



“十三五”普通高等教育本科规划教材

DIANLI XITONG FENXI
DE JISUANJI SUANFA

电力系统分析 的计算机算法

(第二版)

邱晓燕 刘天琪 黄媛 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



“十三五”普通高等教育本科规划教材

电力系统分析 的计算机算法

(第二版)

邱晓燕 刘天琪 黄媛 编著
王晓茹 主审



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为“十三五”普通高等教育本科规划教材，主要讲述现代复杂电力系统采用计算机进行分析计算的基本原理和方法。

全书共分六章，主要内容有电力网络的数学模型及求解方法，电力系统潮流计算，电力系统故障分析的计算机算法，发电机组和负荷的数学模型，电力系统暂态稳定计算，电力系统小干扰稳定分析。

本书可作为高等院校电气工程及其自动化相关专业的本科教材，也可作为相关专业硕士研究生的参考用书，并可供从事电力系统运行、规划设计的工程技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

电力系统分析的计算机算法/邱晓燕, 刘天琪, 黄媛编著. —
2 版. —北京: 中国电力出版社, 2015. 12

“十三五”普通高等教育本科规划教材

ISBN 978-7-5123-8824-6

I. ①电… II. ①邱…②刘…③黄… III. ①电力系统-系统分析-计算机算法-高等学校-教材 IV. ①TM711

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 014193 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 6 月第一版

2015 年 12 月第二版 2015 年 12 月北京第五次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12.25 印张 299 千字

定价 26.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

本书第一版自 2009 年正式出版以来，已有 6 届本校本科学生使用过。由于该书的内容、方法适合现代电力系统的发展趋势和电气工程及其自动化专业人才的培养方向，因此，也受到其他兄弟院校的青睞，被多所院校采用，作为“现代电力系统计算机辅助分析”或“电力系统计算方法”课程的教材，反响较好。编者 6 年的教学实践，以及兄弟院校使用该书反馈的建议，为本书的修订再版创造了条件。于是在第一版的基础上，对部分内容进行了适当的增减修改，使该书的体系结构更加合理，内容更丰富，更符合现代电力系统的实际。

为了使结构更加清晰，第一章将“电力网络的节点方程”单独列为一节；第二章“潮流计算的数学模型”部分内容的顺序也有所调整；为了使内容更完整，第四章增加了电力系统稳定器 PSS 和负荷的电压静态特性模型；第五章的内容改动较多，除了内容顺序上的调整，“暂态稳定分析的数值解法”增加了龙格-库塔法、隐式梯形积分法，并添加了相关的例题。为了更详细地说明暂态稳定计算原理的实现，增加了第五节“简单模型下的暂态稳定计算”、第六节“暂态稳定计算实例”，简单介绍了现代电力系统分析软件，并以 PSASP 作为仿真工具，对 CEPRI 7 节点系统进行暂态稳定分析，使学生对采用计算机进行现代电力系统分析有更加直观的认识。对第三章和第六章中的文字编排、错漏之处进行了修订，且对第六章第二节中的内容进行了较大幅度的增删修改，使其逻辑性更加合理。

全书共分六章，第一章介绍电力网络的数学模型及求解方法；第二章为电力系统潮流计算；第三章为电力系统故障分析的计算机算法；第四章介绍发电机组和负荷的数学模型；第五章和第六章分别为电力系统暂态稳定计算和电力系统小干扰稳定分析。本书由邱晓燕、刘天琪和黄媛编写，邱晓燕教授任主编并负责全书统稿。其中第一章、第二章、第四章和第五章由邱晓燕教授编写，第三章和第六章由刘天琪教授和黄媛老师共同编写。本书由西南交通大学王晓茹教授主审。

本书的编写得到了四川大学电气信息学院的大力支持，在此表示衷心的感谢。感谢研究生闫天泽、韩轩对增加部分算例的计算，同时衷心感谢本书所列参考书目的各位作者。

由于编者水平所限，书中不妥之处在所难免，恳请读者给予批评指正。

编 者

2016 年 3 月

第一版前言

为贯彻落实教育部《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》和《教育部关于以就业为导向深化高等职业教育改革的若干意见》的精神，加强教材建设，确保教材质量，中国电力教育协会组织制订了普通高等教育“十一五”教材规划。该规划强调适应不同层次、不同类型院校，满足学科发展和人才培养的需求，坚持专业基础课教材与教学急需的专业教材并重、新编与修订相结合。本书为新编教材。

由于电力系统是一个复杂的非线性系统，正向着大机组、大电网、超高压、远距离、高度自动化的方向发展。因此它的规划、运行和设计都必须借助计算机来完成。本书较详细地介绍了应用计算机进行现代复杂电力系统分析计算的基本原理和方法，是对电力系统分析基本理论的加深和提高，是学生进一步深造的基础，也是从事电力系统实际工作必不可少的技能。

