1.1 固体的破坏

现代固体力学破坏理论认为,材料的破坏分为如下三类。

#### 1) 以屈服为主造成的材料破坏

材料的屈服(yielding)是与晶体内原子层间发生相对滑移(剪切)相联系的。当外加载荷在某一滑移系上产生的剪应力分量达到该滑移系的极限承载能力时,该滑移系开始运动,从而导致材料产生塑性变形,即屈服。此类材料破坏问题属于塑性力学的研究范畴。

#### 2) 以损伤为主造成的材料破坏

材料内部存在着微缺陷,如位错、微裂纹、微空洞等,这些不同尺度的微细结构在外载荷或环境作用下,随变形而演化发展并最终导致宏观裂纹的出现。其主要体现为细观结构缺陷萌生、扩展等不可逆变化引起的材料或结构宏观力学性能的劣化。此类材料破坏问题属于损伤(damage)力学的研究范畴。

#### 3) 以断裂为主造成的材料破坏

通常意义下的断裂(fracture)是指固体在外载荷作用下断成两块或更多块的现象。这是日常生活、工程实践和自然界普遍存在的一种物理现象。在各种工程结构和机械元部件的设计中,人们将断裂看作伴随着某种机械破坏而在材料内部生成新的表面的过程。从微观上讲,材料发生断裂时,固体内部原子结合键也遭到破坏(材料破坏的本质)。从宏观看,断裂则表现为由于裂纹传播所造成的材料分离过程。此类材料破坏属于断裂力学的研究范畴。简单地说,断裂力学是研究材料和工程结构中裂纹扩展规律的一门学科,属于固体力学的一个分支。

塑性力学、损伤力学、断裂力学的研究范畴如图 1.1 所示。

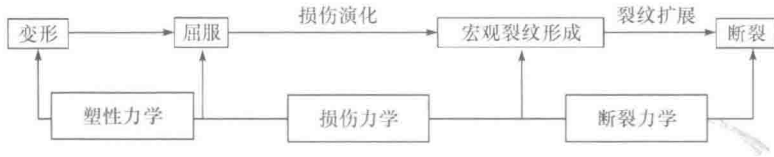


图 1.1 塑性力学、损伤力学、断裂力学的研究范畴

### 1.1.2 低应力脆断

尽管人类很早就已经知道，表面缺口或裂纹容易使材料发生破坏，并在劳动实践中借以劈裂木材、石材以及雕刻宝石等，这也是人类最早获得的实践经验之一，但断裂力学的产生却经历了一个长期的过程。

从 17 世纪开始，随着金属材料技术的不断发展，钢、铁逐渐取代了木材和石料，被用作基本的结构材料，并随之建立了经典强度理论(strength theory)及相应的材料破坏准则(failure criterion)，即

$$\sigma \leq [\sigma] = \begin{cases} \sigma_b/n_b, & \text{脆性材料(强度极限)} \\ \sigma_0/n_0, & \text{韧性材料(屈服极限)} \\ \sigma_r/n_r, & \text{交变载荷(持久极限)} \end{cases} \quad (1.1)$$

其中， $\sigma$  为主应力； $\sigma_b$ 、 $\sigma_0$ 、 $\sigma_r$  分别对应着脆性材料的强度极限、韧性材料的屈服极限、交变载荷下的持久极限； $n_b$ 、 $n_0$ 、 $n_r$  对应着工程安全系数。经典强度理论具有以下两个基本特征：①以最大应力作为材料破坏的控制参数；②材料是完整的，即假设材料中不存在裂纹、空洞和孔隙等缺陷。经典强度理论表征着以屈服为主的材料破坏机制，已有一百多年的历史，在工程设计中发挥着重要的作用。

随着现代科学技术的不断发展，工程材料呈现出一些新的特点。例如，大量使用高强度材料和超高强度材料(如钢、铝、钛合金等，屈服极限  $\sigma_0 \geq 1400\text{MPa}$ ，而普通 A3 钢的  $\sigma_0 \approx 200\text{MPa}$ )，工作环境恶劣(高速、高压、高温或低温)，结构的大型化，全焊接结构的应用等。针对工程材料的这些新特点，尽管人们小心翼翼地严格按照经典强度理论进行强度设计，但灾难性事故仍然接二连三地发生，如储油罐、储气罐、压力容器、蒸气锅炉等发生爆炸，输气管线爆裂，桥梁坍塌，飞机失事，

