

数学的认识与实践

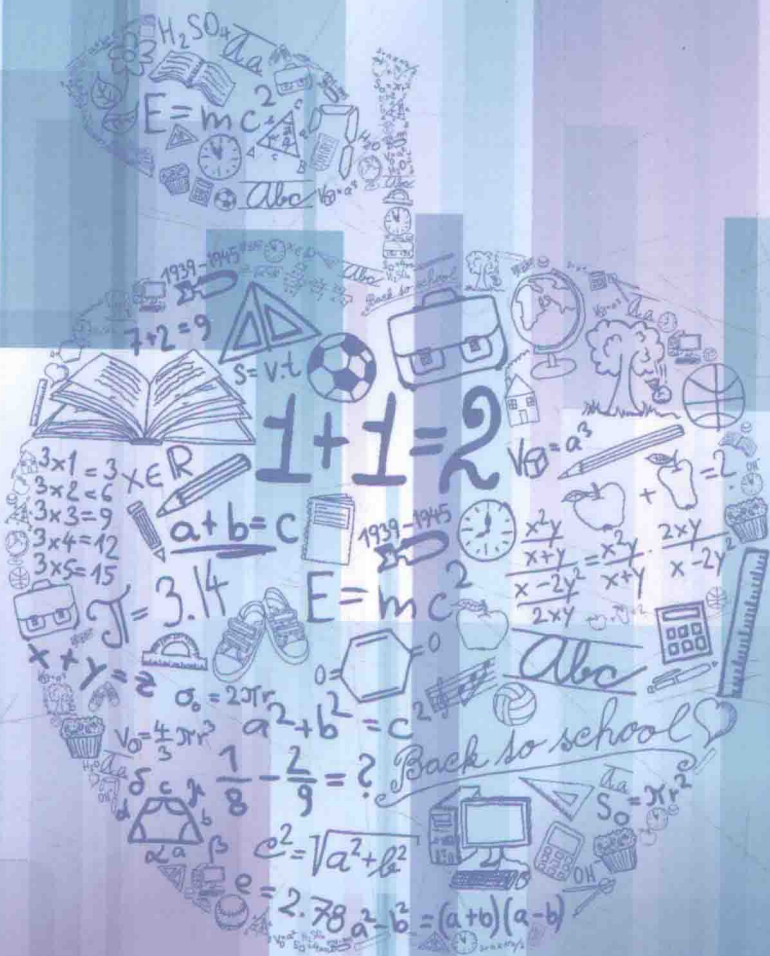
——教师论文及2015届本科生部分优秀论文荟萃

主 编◎柯 锐

副主编◎张转周

虞中友

周仁国



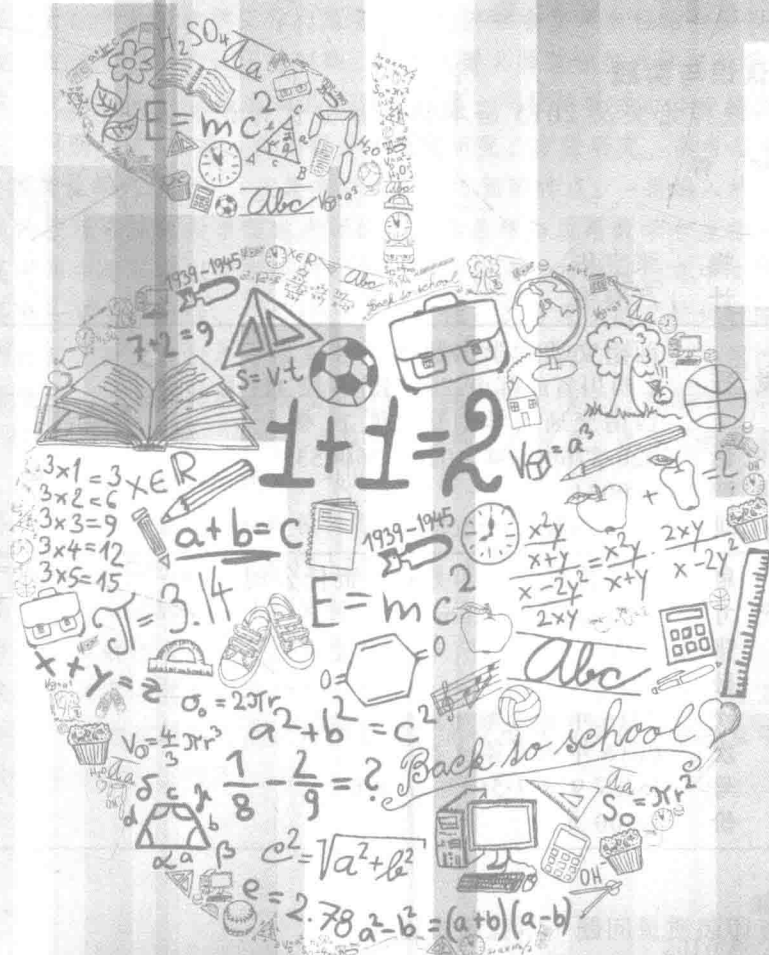
西南交通大学出版社

数学的认识与实践

——教师论文及2015届本科生部分优秀论文荟萃

主 编◎柯铎

副主编◎张转周 庾中友 周仁国



图书在版编目 (C I P) 数据

数学的认识与实践: 教师论文及 2015 届本科生部分
优秀论文荟萃 / 柯铎主编. —成都: 西南交通大学出
版社, 2016.6

ISBN 978-7-5643-4708-6

I. ①数… II. ①柯… III. ①数学 - 文集 IV.
①01-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 115008 号

数学的认识与实践

——教师论文及 2015 届本科生部分优秀论文荟萃

主编 柯 铎

责 任 编 辑 张宝华
封 面 设 计 严春艳

出 版 发 行 西南交通大学出版社
(四川省成都市二环路北一段 111 号
西南交通大学创新大厦 21 楼)
发 行 部 电 话 028-87600564 028-87600533
邮 政 编 码 610031
网 址 <http://www.xnjdcbs.com>

印 刷 成都蓉军广告印务有限责任公司
成 品 尺 寸 185 mm × 260 mm
印 张 25.5
字 数 621 千
版 次 2016 年 6 月第 1 版
印 次 2016 年 6 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5643-4708-6
定 价 78.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