本书是在四川大学自编讲义《电力系统分析的计算机算法》的基础上修订而成的。2000年前后，为了适应电气工程及其自动化专业的进一步整合，完善“电力系统分析”课程体系和知识结构，我们调整并修订了教学计划，将原“电力系统分析”课程（教材为上、下册）拆分为“电力系统分析理论”和“电力系统分析的计算机算法”两门课程，并开始编写相应的教材。前者主要讲述简单电力系统的基本概念、基本理论及其分析方法（该课程已建设成省级精品课程），后者讲义于2003年编写完成，主要讲述实际复杂电力系统采用计算机进行分析的理论和方法，是在《电力系统分析理论》基础上的扩展、加深和提高，完善和丰富了“电力系统分析”课程的体系和内容。本书内容与电力系统实际密切结合，符合电力系统的发展方向，并与硕士研究生“电力系统分析”课程有机地衔接，因此，它既是学生走上电力系统实际工作岗位必须掌握的知识，也是进一步深造的基础。该教材已在四川大学2000~2004级电气工程及其自动化专业连续使用5届，取得了较好的教学效果。

本书由邱晓燕和刘天琪编著，其中第一章、第二章、第四章和第五章由邱晓燕教授编写，第三章和第六章由刘天琪教授编写。全书由邱晓燕教授统稿，华北电力大学姜彤教授主审。

本书的编写受到了四川大学优秀讲义的立项资助，同时得到四川大学教务处和电气信息学院的大力支持，在此表示衷心的感谢。感谢研究生张子健对潮流部分算例的计算。同时衷心感谢本书所列参考书目的各位作者。

由于编者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，恳请读者给予批评指正。

编者

2009年3月

目 录

前言	
第一版前言	
第一章 电力网络的数学模型及求解方法	1
第一节 电力网络的节点方程	1
第二节 节点导纳矩阵	5
第三节 节点阻抗矩阵	12
第四节 电力网络方程的求解方法	20
第五节 节点编号顺序的优化	32
习题	34
第二章 电力系统潮流计算	36
第一节 概述	36
第二节 潮流计算的数学模型	36
第三节 迭代法潮流计算	39
第四节 牛顿法潮流计算	42
第五节 $P-Q$ 分解法潮流计算	55
第六节 潮流计算中负荷静态特性的考虑	62
第七节 交直流输电系统的潮流计算	64
习题	85
第三章 电力系统故障分析的计算机算法	87
第一节 电力系统故障分析的等值网络	87
第二节 对称短路计算	88
第三节 零序网络和互感线路的阻抗矩阵及导纳矩阵	95
第四节 简单不对称故障计算	105
第五节 复杂故障的计算方法	115
习题	121
第四章 发电机组和负荷的数学模型	123
第一节 同步发电机的数学模型	123
第二节 励磁调节系统的数学模型	127
第三节 原动机及调速器的数学模型	130
第四节 负荷的数学模型	133
习题	136
第五章 电力系统暂态稳定计算	138
第一节 概述	138
第二节 电力系统暂态稳定计算的基本原理	139

第三节	暂态稳定分析的网络数学模型及其修改	143
第四节	暂态稳定分析的数值解法	148
第五节	简单模型下的暂态稳定计算	156
第六节	暂态稳定计算实例	160
	习题	165
第六章	电力系统小干扰稳定分析	166
第一节	概述	166
第二节	用系统简化模型计算的小扰动法	167
第三节	多机电力系统小干扰稳定的近似分析	175
第四节	复杂电力系统功率极限的计算	181
第五节	电力系统负荷的小干扰稳定	185
	习题	189
	参考文献	190

第一章 电力网络的数学模型及求解方法

应用计算机对现代电力系统进行分析计算时，需要掌握电力系统的数学模型、计算方法和程序设计这三方面的知识。本书将介绍电力系统潮流计算、短路电流计算和稳定计算用的数学模型以及基本的计算方法。

电力系统的数学模型是对电力系统运行状态的一种数学描述。通过数学模型可以把电力系统中物理现象的分析归结为某种形式的数学问题。电力系统的数学模型主要包括电力网络的数学模型、发电机组的数学模型以及各种负荷的数学模型等。

电力网络的数学模型是现代电力系统分析的基础。电力系统潮流计算、短路电流计算和稳定计算等都离不开求解电力网络的数学模型。电力网络是由交直流输电线路、变压器以及串、并联电容器等静止元件所构成的整体，在一般的电力系统分析计算中，这些元件常用恒定参数表示，因此，电力网络是一个线性网络。在稳态分析中，线性网络在数学上可以用一组线性代数方程组来描述，怎样建立和求解这样的方程组，就是本章要讨论的主要内容。在本课程所涉及的暂态稳定计算中，一般不考虑网络中的电磁暂态过程，即对电力网络仍然采用稳态时的模型。

第一节 电力网络的节点方程

电力网络的运行状态可用节点方程和回路方程来描述，由于节点方程应用非常方便，因此，目前电力系统计算中，普遍采用节点方程。本书也只介绍网络的节点方程及其应用。由于电力网络的导纳矩阵具有良好的稀疏特性（即导纳矩阵中含有多个零元素），便于高效地处理复杂的电力网络方程，因此，导纳形式的节点方程是现代电力系统分析中广泛应用的数学模型，也是本节介绍的重点。在电力系统故障分析时，常采用阻抗形式的节点方程，本节也将作相应的介绍。