焊接船断裂等。以下是部分公开报道的典型断裂案例。

(1) 1830年3月19日,英国蒙特罗斯(Montrose)悬索桥突然发生脆断事故,这是关于大型结构脆性破坏的最早记录之一。之后,又陆续发生了一系列灾难性的桥梁破坏事故,这些事故都是按照传统观点设计,未发现任何异常而突然坍塌,其中有:1938年比利时阿尔伯特运河上的哈塞勒(Husselt)桥、1962年澳大利亚墨尔本的国王(King)桥和1967年美国西弗吉尼亚州的篷特普里森特(Point Pleasant)桥等。

(2) 19世纪,由于车轴、铁轨以及车轮断裂造成的铁路事故也是非常普遍的。据统计,1860~1870年这十年间,英国每年死于此类铁路事故的人数约为200人。

(3) 第二次世界大战期间,美国建造了4000多艘全焊接“自由号”货轮和530艘T2型油轮。1200多艘船发生了船体脆断事故,其中有233艘完全报废,有16艘是在平静的海面上突然被折成了两段。

(4) 1950年,美国北极星导弹发动机壳体在试验时发生爆炸破坏,试验时的工作应力仅为700MPa,而它的强度极限是1600MPa。

(5) 1998年1月16日,福莱尔(Flare)号货轮在由荷兰鹿特丹驶往加拿大蒙特利尔的途中,不明原因地突然断成两截,沉没于加拿大纽芬兰岛南部沿岸海域,造成15人死亡,6人失踪。

(6) 2002年5月25日,台湾中华航空公司一架编号为CI611的波音747-200客机在从台北飞往香港的途中在澎湖外海的万米高空解体后坠落,飞机上的乘客连同机组人员共225人全部遇难。经调查分析,飞机高空解体的原因是机尾一块蒙皮有严重的金属疲劳裂纹现象。这架飞机1980年因落地发生机尾蒙皮损伤,但航空公司仅用铝板覆盖,并未依照波音公司的维修大纲更换整块蒙皮,造成金属疲劳裂纹累积。

(7) 2012年,空客项目副总裁汤姆·威廉斯在一份声明中说,A380型客机机翼内部大约4000个支架的铝合金选材不当以及设计缺陷致使支架所承压力过大,显现裂纹。为应对未预见的裂纹问题,空客不得不改进其制造流程。

大量事故调查表明,断裂处的最大工作应力往往并不高,甚至远低于材料的屈服极限或强度极限,这就是所谓的低应力脆断(brittle fracture)现象。显然,传

统的强度理论无法满足新的结构安全设计需要,必须寻求新的途径。

### 1.1.3 断裂力学的产生

早期的经典强度理论都是建立在最大应力基础之上的,其中,固体强度的应力(stress)概念是19世纪由Cauchy和其他一些伟大的法国数学家和工程师提出的。然而早在15世纪,人们就已经认识到,所谓的“尺度效应”(size effect)在材料断裂中扮演着重要的角色。里奥纳多·达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452~1519年)用试验测定铁丝的强度,发现在恒定直径的情况下,铁丝的长度与断裂载荷成反比。早期的研究还观察到材料强度与表面质量,特别是表面缺口等因素有关,指出表面抛光可使机械样品的材料强度增加20%~50%。上述事实曾被理解为材料强度与材料尺度相关。然而事实并非如此,近代断裂力学对低应力脆断现象的大量研究分析表明,材料及结构在其制造、加工、维修和使用过程中总是要承受各种类型的外加载荷,不可避免地有类似裂纹等缺陷存在,脆性破坏总是由材料内部预先存在的宏观裂纹( $a=0.1\sim 10\text{mm}$ )的失稳扩展引起的。断裂力学就是从研究低应力脆断问题开始的,从客观存在的裂纹出发,研究裂纹启裂条件及其扩展规律,寻找控制裂纹扩展的控制参数,进而为结构安全设计提供理论依据。