伴随着教育领域综合改革的步伐,我们走进了2016年.2016年是“十三五”开局之年,是转型发展的新起点,将迎来改革发展的新机遇,步入跨越发展的新征程.遵义师范学院作为一所拥有百年师范传统的西部地方院校,为适应世界教育发展的新格局和国家新要求,正在实施由传统师范类教育向应用型综合大学转型发展.

在目前就业竞争日益激烈的情况下,数学与计算科学学院的就业率始终保持在98%以上,连续七年名列学校前茅.结合学校转型和跨越式发展,我们编辑出版了论文集《数学的认识与实践》,这说明我们正在为使我们的办学与时俱进做进一步探索.因此,出版此论文集,旨在为今后进一步做好数学教育教学工作与服务地方经济社会发展有机结合提供了一个新的基点.

本文集题材定位于数学的认识与实践,主要从遵义师范学院数学与计算科学学院2015届学生优秀学位论文和近年我院新进的具有硕士、博士学位的教师力作中选取,共收录师生数学教育教学以及科研论文75篇,按内容分为教学研究、方法研究、高考与中考研究、理论研究、应用研究和其他等六个部分.文集有以下三个方面的特点:一是编入的一直在基础教育数学教学第一线的我院客座教授李雅琳老师的论文和数学与应用数学专业师生关于教学研究、方法研究、高考与中考研究以及理论研究等方面的论文,对基础教育中有关数学教育教学的认识与实践具有一定的针对性、指导性和可操作性;二是录用的我院统计学专业师生关于应用研究方面的论文,对统计应用与服务地方经济具有一定的广泛性、实用性和借鉴性;三是收录的我院新进硕、博士教师理论研究与应用研究方面的论文,对数学的认识与实践具有一定的前沿性、纵深性和创新性.总之,文集中编录的所有论文,体现了我院师生由传统师范教育向应用性、综合型转型发展的理念、信心和行动.

本文集得到了贵州省重点学科建设计划(黔学位合字ZDXK[2014]23号)、贵州省2015年本科教学工程项目(黔教高发[2015]337号)、贵州省社科规划项目(12GZZC37)和贵州省教育科学规划项目(2010B038)的支持.

由于编者和大多数作者毕竟不在教学第一线,仅仅通过观摩与体验以及查阅文献资料和调研等方法来撰写文章,其认识在理论深度上难免肤浅,建议在可操作性方面也可能不强,还可能存在其他方面的疏漏等,加之时间紧促,再受编者的视角与学术水平限制,瑕疵之处在所难免,敬请阅者批判、指正.