一、导纳形式的节点方程

在图 1-1 (a) 所示的简单电力系统中，若略去变压器的励磁功率和线路电容，负荷用阻抗表示，发电机用等值电流源表示，便可得到一个有 5 个节点（包括零电位点）和 8 条支路的等值网络，如图 1-1 (b) 所示。图中 y_{10} 、 y_{12} 、 y_{23} 等为各支路导纳， i_1 、 i_2 、 i_3 等分别为相应支路的电流，各节点电压分别用 $\dot{V}_1 \sim \dot{V}_4$ 表示。

以零电位点作为计算节点电压的参考点，根据基尔霍夫电流定律，可以写出 4 个独立节点的电流平衡方程如下

$$\begin{cases} y_{10} \dot{V}_1 + y_{12} (\dot{V}_1 - \dot{V}_2) = \dot{I}_1 \\ y_{12} (\dot{V}_2 - \dot{V}_1) + y_{20} \dot{V}_2 + y_{23} (\dot{V}_2 - \dot{V}_3) + y_{24} (\dot{V}_2 - \dot{V}_4) = 0 \\ y_{23} (\dot{V}_3 - \dot{V}_2) + y_{34} (\dot{V}_3 - \dot{V}_4) + y_{30} \dot{V}_3 = 0 \\ y_{24} (\dot{V}_4 - \dot{V}_2) + y_{34} (\dot{V}_4 - \dot{V}_3) + y_{40} \dot{V}_4 = \dot{I}_4 \end{cases} \quad (1-1)$$

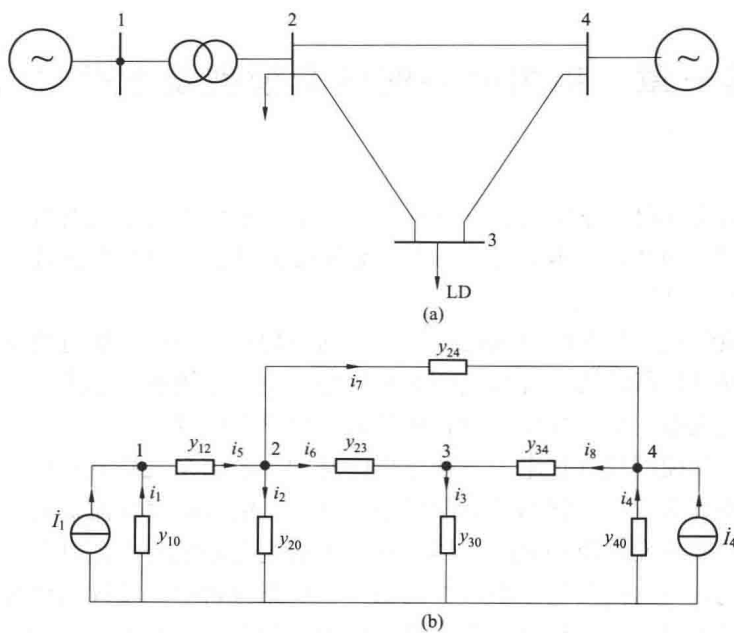


图 1-1 电力系统及其等值网络

(a) 简单电力系统; (b) 等值网络

式 (1-1) 经过整理可以写成

$$\begin{cases} Y_{11} \dot{V}_1 + Y_{12} \dot{V}_2 = \dot{I}_1 \\ Y_{21} \dot{V}_1 + Y_{22} \dot{V}_2 + Y_{23} \dot{V}_3 + Y_{24} \dot{V}_4 = 0 \\ Y_{32} \dot{V}_2 + Y_{33} \dot{V}_3 + Y_{34} \dot{V}_4 = 0 \\ Y_{42} \dot{V}_2 + Y_{43} \dot{V}_3 + Y_{44} \dot{V}_4 = \dot{I}_4 \end{cases} \quad (1-2)$$

其中

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} \quad Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$$

$$Y_{22} = y_{20} + y_{23} + y_{24} + y_{12} \quad Y_{23} = Y_{32} = -y_{23}$$

$$Y_{33} = y_{23} + y_{34} + y_{30} \quad Y_{24} = Y_{42} = -y_{24}$$

$$Y_{44} = y_{40} + y_{24} + y_{34} \quad Y_{34} = Y_{43} = -y_{34}$$

一般地, 对于有 n 个独立节点的网络, 可以列写 n 个节点方程

$$\begin{cases} Y_{11} \dot{V}_1 + Y_{12} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{1n} \dot{V}_n = \dot{I}_1 \\ Y_{21} \dot{V}_1 + Y_{22} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{2n} \dot{V}_n = \dot{I}_2 \\ \vdots \\ Y_{n1} \dot{V}_1 + Y_{n2} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{nn} \dot{V}_n = \dot{I}_n \end{cases} \quad (1-3)$$

也可以用矩阵写成

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

或缩记为

$$\mathbf{Y} \dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{I}} \quad (1-5)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

式中： $\dot{\mathbf{I}}$ 为节点注入电流列相量； $\dot{\mathbf{V}}$ 为节点电压列相量； \mathbf{Y} 为节点导纳矩阵。

\mathbf{Y} 是一个 $n \times n$ 阶的方阵，它的对角线元素 Y_{ii} 称为节点 i 的自导纳，其值等于连接于节点 i 的所有支路导纳之和。非对角线元素 Y_{ij} 称为节点 i 、 j 间的互导纳，它等于直接连接于节点 i 、 j 间的支路导纳的负值。若节点 i 、 j 间不存在直接相连的支路，则有 $Y_{ij} = 0$ 。由此可知节点导纳矩阵是一个稀疏的对称矩阵。