#### 1. Wiegardt 的工作

回顾历史,学术界普遍认为,断裂力学的研究始于Griffith(1921)的关键性贡献。然而在此之前,从固体力学的观点来看,特别值得提出的是Wiegardt(1907)的重要工作。在一篇重要但鲜为人知的文章中,Wiegardt给出了线弹性楔体受任意集中力作用下的解。这可能是人类认识到应力奇异性存在的第一个弹性解。该解包括以下四部分:①楔体尖端附近的应力场渐近分析;②详细讨论了裂纹这种特殊情况;③得到楔体尖端应力奇异性的正确表达形式 $r^{-\alpha}$ ,并阐明 $\alpha$ 与楔角和载荷对称性之间的依赖关系;④从裂纹问题的弹性解中分离出其渐近展开表达式中的主导项 $r^{-1/2}$ ,得到正确的应力场分布。

这些结果表明,Wiegardt已经走到了近代断裂力学的大门口,并且几乎就要破门而入。但是,令他感到十分困惑的是:裂尖应力是 $r^{-1/2}$ 的奇异性,即无论外载

荷多么小,裂尖处的应力总是无限大的。那么依据最大应力准则,意味着任何固体,只要其中存在裂纹,非零的外载荷无论大小都将导致其发生断裂。这显然与实际情况不符。尽管如此,他还是没有放弃最大应力准则。为解释这一悖论,Wieghardt 指出:弹性材料不会在某一点上发生断裂,材料断裂应该是发生在裂尖前方的某一小部分上。这样,导致材料断裂的不是某点处的应力(或变形),而是作用在某一个小区域上的合力。因为应力场是可积的,所以合力总是有界的。于是,Wieghardt 的工作给人们留下这样一个印象:材料的断裂准则应该是由裂尖附近某一小区域上的平均应力与固体的理论强度相比较来构成的。正因为如此,Wieghardt 的工作也没有引起学术界的普遍关注。然而,值得指出的是,近年来发展出来的有限断裂力学(或临界距离理论)(Taylor,2007),为 Wieghardt 理论的进一步发展又带来了新的曙光。

## 2. Griffith 的工作

Griffith 的工作始于对大量玻璃和金属线、杆和板的观测结果。试验表明:材料的实际破坏强度比理论强度小得多。据此,Griffith 得出一条革命性结论:工程材料总是不完整的,其中存在各种各样的缺陷,如裂纹、孔洞、夹杂和划痕等。这是造成上述差别的根本原因。

显然,这一深刻结论是人们对材料强度理论认识上的一次飞跃,具有划时代的意义。它使人们摆脱了完整材料概念的思想束缚,开始研究材料的非完整性对材料强度的影响,为建立新型强度理论奠定了思想基础。

处理这类问题,首先是准确计算缺陷附近的最大应力场。Griffith 利用 Inglis (1913)得到的含椭圆孔的无限大均匀弹性板的解,用椭圆孔洞来模拟裂纹。计算结果表明:最大应力与裂纹的绝对尺寸无关,只依赖于椭圆的半轴比。这些发现明显与试验结果相矛盾。由此,Griffith(1921,1924)得到如下结论:“最大应力”或许不是一个合适的强度准则,其需要建立新的理论。这是材料强度理论认识思想的又一次巨大飞跃,迈出了近代断裂力学最关键的一步。

比较 Wieghardt 和 Griffith 的研究思想可以看出,Wieghardt 是在承认前人工作的基础上对现存的矛盾提出新的解释,而 Griffith 则用现存的矛盾从根本上否

认了旧的结论。科学史上的诸多发现也表明,后者的思维模式往往导致科学研究的重大突破。可以说,Griffith的工作是创造性思维的一个典范。

既然最大应力不是合适的强度准则,Griffith就从能量概念入手开始了他的研究工作。Griffith新理论框架中的基本概念是能量释放率(energy release rate, ERR),即为了维持裂纹在固体材料中的扩展,增大固体材料的表面面积,相应的表面能增量必须由外加的或内部释放的能量来补偿,并由此提出了著名的能量释放率断裂准则(fracture criterion): $G \geq G_c$ , $G$ 为材料在某一外载荷条件下计算得到的裂尖能量释放率, $G_c$ 是由材料性质决定的仅与材料性质相关的断裂韧性。

对于线弹性材料,裂纹扩展所需要的这部分能量输入可由对应的裂纹问题的弹性解来计算。利用 Inglis 解,Griffith 求得了应变能增量,并用能量平衡原理得到了如下断裂应力: $\sigma = \sqrt{2\gamma E^* / (\pi a)}$ ,其中,平面应力状态时  $E^* = E$ ,而平面应变时  $E^* = E/(1-\nu^2)$ , $E$ 是材料的弹性模量, $\nu$ 是材料的泊松比; $\gamma$ 是表面能密度(室温下玻璃的  $\gamma=0.54\text{N/m}$ ,对于一般的结晶固体, $\gamma=0.1\sim 1.0\text{N/m}$ ); $a$ 是 Griffith 裂纹的半长度。