编者

2016年2月于汇川园

目 录

第一部分 教学研究

逆向思维与中学数学问题解决·····	翁小勇	刘 静	3
会阅读才会审题·····	李雅琳	柯 铎	7
关于直线与圆锥曲线的位置关系的问题分析·····	杨 梅	张 斌	10
浅论高中数学涉及的数学思想·····	刘向虎	刘永波	14
一道数学题目的解答与思考·····	李 湘	肖清路	21
一题多解培养学生的思维能力·····	张转周	黄克飞	25
中学数学课堂师生互动情况调查与分析·····	李 湘	徐菲菲	29
高中立体几何错题成因调查及相应对策·····	陈晓艳	李朝永	34
对非重点中学高一新生数学学习适应性调查·····	陈晓艳	张 锐	40
中学数学课堂中数学文化的渗透情况调查思考·····	潘永会	王克彪	46
数学文化在中学数学课堂的渗透情况调查研究·····	潘永会	简 梅	50
浅析初高中数学衔接困难的原因及相应对策·····	蒲 浩	许 丹	55
浅析中学生在数学学习中存在的问题·····	代珊妮	王 政	61
浅析师范类实习生实习现状及改善策略 ——以数学专业为例·····	代珊妮	秦欣云	64

第二部分 方法研究

浅论排列组合问题中的几类题型及解题方法	陈 明	吕月琴	71	
对中学数学中求函数最值问题方法的探讨	周仁国	曾燕瑞	75	
求解三角函数最值的若干基础方法	王 丹	李承启	80	
巧用向量知识 妙求最值问题	唐鸣静	李明波	84	
浅谈三角函数的最值问题	徐兴强	赵学义	91	
浅谈新课标下不等式在高中数学中的应用	田俊康	任泽容	96	
浅谈高中数学中不等式证明的常用方法	王 丹	简陆山	99	
浅谈不等式的证明方法在中学数学中的运用	曾庆雨	涂华剑	曾喜荣	103
不等式问题探讨	徐兴强	杨 朋	108	

浅析空间几何向量法与几何法之比较研究	王 杏	刘忠山	114
浅析向量在立体几何中的运用	杨 梅	刘 进	118
浅谈向量在中学数学解题中的应用	蒲 浩	申杨沫	123
浅谈向量法在立体几何夹角问题中的应用	张 杰	周自波	129
浅谈函数奇偶性在解题中的应用	任泽容	田俊康	137
数形结合的简单应用	李艳芳	瞿华侨	140
浅谈数形结合思想	赵爱亮	唐兴国	144
例析两类递推数列及推广其求数列通项的方法	罗国旺	李 真	150
浅谈求数列通项公式的几种思想方法	袁德智	罗定娟	159
例谈累加(乘)法求数列的通项	李艳芳	常 平	164
浅谈反证法在中学数学中的应用	周仁国	陈 优	170
因式分解方法的灵活运用	田俊康	任泽容	176
正、余弦定理在三角形中的应用	汤小燕	李 娟	179

第三部分 高考与中考研究

对 2015 年一道高考数列题的探讨	张少华	187
近三年六省市高考理科数列试题的分析及思考	唐鸣静 陈海燕	192
例谈高考试卷中有关递推数列问题的类型及解法	龙绍明 吴 双	197
浅谈数列在高考中的考题模式	张进新 骆 益	201
浅析高考试题中数列通项公式的解法	刘向虎 周 荣	208
浅谈近三年高考试卷中的一般数列求和问题	张 杰 袁熟孟	215
高考数列题型统计分析及题型命题趋势	张转周 安运松	223
近四年高考数列问题研究及启示	罗远峰 宋成伟	226
浅析导数在高考中的应用	曾庆雨 张雨生 朱佐玄	233
高考题中与抛物线有关的常用结论及证明	罗远峰 彭 冲	237
浅谈高考数学常用的解题思想方法	袁德智 彭 杰	242
浅谈线性规划在近三年高考试卷中的应用类型	罗国旺 马占红	248
浅谈近年来高考试卷中常见的概率与统计问题	任泽容 田俊康	253
高考数学题中三角函数问题的考法与巧解	吴志勇	256
浅谈近两年高考中三角函数的求值与化简	龙绍明 陈 俊	262
近几年高考坐标系与参数方程试题分类分析	张进新 张丹丹	266
例谈近五年高考试卷中数形结合思想的应用	汤小燕 李宣怀	270
近三年遵义市中考数学试题研究	秦 进 叶 顺 简莹慧	277