二、阻抗形式的节点方程

在电力系统分析计算中，节点方程也常写成阻抗矩阵的形式，即

$$\mathbf{Z} \dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{V}} \quad (1-7)$$

式中： $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}$ 为 n 阶方阵，称为网络的节点阻抗矩阵。

式 (1-7) 可展开写成

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 + \cdots + Z_{1n} \dot{I}_n &= \dot{V}_1 \\ Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 + \cdots + Z_{2n} \dot{I}_n &= \dot{V}_2 \\ \vdots & \\ Z_{n1} \dot{I}_1 + Z_{n2} \dot{I}_2 + \cdots + Z_{nn} \dot{I}_n &= \dot{V}_n \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

也可以用矩阵写成

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

很显然，节点阻抗矩阵

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

节点阻抗矩阵的对角线元素 Z_{ii} 称为节点 i 的自阻抗或输入阻抗, 非对角线元素 Z_{ij} 称为节点 i 和节点 j 之间的互阻抗。节点阻抗矩阵是节点导纳矩阵的逆矩阵, 它是一个 $n \times n$ 阶的满矩阵。

导纳矩阵或阻抗矩阵形式的电力网络节点方程以节点(母线)电压作为待求量, 节点电压能唯一地确定电力网络的运行状态。知道了节点电压, 很容易计算出节点功率、支路功率和电流。无论是潮流计算还是短路电流计算, 节点方程求解结果的应用都非常方便。并且, 在电力网络计算中, 网络的接线图以及各元件的参数一般都作为原始数据提供, 只要选好参考节点, 并对所有节点进行编号, 就可以方便直观地根据网络的原始参数形成节点导纳矩阵(或节点阻抗矩阵)。因此, 目前电力系统分析计算中普遍都采用节点方程。

三、节点关联矩阵

节点关联矩阵是描述电力网络连接情况的矩阵, 不同类型的关联矩阵不同程度地反映网络的接线图。它对于网络方程的形成起着重要的作用。下面介绍其基本概念。

节点关联矩阵中只含 0、+1、-1 三种元素, 不包括网络各支路的具体参数。其行号与节点号相对应, 列号与支路号相对应。0 表示该节点与相应支路不相连; +1 表示支路电流的规定方向是流出该节点; -1 表示支路电流的规定方向是流入该节点。每一列非零元素的位置表示相应支路两端的节点号。对图 1-1 所示网络有 4 个节点(不包括零电位节点) 8 条支路, 它的关联矩阵 \mathbf{A} 为一个 4 行 8 列的矩阵, 即

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

其中, 第 1 行的第 1 列和第 5 列为非零元素, 表明节点 1 与支路 1 和支路 5 相连, 并且支路 1 的电流流向节点 1, 支路 5 的电流流出节点 1, 其余类同。第 1、2、3、4 列都只有 1 个非零元素, 表示支路 1、2、3、4 分别为连在相应节点的接地支路。由此可见, 由节点关联矩阵可以反过来唯一地确定网络的接线图。

节点关联矩阵与网络节点方程之间有密切的关系。设电力网络有 n 个节点, l 条支路, 对每条支路可以列写出以下的方程式

$$\dot{I}_{lk} = y_{lk} \dot{V}_{lk} \quad (k=1, 2, \dots, l) \quad (1-12)$$

式中: \dot{I}_{lk} 为支路 k 的电流; \dot{V}_{lk} 为支路 k 的电压降; y_{lk} 为支路 k 的导纳。

将式 (1-12) 写成矩阵形式为

$$\dot{\mathbf{I}}_L = \mathbf{Y}_L \dot{\mathbf{V}}_L \quad (1-13)$$

式中: $\dot{\mathbf{I}}_L$ 为支路电流列相量; $\dot{\mathbf{V}}_L$ 为支路电压降列相量; \mathbf{Y}_L 为支路导纳所组成的对角矩阵。

由基尔霍夫第一定律可知, 电力网络中任意节点 i 的注入电流 \dot{I}_i 与支路电流有如下关系

$$\dot{I}_i = \sum_{k=1}^l a_{ik} \dot{I}_{1k} \quad (1-14)$$

式中： a_{ik} 为节点关联矩阵第*i*行第*k*列的元素。当支路电流 \dot{I}_{1k} 流向节点*i*时， $a_{ik}=-1$ ；当支路电流 \dot{I}_{1k} 流出节点*i*时， $a_{ik}=1$ ；当支路*k*与节点*i*无直接联系时， $a_{ik}=0$ 。于是，节点电流列相量 $\dot{\mathbf{I}}$ 与支路电流列相量 $\dot{\mathbf{I}}_L$ 有如下关系

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{A} \dot{\mathbf{I}}_L \quad (1-15)$$

式中： \mathbf{A} 为网络的节点关联矩阵。

设整个电力网络消耗的功率为*S*，从支路功率来看，可以得到

$$S = \sum_{k=1}^l \dot{I}_{1k}^* \dot{V}_{1k} = \dot{\mathbf{I}}_L^* \dot{\mathbf{V}}_L \quad (1-16)$$