对于固体的脆性断裂而言,Griffith 的最大贡献就是解决了早期 Wieghardt 遇到的无限大应力的困惑,并且证明断裂应力与裂纹尺寸是相关的,表达式形如  $\sigma = m \cdot a^{-1/2}$ ,其中  $m$ 是材料常数。Griffith 的这一创造性工作,成为了整个近代断裂力学几乎各个领域的基石,被认为是近代断裂力学的起源。

### 3. Irwin 的工作

20世纪中叶以前,Griffith的工作一直为工程界忽视。原因主要有两个:①在实际结构材料中,引起断裂所需的能量远大于相应的表面能;②在结构材料中,裂纹前端附近区域总存在着非弹性变形,这使在裂尖导致无限大应力的线弹性材料假设不符合实际情况。

20世纪40年代末,人们又开始重新研究能量平衡理论。Orowan(1949)利用X射线研究证实,即使是“纯脆性”的材料断裂,在裂尖前方附近也存在着明显的塑性变形。这导致了 Irwin(1948)和 Orowan(1948)分别提出耗散能中必须考虑裂尖前方的塑性功  $\gamma_p$ ,Griffith 模型中的表面能  $\gamma$ 应由  $\gamma + \gamma_p$  来代替。Orowan 还



估算出,对于典型金属,有  $\gamma_p \approx 10^3 \gamma$  ( $\gamma_p \approx 2000 \text{N/m}$ )。20 世纪 50 年代初, Irwin 首先指出:对于弹性固体的断裂而言,如果裂尖附近的能量耗散区或塑性区特征尺寸远小于裂纹尺寸,即裂尖塑性区满足小范围屈服条件 (small-scale yielding), 则假设流入裂尖断裂的能量主要来自固体的弹性部分是合理的。因而这个能量就与裂尖附近应力场的细节基本无关。由此可以得出结论:介质中弹性部分的应力状态与纯弹性裂纹解不会有很大的差别。这样,就可以用纯弹性解来计算断裂的能量释放率。这是 Irwin 对断裂力学的最大贡献。

Irwin 的另一个重大贡献是对线弹性材料中裂尖附近渐近应力场和位移场的认识。Sneddon(1946)利用平面裂纹问题的 Westergaard(1939)解研究币形裂纹问题,得到了解析的裂尖附近应力场的渐近表达式,还得到了 Griffith 能量平衡方程的解析表达式。然而,他没有注意到裂尖应力场的普适特征。基于此工作, Irwin(1957)由此引入应力强度因子的概念,并基于此建立了所谓的应力强度因子断裂准则:  $K \geq K_c$ , 其中,  $K$  为应力强度因子;  $K_c$  为材料断裂韧性。接着, Irwin 又找到了线弹性材料能量释放率  $G$  和应力强度因子  $K$  之间的简单关系,从而统一了能量释放率断裂准则和应力强度因子准则;并利用 Westergaard 解得到了在一般载荷条件下用应力强度因子,以及相应的普适角分布函数表示的裂尖应力场和位移场;至此,断裂力学的基本理论框架日臻成熟,并为从 20 世纪 50 年代后期开始的迅速发展做好了准备。

#### 4. Rice 和 Cherepanov 的工作

对于线弹性材料,应力强度因子和能量释放率可以对裂纹的扩展提供比较理想的预测。但对于一些韧性好的金属,裂尖塑性区尺寸相对比较大,实际上不可能满足小范围屈服条件,需要引入弹塑性断裂力学判据。Hutchinson(1968)、Rice(1968)针对幂硬化材料的裂尖渐近场提出了奇异理论(Hutchinson-Rice rosen-gren field, HRR 场)。Rice(1968)和 Cherepanov(1967)首先提出了适用于弹塑性材料断裂预测的  $J$  积分( $J$ -integral)概念。裂纹尖端应力场的奇异强度可以用有限量  $J$  积分来表征。 $J$  积分有着明确的物理意义,它代表着裂纹扩展驱动力,是弹塑性材料裂尖应力场强度的特征参数,在线弹性和小范围屈服情况下与能量释