中考数学考点分析

——二次函数的图像与性质	程建东	王 珊	282
--------------------	-----	-----	-----

第四部分 理论研究

一类鞍点问题的块三角预条件子	何 军	289
浅谈勒贝格积分与黎曼积分的关系	王常春	瞿 波 294
浅谈分段函数中的常见问题	陈 明	艾孝会 297
浅谈 δ 函数的一点儿认识	王常春	陈明香 302

第五部分 应用研究

对大学生选择洗发水品牌调查的研究	刘衍民	王欣欣	307
遵义市大学生手机消费现状分析	柯 铎	吕郭辉	313
大学生数学焦虑产生的因素分析	度中友	黄 丽	320
关于当代大学生业余时间使用情况调查的报告			
——以遵义两所本科院校为例	胡 诚	胡 静	325
基于影响遵义会址旅游因素的研究	柯 铎	刘武香	330
遵义市 2004—2013 年城镇居民消费分析	刘春杰	任 攀	337
对遵义市居民 2004—2013 年消费情况研究	吴祥标	刘 青	344
2005—2013 年遵义市火灾数据分析	度中友	杨华强	349
遵义市三次产业结构分析	黄建文	袁志强	355
遵义市第三产业发展现状分析	羊 豪	潘 听	361
基于层次分析法对遵义市热门景点的满意度进行排序	吴祥标	张 礪	364
基于多元回归模型对家电销售收入的影响因素分析	刘衍民	冷庆林	369
贵州绿色经济指标分析	刘春杰	莫文雅	375
山东省人口分布的影响因素研究	黄建文	王 刚	383

第六部分 其 他

浅谈科研对地方高校的意义

——以遵义师范学院为例	王正伟	393
-------------------	-----	-----

少数民族地区教育发展现状研究

——以贵州威宁彝族回族苗族自治县为例	沈先荣	彭 枫	赵爱亮 397
--------------------------	-----	-----	---------

第一部分

教学研究



逆向思维与中学数学问题解决

翁小勇 刘 静

(遵义师范学院 数学与计算科学学院, 贵州 遵义 563002)

摘 要: 逆向思维也叫求异思维, 指的是在正(顺)向思维基础上反过来思考问题的一种思维方式. 思考数学问题时, 既可以遵从一般的思维方式, 也可以从相反的方向去进行探索; 若直接证明不行, 可采用间接证明. 因此, 逆向思维在解决中学数学问题时, 有着不可忽视的地位.

关键词: 逆向思维; 中学数学; 解决问题

1 引 言

其实, 数学知识本身就是正反两方面问题的转化, 如相等与不相等、函数与反函数、性质定理与判定定理等. 然而我们在解决数学问题的过程中, 总是习惯于沿着事物发展的方向去思考问题并寻求解决办法. 而对于某些问题, 尤其是一些特殊问题, 从结论往已知方向推, 即从求解目标往已知条件推, 反过来去想、去思考, 或许会使问题变得简单. 敢于“反其道而思之”, 让思维向对立面的方向发展, 从问题的相反面进行深入的探索与分析, 从而树立新思想, 创新新解法. 但在实际教学过程中, 教师一般注重对学生进行正(顺)向思维的培养, 而忽视了逆向思维的培养, 因此, 本文主要谈谈对学生逆向思维的培养方法.

2 逆向思维的基本思想

2.1 明确思维方向

在学习数学概念时, 要清楚定义应具有充分必要性, 即“可逆”性. 因此, 在解决数学问题时, 我们必须明确题目的已知条件与求解目标, 从而确定解题思路(数学思维)的方向. 一般涉及以下两种情况:

正向思维: 已知条件 $\rightarrow$ 求解目标 (由上到下解决问题);

逆向思维: 求解目标 $\rightarrow$ 已知条件 (由下到上分析问题).

2.2 选择合理的思维方向

如果利用正向思维解决问题, 我们应合理运用已知条件逐步求解; 若采用逆向思维解决问题, 其解题过程如下:

- (1) 根据具体问题, 假设求解目标(结论)的正确性;
- (2) 由求解目标(结论)反方向推理(倒推)已知条件的存在性;
- (3) 由“可逆”性得出完整的逻辑书写过程.

上述三个步骤的分析也体现了化归思想在中学数学问题解决中的应用.

3 逆向思维的基本应用

3.1 逆向思维在高考选择题中的应用

在数学高考试题中, 选择题的总分值约占卷面总分的三分之一, 地位十分重要, 然而选择题的解题方式却十分灵活, 因此, 我们应学会选择合适的方法来解题. 如:

例 1 (2012 年全国卷(理)第 2 题) 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, $A \cup B = A$, 则 $m =$ ().