式中： \dot{I}_{1k}^* 、 $\dot{\mathbf{I}}_L^*$ 表示相应相量的共轭值。

从节点输入总功率来看，可以得到

$$S = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^* \dot{V}_i = \dot{\mathbf{I}}^* \dot{\mathbf{V}} \quad (1-17)$$

显然

$$\dot{\mathbf{I}}^* \dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{I}}_L^* \dot{\mathbf{V}}_L \quad (1-18)$$

由式(1-15)可知

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{I}}_L \mathbf{A}^T \quad (1-19)$$

将式(1-19)代入式(1-18)可得

$$\dot{\mathbf{I}}_L \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{I}}_L \dot{\mathbf{V}}_L \quad (1-20)$$

因此得到节点电压与支路电压降列相量有以下关系

$$\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{V}}_L \quad (1-21)$$

将式(1-13)、式(1-21)顺次代入式(1-15)可得

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{A} \mathbf{Y}_L \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{Y} \dot{\mathbf{V}} \quad (1-22)$$

由式(1-5)可知， \mathbf{Y} 为节点导纳矩阵，于是

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Y}_L \mathbf{A}^T \quad (1-23)$$

这样，利用节点关联矩阵和支路导纳矩阵即可求得节点导纳矩阵，从而求得电力网络的节点方程式。

第二节 节点导纳矩阵

一、节点导纳矩阵元素的物理意义

前面引入了节点导纳矩阵的基本概念，下面进一步讨论其元素的物理意义。

如果在节点*i*施加一单位电压，其余节点全部接地，即令

$$\dot{V}_i = 1$$

$$\dot{V}_j = 0 (j = 1, 2, \dots, n, j \neq i)$$

代入式(1-3)的各式，可得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{1i} \\ \dot{I}_2 = Y_{2i} \\ \dots \\ \dot{I}_i = Y_{ii} \\ \dots \\ \dot{I}_n = Y_{ni} \end{cases} \quad (1-24)$$

由式 (1-24) 可以看出, 导纳矩阵 [见式 (1-6)] 第 i 列元素的物理意义如下。

(1) 导纳矩阵第 i 列对角元素 Y_{ii} , 即节点 i 的自导纳, 在数值上等于节点 i 施加单位电压、其他节点都接地时, 节点 i 向电力网络注入的电流。换句话说, 自导纳 Y_{ii} 是节点 i 以外的所有节点都接地时节点 i 对地的总导纳。显然, Y_{ii} 应等于与节点 i 相连的各支路导纳之和, 即

$$Y_{ii} = y_{i0} + \sum_{j \in i} y_{ij} \quad (1-25)$$

式中: y_{i0} 为节点 i 与零电位节点之间的所有支路导纳的总和; y_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的支路导纳。 $j \in i$ 表示节点 j 与节点 i 相连。

(2) 导纳矩阵第 i 列非对角元素 Y_{ji} , 即节点 i 与节点 j 之间的互导纳, 在数值上等于节点 i 施加单位电压、其他节点都接地时, 节点 j 向电力网络注入的电流。在这种情况下, 节点 j 的电流实际上是自网络流出并进入地中的电流, 所以 Y_{ji} 应等于节点 i 、 j 之间的支路导纳的负值, 即

$$Y_{ji} = -y_{ji} \quad (1-26)$$

很明显, $Y_{ji} = Y_{ij}$ 。

若节点 i 和节点 j 没有支路直接相连, 则 $Y_{ij} = 0$ 。

图 1-2 所示为自导纳和互导纳的确定。下面进一步以图 1-2 所示网络说明导纳矩阵各元素的物理意义。该网络有 6 个节点, 导纳矩阵应为 6 阶方阵, 由于不直接相连的节点之间的互导纳为 0, 因此该网络节点导纳矩阵有如下结构

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & 0 & 0 & Y_{15} & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{32} & Y_{33} & 0 & Y_{35} & Y_{36} \\ 0 & 0 & 0 & Y_{44} & Y_{45} & 0 \\ Y_{51} & 0 & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ 0 & 0 & Y_{63} & 0 & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix}$$

首先讨论第 1 列元素。根据前面的论述, 这时应在节点 1 施加单位电压, 即图 1-2 (a) 中 $\dot{V}_1 = 1$, 而将其余节点都接地。根据上述节点自导纳和互导纳的定义, 可得

$$Y_{11} = \dot{I}_1 = \dot{I}_{10} + \dot{I}_{12} + \dot{I}_{15} = y_{10} \dot{V}_1 + y_{12} \dot{V}_1 + y_{15} \dot{V}_1 = y_{10} + y_{12} + y_{15}$$

$$Y_{21} = \dot{I}_2 = -\dot{I}_{12} = -y_{12} \dot{V}_1 = -y_{12}$$

$$Y_{51} = \dot{I}_5 = -\dot{I}_{15} = -y_{15} \dot{V}_1 = -y_{15}$$

由于 $\dot{I}_3 = \dot{I}_4 = \dot{I}_6 = 0$, 因此, $Y_{31} = Y_{41} = Y_{61} = 0$ 。

同理可得第 2 列元素。此时在节点 2 施加单位电压，即图 1-2 (b) 中 $\dot{V}_2=1$ ，而将其余节点都接地。可得

$$Y_{22} = \dot{I}_2 = \dot{I}_{20} + \dot{I}_{21} + \dot{I}_{23} = y_{20} \dot{V}_2 + y_{12} \dot{V}_2 + y_{23} \dot{V}_2 = y_{20} + y_{12} + y_{23}$$

$$Y_{12} = \dot{I}_1 = -\dot{I}_{21} = -y_{12} \dot{V}_2 = -y_{12}$$

$$Y_{32} = \dot{I}_3 = -\dot{I}_{23} = -y_{23} \dot{V}_2 = -y_{23}$$

由于 $\dot{I}_4 = \dot{I}_5 = \dot{I}_6 = 0$ ，因此 $Y_{42} = Y_{52} = Y_{62} = 0$ 。

同理可推得第 3、4、5 列元素，在此不再一一详述。

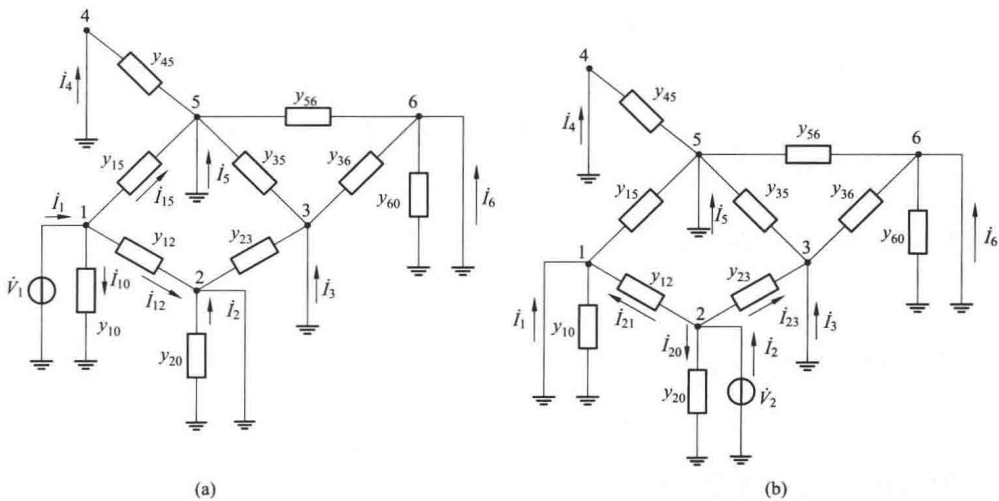


图 1-2 自导纳和互导纳的确定

(a) $\dot{V}_1=1$; (b) $\dot{V}_2=1$

通过上面的讨论，可以看出节点导纳矩阵有以下特点：

(1) 导纳矩阵的元素很容易根据网络接线图和支路参数直观地求得，形成节点导纳矩阵的程序比较简单。

(2) 导纳矩阵为对称矩阵。由网络的互易特性易知 $Y_{ji} = Y_{ij}$ 。

(3) 导纳矩阵是稀疏矩阵。它的对角线元素一般不为零，但在非对角线元素中则存在不少零元素。在电力系统的接线图中，一般每个节点同平均不超过 3~4 个其他节点有直接的支路连接。因此，在导纳矩阵的非对角线元素中每行平均仅有 3~4 个非零元素，其余的都是零元素。而且网络的规模越大，这种现象越显著。

导纳矩阵的对称性和稀疏性对于应用计算机求解电力系统计算问题有很大的影响。如果能充分地利用这两个特点，在程序设计中只存储导纳矩阵的对角元素和上三角元素（或下三角元素），排除零元素的存储和运算，就可以大大地节省存储单元和提高计算速度。

节点导纳矩阵的形成可归纳如下：

(1) 导纳矩阵的阶数等于电力网络的节点数。

(2) 导纳矩阵各行非对角元素中非零元素的个数等于对应节点所连的不接地支路数。

(3) 导纳矩阵各对角元素，即节点的自导纳等于相应节点所连支路的导纳之和。

(4) 导纳矩阵非对角元素，即节点之间的互导纳等于相应节点之间的支路导纳的负值。

二、节点导纳矩阵的修改

1. 含非标准变比的变压器支路导纳矩阵元素的修改

先讨论网络中含有非标准变比 k 的变压器支路时导纳矩阵元素的修改。当节点 p 、 q 间接有变压器支路时 (见图 1-3), 可以采用 Π 型等值电路, 然后按照上述原则形成导纳矩阵。但在实际应用程序中, 往往直接计算变压器支路对导纳矩阵的影响。根据图 1-3 可以写出节点 p 、 q 的自导纳和节点间的互导纳增量分别如下。

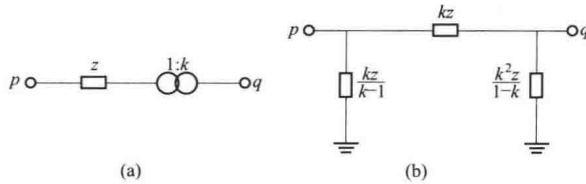


图 1-3 变压器支路及其等值电路

(a) 含非标准变比 k 的变压器支路; (b) 变压器 Π 型等值电路

(1) 节点 p 的自导纳改变量

$$\Delta Y_{pp} = \frac{1}{kz} + \frac{k-1}{kz} = \frac{1}{z} \quad (1-27)$$

(2) 节点 q 的自导纳改变量

$$\Delta Y_{qq} = \frac{1}{kz} + \frac{1-k}{k^2z} = \frac{1}{k^2z} \quad (1-28)$$