(A) 0 或 $\sqrt{3}$

(B) 0 或 3

(C) 1 或 $\sqrt{3}$

(D) 1 或 3

分析 很多同学在做类似的题时, 都是在草稿纸上画出数轴, 再表示出集合 A 和集合 B 进行求解, 然而利用集合的定义, 利用元素的唯一性, 直接将其代入也可以进行判定. 若利用逆向思维解决问题, 首先要假设求解目标(结论)的正确性, 进而判断已知条件的存在性.

若令 A 选项中 $m=0$, 由集合的定义可知, 已知条件存在, 即 $m=0$, 从而排除 C, D 选项; 接下来看 A, B 选项. 通过观察, 可令 $m=3$, 再代入可得, 已知条件存在, 故答案为 B 选项.

例 2 (2012 年安徽卷(理)第 2 题) 下列函数中, 不满足: $f(2x) = 2f(x)$ 的是 ().

(A) $f(x) = |x|$

(B) $f(x) = x - |x|$

(C) $f(x) = x + 1$

(D) $f(x) = -x$

分析 若利用逆向思维解决问题, 首先要假设求解目标(结论)的正确性, 进而判断已知条件的存在性.

通过观察可知, A, B, D 选项均可表示为 $f(x) = kx$ 与 $f(x) = k|x|$ 的形式, 故它们均满足: $f(2x) = 2f(x)$, 因此答案为 C 选项.

例 3 (2012 年安徽卷(文)第 7 题) 若要得到函数 $y = \cos(2x+1)$ 的图像, 只要将函数 $y = \cos 2x$ 的图像 ().

(A) 向左平移 1 个单位

(B) 向右平移 1 个单位

(C) 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

(D) 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

分析 利用逆向思维解决问题, 首先要假设求解目标(结论)的正确性, 进而判断已知条件的存在性.

通过观察函数 $y = \cos 2x$, 若选择 C 选项“向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位”, 即可表示为 $y = \cos 2x \rightarrow y = \cos(2x+1)$, 故答案为选项 C.

3.2 逆向思维在代数问题与几何问题中的应用

例 4 已知水池中某种荷花的面积每天能长一倍, 如果 18 天恰能长满整个水池, 问需经过多少天, 这种荷花恰好能长满半个水池?

分析 显然, 若采用正(顺)向的数学思维方式, 从已知条件到求解目标, 正(顺)向去想, 难以入手, 而若逆向(反方向)考虑, 因为荷花的面积每天会长一倍, 而从半个水池到整个水池恰好需要一天的时间, 即 $18-1=17$, 所以只需 17 天, 这种荷花恰好能长满半个水池.

例 5 (2011 年全国卷(文)第 18 题) $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a \sin A + c \sin C - \sqrt{2} a \sin C = b \sin B$.

(I) 求 B ;

(II) 若 $A = 75^\circ$, $b = 2$, 求 a, c .

分析 对于本题 (I), 若采用逆向思维, 则可演示为:

要求 $\angle B$

$\Downarrow$

即要知道 $\angle A, \angle C$ 之间的正、余弦关系 (已知 $a \sin A + c \sin C - \sqrt{2} a \sin C = b \sin B$)

$\Downarrow$ (由正、余弦定理)

$$\begin{cases} a^2 + c^2 - \sqrt{2} ac = b^2 \\ b^2 = a^2 + c^2 - \sqrt{2} ac \cos B \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故 $\angle B = 45^\circ$.

因为正向思维与逆向思维是相反的过程, 因此, 书写过程可表示为

解 由正弦定理得

$$a^2 + c^2 - \sqrt{2} ac = b^2. \quad (1)$$

由余弦定理得

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B. \quad (2)$$

又因为

$$a \sin A + c \sin C - \sqrt{2} a \sin C = b \sin B, \quad (3)$$

由①②③式可得 $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $B = 45^\circ$.

(II) 同 (I), 通过逆向思维分析问题, 得出解题流程图, 再利用可逆性, 写出解题过程, 即可求出 a, c .

例 6 (2012 年新课标卷 (文) 第 19 题) 如下图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = \frac{1}{2} AA_1$, D 是棱 AA_1 的中点.

(I) 证明: 平面 $BDC_1 \perp$ 平面 BDC .