(3) 增加节点 p 、 q 间的互导纳

$$\Delta Y_{pq} = \Delta Y_{qp} = -\frac{1}{kz} \quad (1-29)$$

2. 网络接线方式改变时导纳矩阵元素的修改

在电力系统的运行分析中, 往往要计算不同接线方式下的运行状态。网络接线改变时, 节点导纳矩阵也要作相应的修改。假定接线改变前的导纳矩阵元素为 $Y_{ij}^{(0)}$, 接线改变后则应修改为 $Y_{ij} = Y_{ij}^{(0)} + \Delta Y_{ij}$ 。现在就几种典型的接线方式变化, 说明修改增量 ΔY_{ij} 的计算方法。

(1) 从网络的原有节点 i 引出一条导纳为 y_{ij} 的支路, 同时增加一个节点 j , 如图 1-4 (a) 所示。由于节点数加 1, 导纳矩阵将增加一行一列。新增的对角线元素 $Y_{jj} = y_{ij}$ 。新增的非对角线元素中, 只有 $Y_{ij} = Y_{ji} = -y_{ij}$, 其余的元素都为零。矩阵的原有部分, 只有节点

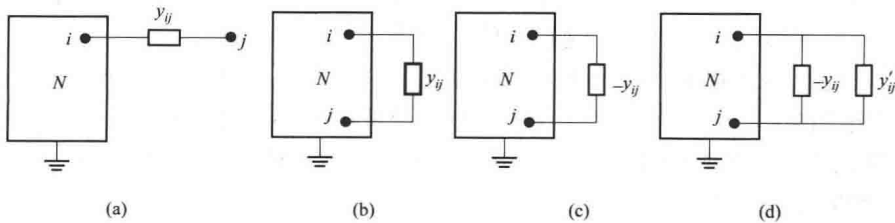


图 1-4 网络接线的改变

(a) 引出一条导纳为 y_{ij} 的支路, 同时增加一个节点 j ; (b) 增加一条导纳为 y_{ij} 的支路;

(c) 切除一条导纳为 y_{ij} 的支路; (d) 导纳由 y_{ij} 改变为 y'_{ij}

i 的自导纳应增加 $\Delta Y_{ii} = y_{ij}$ 。

(2) 在网络的原有节点 i 、 j 之间增加一条导纳为 y_{ij} 的支路, 如图 1-4 (b) 所示。由于只增加支路不增加节点, 故导纳矩阵的阶次不变。因而只要对与节点 i 、 j 有关的元素分别增添以下的修改增量即可, 其余的元素都不必修改。

$$\Delta Y_{ii} = \Delta Y_{jj} = y_{ij}, \quad \Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = -y_{ij} \quad (1-30)$$

(3) 在网络的原有节点 i 、 j 之间切除一条导纳为 y_{ij} 的支路, 如图 1-4 (c) 所示。这种情况可以当作是在节点 i 、 j 间增加一条导纳为 $-y_{ij}$ 的支路来处理。因此, 导纳矩阵中有关元素的修正增量

$$\Delta Y_{ii} = \Delta Y_{jj} = -y_{ij}, \quad \Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = y_{ij} \quad (1-31)$$

(4) 原网络节点 i 、 j 之间的导纳由 y_{ij} 改变为 y'_{ij} , 如图 1-4 (d) 所示。这种情况可以当作首先在节点 i 、 j 间切除一条导纳为 y_{ij} 的支路, 然后再在节点 i 、 j 间追加导纳为 y'_{ij} 的支路。根据式 (1-30)、式 (1-31) 不难求出导纳矩阵相关元素的修正量。

其他的网络变更情况, 可以仿照上述方法进行处理, 或者直接根据导纳矩阵元素的物理意义, 导出相应的修改公式。应该指出, 如果增加或切除的支路是变压器支路, 则以上相关元素的修改应按式 (1-27) ~ 式 (1-29) 进行。

【例 1-1】 某电力系统的等值网络示于图 1-5 所示。已知各元件参数的标么值如下: $z_{12} = 0.145 + j0.581$, $z_{23} = 0.104 + j0.518$, $z_{15} = 0.082 + j0.427$, $z_{35} = 0.163 + j0.754$, $z_{43} = 0.031 + j0.248$, $y_{120} = y_{210} = j0.021$, $y_{230} = y_{320} = j0.018$, $y_{150} = y_{510} = j0.028$, $y_{350} = y_{530} = j0.014$, $y_C = j0.04$, $k_{43} = 0.95$ 。试求节点导纳矩阵。

解 根据以上讨论的导纳矩阵的形成以及含变压器支路时导纳矩阵元素的修改, 可以逐个计算导纳矩阵元素如下

$$\begin{aligned} Y_{11} &= y_{120} + y_{150} + y_C + \frac{1}{z_{12}} + \frac{1}{z_{15}} \\ &= j0.021 + j0.028 + j0.04 + \frac{1}{0.145 + j0.581} + \frac{1}{0.082 + j0.427} \\ &= 0.8381 - j3.7899 \end{aligned}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{z_{12}} = -\frac{1}{0.145 + j0.581} = -0.4044 + j1.6203$$

$$Y_{15} = Y_{51} = -\frac{1}{z_{15}} = -\frac{1}{0.082 + j0.427} = -0.4337 + j2.2586$$

$$\begin{aligned} Y_{22} &= y_{210} + y_{230} + \frac{1}{z_{12}} + \frac{1}{z_{23}} \\ &= j0.021 + j0.018 + \frac{1}{0.145 + j0.581} + \frac{1}{0.104 + j0.518} \end{aligned}$$

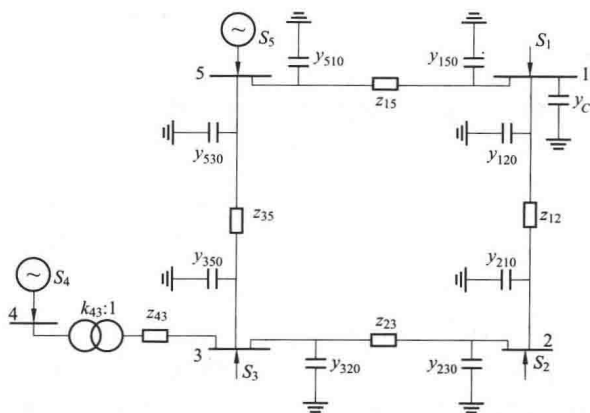


图 1-5 [例 1-1] 的电力系统等值网络图

$$=0.7769-j3.4370$$

$$Y_{23}=Y_{32}=-\frac{1}{z_{23}}=-\frac{1}{0.104+j0.518}=-0.3726+j1.8557$$

$$\begin{aligned} Y_{33} &= y_{320} + y_{350} + \frac{1}{z_{23}} + \frac{1}{z_{35}} + \frac{1}{z_{43}} \\ &= j0.018 + j0.014 + \frac{1}{0.104+j0.518} + \frac{1}{0.163+j0.754} + \frac{1}{0.031+j0.248} \\ &= 1.1428-j7.0610 \end{aligned}$$

$$Y_{34}=Y_{43}=-\frac{1}{k_{43}z_{43}}=-\frac{1}{0.95 \times (0.031+j0.248)}=-0.5224+j4.1792$$

$$Y_{35}=Y_{53}=-\frac{1}{z_{35}}=-\frac{1}{0.163+j0.754}=-0.2739+j1.2670$$

$$Y_{44}=\frac{1}{k_{43}^2 z_{43}}=-\frac{1}{0.95^2 \times (0.031+j0.248)}=0.5499-j4.3991$$

$$\begin{aligned} Y_{55} &= y_{510} + y_{530} + \frac{1}{z_{15}} + \frac{1}{z_{35}} \\ &= j0.028 + j0.014 + \frac{1}{0.082+j0.427} + \frac{1}{0.163+j0.754} \\ &= 0.7077-j3.4837 \end{aligned}$$

将以上计算结果排列成矩阵可得

$$Y = \begin{bmatrix} 0.8381-j3.7899 & -0.4044+j1.6203 & 0 & 0 & -0.4337+j2.2586 \\ -0.4044+j1.6203 & 0.7769-j3.4370 & -0.3726+j1.8557 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3726+j1.8557 & 1.1428-j7.0610 & -0.5224+j4.1792 & -0.2739+j1.2670 \\ 0 & 0 & -0.5224+j4.1792 & 0.5499-j4.3991 & 0 \\ -0.4337+j2.2586 & 0 & -0.2739+j1.2670 & 0 & 0.7077-j3.4837 \end{bmatrix}$$

【例 1-2】 在 [例 1-1] 的电力系统中, 将接于节点 3、4 之间的变压器的变比由 $k_{43} = 0.95$ 调整为 $k'_{43} = 0.97$, 试修改节点导纳矩阵。

解 将节点 p 、 q 之间的变压器 (见图 1-3) 的变比由 k 改为 k' , 相当于先切除变比为 k 的变压器, 再接入变比为 k' 的变压器。根据式 (1-27) ~ 式 (1-29), 与节点 p 、 q 有关的导纳矩阵元素的修正增量应为

$$\Delta Y_{pp} = 0, \Delta Y_{qq} = \frac{1}{k'^2 z} - \frac{1}{k^2 z}, \Delta Y_{pq} = \Delta Y_{qp} = -\frac{1}{k' z} + \frac{1}{k z}$$

将上述关系式用于节点 3 和 4, 可得

$$\Delta Y_{33} = 0$$

$$\Delta Y_{44} = \frac{1}{0.97^2 \times (0.031+j0.248)} - \frac{1}{0.95^2 \times (0.031+j0.248)} = -0.0224 + j0.1795$$

$$\Delta Y_{34} = \Delta Y_{43} = -\frac{1}{0.97 \times (0.031+j0.248)} + \frac{1}{0.95 \times (0.031+j0.248)} = 0.0108 - j0.0862$$

因此, 在修改后的节点导纳矩阵中

$$Y_{44} = 0.5499 - j4.3991 - 0.0224 + j0.1795 = 0.5275 - j4.2196$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -0.5224 + j4.1792 + 0.0108 - j0.0862 = -0.5116 + j4.0930$$