分析 对于本题 (I), 若采用逆向思维, 则可演示为:

假设平面 $BDC_1 \perp$ 平面 BDC

$\Downarrow$

$DC_1 \subset$ 面 BDC_1 , $DC \subset$ 面 BDC , $BD \subset$ 面 BDC , $DC_1 \perp DC$,

$DC_1 \perp BD$

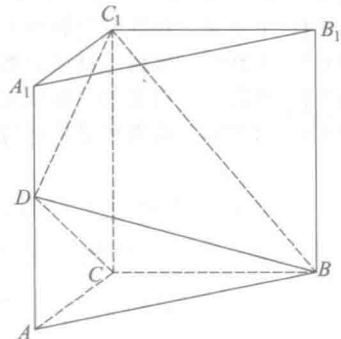
$\Downarrow$

$\angle CDC_1 = 90^\circ$.

因为 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = \frac{1}{2} AA_1$,

所以 $\angle ACD + \angle ADC = \angle A_1DC_1 + \angle A_1C_1D$.

又因为 $\triangle ACD \cong \triangle A_1C_1D_1$,



所以 $\angle ADC = \angle A_1DC_1 = 45^\circ$

$\Downarrow$

$\angle ACD = \angle A_1C_1D = 45^\circ$

$\Downarrow$

$AD = AC$ (已知).

正向思维与逆向思维是相反的过程, 因此, 书写过程可表示为:

(1) 因为在 $\text{Rt}\triangle DAC$ 中, $AD = AC$,

所以 $\angle ADC = 45^\circ$.

同理: $\angle A_1DC_1 = 45^\circ \Rightarrow \angle CDC_1 = 90^\circ$.

所以 $DC_1 \perp DC$, $DC_1 \perp BD$.

又因为 $DC_1 \subset \text{面 } BDC_1$, $DC \subset \text{面 } BDC$, $BD \subset \text{面 } BDC$, $DC_1 \not\subset \text{面 } BDC$,

所以 $DC_1 \perp \text{面 } BCD$.

所以 $DC_1 \perp BC$.

4 结束语

事实上, 解决中学数学问题, 需要用到的数学思想方法不胜枚举, 本文就数学思维中的一个方式: 逆向思维, 进行了简要分析.

每一个学习数学的人, 都应该注重培养自身的数学思想, 而对于中学生而言, 这尤为重要. 由于现在的教学理念已发生了转变, 学校教育也逐渐注重学生数学素养的培养, 而逆向思维作为数学思维的一种基本方式, 其重要性不言而喻. 因此, 在平时学习数学知识的过程中, 我们更应侧重于培养与发展逆向思维.

参考文献

- [1] 周春荔. 数学思维概论[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.
- [2] 王宪昌. 数学思维方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 2010.
- [3] 张 泉. 世界金榜——高中全程复习方略(高中数理)[M]. 吉林: 延边大学出版社, 2011.
- [4] 曲一线. 5年高考3年模拟. 高考理数[M]. 北京: 首都师范大学出版社, 2013.
- [5] 王全林. 现代数学教育研究概论[M]. 广东高等教育出版社,
- [6] 王选章. 理科考试研究数学版[J]. 2014, 12期.
- [7] 林伟芬, 何秀湘. 在稳定之中注重教学概念和思维的考查. 高中数学教与学[J]. 2014. 11期.
- [8] 窦志明. 高考数学快速解题法[M]. 北京: 中国青年出版社.

会阅读才会审题

李雅琳¹ 柯 铎²

(1. 遵义师范学院附属实验学校

2. 遵义师范学院 数学与计算科学学院, 贵州 遵义 563002)

摘 要: 通过多年的教学发现, 学生缺乏良好的阅读习惯和阅读能力, 导致其审题出错. 本文通过研究学生阅读和审题方式, 提出了五步审题法, 以查找审题病根, 进而引导学生把握题目要义, 顺利解决问题.

关键词: 数学; 阅读; 审题; 题设; 结论

审题是指仔细阅读、思考、反复分析题目, 并推究、理解题目的意思. 从数学学科来看, 审题应包括认真阅读题目, 理解题设和结论, 分析题设呈现出来的条件所表示的数量关系或空间形式, 思考结论与题设的数量关系或几何关系.

一、五步审题, 把握要义

无论是做作业还是考试, 都需要认真审题. 数学审题一般要求如下: 第一, 仔细阅读题目中的每一个字、每一个词、每一句话; 第二, 准确理解每一句话, 每一个条件的含义; 第三, 抓住题目中关键的字、词、句; 第四, 找出题目中各种数量之间的关系; 第五, 能准确地用数学语言表达文字语言.

通过以上五步骤, 可以快速、准确、有条理地把握题目的主要含义, 发现题设与结论的内在联系, 寻求问题的解决. 学生要做到这几点, 需要教师在平时的教学过程中, 培养学生的阅读习惯和阅读能力.

二、推究审题, 阅读是根

通过多年的教学发现, 很多学生没有阅读数学书和数学资料的习惯和能力^[1], 导致其对数学题目的审题能力较差, 主要表现在以下几个方面:

(1) 审题不仔细, 看漏字、词、句, 把题目中的符号、字母抄错, 把条件抄漏.

常见的是把匀速运动条件看漏或忽视, 把圆弧 AB 错看成弦 AB , 把整数解看成解, 把非负整数看成非“负整数”, 等等.

(2) 审题不完全, 题目要求看不完全, 读题只读一半.

例 1 人教版七年级上册数学《绝对值》课后习题的第 5 题, 写出下列各数的绝对值:

$$-125, +23, -1.5, 0, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -0.05.$$

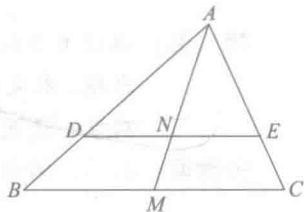
上面的数中哪个数的绝对值最大? 哪个数的绝对值最小?

就这个题, 有超过三分之一的学生只求出了绝对值. 其中, 有的学生还是数学基础和成绩比较好的学生. 究其原因, 很多学生经常在阅读题目时对题目后面的要求和条件视而不见.

(3) 没有做完题后再审一次题目的习惯, 而是想当然, 导致题目没做完.

例 2 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, M 是 BC 边上的一点, AN 交 DE 于点 N , 若 $AE=4$, 求 EC 的长.

此题本身比较容易, 对绝大多数学生来说, 没有问题. 但是, 有相当一部分学生只求出了 AC , 并没有按题目要求进一步求出 EC . 究其原因, 学生没有再阅读一遍题目, 就想当然地认为做完了. 从表面上看, 是学生粗心大意, 实质上是学生没有养成良好的阅读习惯, 进而没有形成一定的阅读能力.



(4) 找不到题目中的关键字句, 或者对题目中的关键字句不深究、不理解.

例 3 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=9$, 点 D 在边 AB 所在的直线上, 且 $AD=2$, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 所在直线于点 E , 求 CE 的长.

此题要求学生自己画图, 绝大多数学生只画出了 D 点在边 AB 上的情况 (见图 1), 求出 $CE=6$; 而 D 点在 BA 的延长线上的情况 (见图 2) 却没有想到. 经过调查发现, 学生们对“点 D 在边 AB 所在的直线上”没有深究, 想当然的理解成“点 D 在边 AB 上”. 在讲评此题时, 教师在“点 D 在边 AB 所在的直线上”这句话中, 重点标出了“所在直线上”这五个字, 这样很多学生马上就明白了还有第二种情况. 还有少数基础较差的学生一时还没理解, 教师就引导阅读“点 D 在边 AB 上”和“点 D 在边 AB 所在的直线上”这两句话并思考其区别, 这样学生很快也就弄明白了.

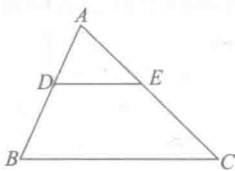


图 1

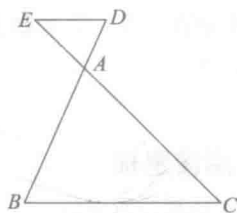


图 2

紧接着, 教师又出了一道题: 在直角三角形中, 有两边长分别是 3 和 4, 求另一边的长. 教师在突出对“两边”含义的理解和引导后, 学生对此问题就迎刃而解了.

(5) 题目文字多, 有的学生会嫌麻烦不去阅读题目, 甚至认为是难题并放弃.

例 4 遵义市 2014 年中考数学第 25 题, 全题约有 300 字, 另加一个速度、时间、路程的函数关系图像, 这极大地增加了学生的阅读量和理解量.

经调查, 中等及以下学生几乎都嫌麻烦, 不愿去仔细阅读题目. 其实, 这种情况的发生, 主要还是因为学生的阅读习惯没有养成, 阅读能力欠缺造成的.

三、审题弊病，对症用钥

(1) 针对审题不仔细，看漏字、词、句，把题目中的符号、字母抄错，把条件抄漏的情况，教师需要在平时的练习中，引导学生遵循“慢审快做”的原则，逐字逐句地去阅读题干。

(2) 针对审题不完全，题目要求看不完全，读题只读一半的情况，教师需要在教学过程中经常引导和监督学生养成完整读题的习惯，罗列题设所呈现的条件，以及结论所要求的问题。

(3) 针对做完题后不检查，不再审一遍而导致遗漏的现象，教师要引导学生养成检查作业、检查题目的习惯。

(4) 针对找不到题目中的关键字句，或者不理解题目关键词、题目条件的作用这一现象，教师需要在平时的教学中，首先对学生进行语句分析的训练，教会学生断句，找中心语、定语等，从而找到关键词；然后对单个的知识点进行巩固和强化；最后再引导学生采取联想的方式，理解知识点间的联系，形成思维链接。这样学生的思维就会得到发散，由一个知识点很快联想到其他知识点。通过阅读题目，很快就理解了题设和条件的意思。

(5) 针对题目文字多，学生会嫌麻烦不去阅读题目的问题，教师应引导学生学会去掉问题背景，将生活问题简化为数学问题，提炼出数学模型，并运用相应知识予以解答。

通过阅读习惯的培养，提升阅读理解能力，仔细分析题干的含义，认真思考结论的联系，在知识结构网络中，发散思维，找到解决问题的关键，握紧审题的钥匙——阅读。会阅读，才会审题。

参考文献

- [1] 李雅琳, 高小军, 柯铎. 七年级学生数学学习兴趣的现状调查[G]//从高考题型分析到实际应用研究. 成都: 西南交通大学出版社, 2015: 123-126.

关于直线与圆锥曲线的位置关系的问题分析

杨 梅 张 斌

(遵义师范学院 数学与计算科学学院, 贵州 遵义 563002)

摘 要: 圆锥曲线是高中数学的重点内容, 也是高考的考点之一^[1]. 本文将对代数方程联立求解和中点弦等问题进行分析归纳, 寻找常见的直线与圆锥曲线位置关系和中点弦题型的一般解题思路, 从而提高解决此类问题的水平.

关键词: 直线; 圆锥曲线; 中点弦

圆锥曲线是高中数学中非常重要的函数曲线. 高考试题中, 与圆锥曲线相关的问题在总分中所占的比例相当大, 它通常情况下, 它是以一道选择题、一道填空题和一道大题的形式出现. 对于这“两小一大”题型, “两小”通常只需要掌握圆锥曲线的基本性质和定义即可, 属于容易题; 而对于大题, 综合性一般较强, 涉及的问题通常有两类: 第一是代数方程求解问题, 第二是中点弦问题. 因此本文就这两类问题展开讨论, 即通过韦达定理和点差法等寻找这两类题型的一般解题思路, 这在一定程度上, 能提高学生的学习水平, 从而提高教学质量.

1. 代数方程与圆锥曲线问题

将表示直线的方程: $Ax + By + C = 0$ (A, B 不全为零) 代入圆锥曲线的方程 $f(x, y) = 0$ 进行消元, 可以把原来的方程组变成一元二次方程, 然后再对二次项系数、判别式的取值进行讨论, 从而得出方程的解, 最终得出直线与圆锥曲线的位置关系. 其中的过程可以近似看作由方程组 $\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ f(x, y) = 0 \end{cases}$ 消去 y (或 x) 后得到的一元二次方程 $ax^2 + by + c = 0$, 经过这样简单的处理后就能够判断直线与圆锥曲线的位置关系.

由此观之, 在求解直线与圆锥曲线问题时, 我们应该运用以下基本思路: 先假定直线 $y = kx + b \rightarrow$ 结合已知方程 $\rightarrow$ 消元 $\rightarrow$ 运用韦达定理 (或判别式) $\rightarrow$ 得出等量关系 (或不等式关系) $\rightarrow$ 最终演变到代数运算.

例 1 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 记 O 为坐标原点, 过点 $Q(0, 2)$ 的直线 l 与双曲线 c 相交于不同的两点 E, F . 若 $\triangle OEF$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 求直线的方程^[2].

解 依题意, 可设直线 l 的方程为 $y = kx + 2$, 代入双曲线 c 的方程, 整理得

$$(1 - k^2)x^2 - 4kx - 6 = 0. \quad (1)$$

因为直线 l 与双曲线 c 有两个不同的交点 E, F , 所以

$$\begin{cases} 1 - k^2 \neq 0 \\ \Delta = (-4k)^2 + 4 \times 6(1 - k^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq \pm 1 \\ -\sqrt{3} < k < \sqrt{3} \end{cases},$$

即 $-\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$ 且 $k \neq \pm 1$. (2)