



航空重力测量 **GPS** 后处理方法及应用

李晓斌 冯磊 著

地质出版社

航空重力测量 GPS 后处理方法及应用

李晓斌 冯 磊 著

地 质 出 版 社

· 北 京 ·

内 容 简 介

本书从航空重力测量领域的实际应用出发,全面系统地介绍 GPS 后处理解算飞行姿态的十维向量参数,即 GPS 时间、位置、速度和加速度等飞行姿态参数。全书分为 5 章:第 1 章介绍基于航空重力测量的基本理论和数学模型、误差定律等;第 2 章阐述了利用星历文件和精密星历文件确定卫星运行参数(WGS-84 坐标系)的理论和计算步骤;第 3 章讨论利用观测文件中伪距、相位、多普勒频移等观测量计算飞机在观测历元的位置、速度和加速度(十维向量)的计算方法,以及航空重力测量的偏心改正等;第 4 章论述如何应用数值计算方法高精度获得飞机“真实”飞行姿态参数;第 5 章主要介绍航空重力中 GPS 解算位置、速度和加速度的处理软件架构设计及应用实例。

本书内容丰富、实用性强,可以使读者系统地掌握航空重力测量中 GPS 后处理的相关知识,同时也可以作为 GPS 后处理计算应用的工具书或参考教材。

图书在版编目(CIP)数据

航空重力测量 GPS 后处理方法及应用 / 李晓斌等著.
—北京:地质出版社,2015.6
ISBN 978-7-116-09317-1

I. ①航… II. ①李… III. ①航空重力测量-研究
IV. ①P223

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 152332 号

责任编辑:孙亚芸 杨 艺

责任校对:张 冬

出版发行:地质出版社

社址邮编:北京海淀区学院路 31 号,100083

咨询电话:(010)66554528(邮购部);(010)66554633(编辑室)

网 址:<http://www.gph.com.cn>

传 真:(010)66554686

印 刷:北京地大天成印务有限公司

开 本:787mm×1092mm $\frac{1}{16}$

印 张:5.5

字 数:133 千字

版 次:2015 年 6 月北京第 1 版

印 次:2015 年 6 月北京第 1 次印刷

定 价:28.00 元

书 号:ISBN 978-7-116-09317-1

(如对本书有建议或意见,敬请致电本社;如本书有印装问题,本社负责调换)

前 言

航空重力测量是近些年发展起来的一种地球物理勘探方法,是以飞机为载体的重力测量技术。与地面重力勘探相比,它具有快速、经济、灵活以及可以在人类罕至地区作业等优点。将传统的地面静态测量的比力仪(重力传感器)放在运动的载体上动态测量有许多需要解决的关键问题。比如,如何保证比力仪的传感器指向垂直方向,如何获得载体给予的扰动加速度等。因此,除飞机之外,航空重力测量还包括3个基本的子系统:测量飞机扰动加速度的子系统、重力传感器(比力仪)测量子系统和使加速度计保持水平的子系统。

GPS在航空重力测量中是不可或缺的。这是因为只有确定了载体飞机的位置资料,重力测量才有意义;只有有了速度、高度等参数,才能计算厄特弗斯改正等。另外,载体的加速度是航空重力测量值中的噪声或扰动,需要从观测值中去除。而这些问题也需要利用GPS技术来解决。

本书从航空重力测量领域的实际应用出发,全面系统地介绍了GPS后处理解算飞行姿态的十维向量参数,即GPS时间、位置、速度和加速度等,数学表示为 $(T, X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z})$ 或 $(t, p_x, p_y, p_z, v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z)$ 。全书分为5章:第1章介绍基于航空重力测量的基本理论和数学模型、误差定律等,从理论分析了航空重力测量系统对GPS解算飞机位置、速度和加速度的要求;GPS解算涉及不同的坐标系统和时间系统,亦介绍了常用坐标系统和时间系统及其相互转换;第2章阐述了利用星历文件和精密星历文件确定卫星运行参数(WGS-84坐标系)的理论和计算步骤,并介绍如何转换为载体坐标系下的解算结果;利用星历文件解算卫星轨道参数后,如何采用插值方法拟合卫星任何历元的轨道参数,并输出与观测文件历元序列(时间序列)一致的数据格式;第3章讨论如何利用观测文件中的伪距、相位、多普勒频移等观测量计算飞机在观测历元的位置、速度和加速度(十维向量)的单点动态定位、差分动态定位等,以及如何使GPS接收机和航空重力的重力(比力)仪器中心完全一致或重合,即航空重力测量的偏心改正;第4章论述如何利用数值计算方法获得飞机“真实”的

飞行姿态参数，主要包括时间域、空间域滤波器和二维滤波器的应用，最小二乘法、Kalman 滤波器等最优估计方法的应用等；第 5 章介绍航空重力中 GPS 解算位置、速度和加速度的处理软件架构设计——PGPS (Post GPS Precess System) 及应用实例，PGPS 已经基本达到了航空重力测量对 GPS 解算飞机位置、速度和加速度的要求。

本书内容丰富、实用性强，可以使读者快速全面系统地掌握航空重力测量中 GPS 后处理的相关知识，同时也可以作为 GPS 后处理计算在其他特殊重要的领域应用的工具书或参考资料。

本书的主要理论体系是第一作者在中国地质大学（北京）攻读博士学位时在张贵宾导师的指导下完成的。第一作者在河南理工大学工作期间，与第二作者一起对软件架构进行了重新设计，采用软件工程学的最新技术对原有代码大幅度改进，主要包括增强 PGPS 软件系统的组件可扩展性、易用性等。

作者在编写本书的过程中参考了不少专家和学者的著作、学术论文和经验总结等，在此对他们表示最诚挚的谢意。同时，感谢河南理工大学资助本书的出版。

限于作者的理论水平和实际开发经验，不当及疏漏之处在所难免。当前航空重力测量技术仍处于研究和发展阶段，虽然我们力求与时俱进，反映该领域中的最新成果，但未必能如愿。真诚希望广大读者批评指正。

作者

目 录

前 言

第 1 章 绪论	(1)
1.1 背景和意义	(1)
1.1.1 概述	(1)
1.1.2 发展背景	(2)
1.2 航空重力的基本理论	(3)
1.2.1 基本原理	(3)
1.2.2 系统构成	(4)
1.3 航空重力测量对 GPS 解算的要求	(5)
1.3.1 数学模型分析	(5)
1.3.2 误差方程分析	(7)
1.3.3 GPS 观测量选择	(8)
1.4 坐标系统	(8)
1.4.1 常用坐标系	(8)
1.4.2 坐标系转换	(10)
1.5 时间系统	(12)
1.6 本章小结	(13)
第 2 章 卫星轨道计算技术	(15)
2.1 观测文件介绍	(15)
2.2 卫星轨道计算	(15)
2.2.1 卫星轨道相关参数	(15)
2.2.2 卫星的位置解算	(17)
2.2.3 卫星的速度求解	(21)
2.3 数据标准化	(22)
2.3.1 导航文件数据标准化	(22)
2.3.2 观测文件数据标准化	(24)
2.4 计算实例	(25)
2.5 本章小结	(25)
第 3 章 动态向量定位解算	(29)
3.1 位置解算模型	(29)
3.1.1 伪距单点定位	(29)
3.1.2 差分定位解算	(33)

3.1.3	相位定位解算	(36)
3.2	速度解算模型	(37)
3.2.1	数字差商法	(37)
3.2.2	直接求解法	(37)
3.3	加速度解算模型	(40)
3.4	差商的应用	(41)
3.4.1	基本理论	(41)
3.4.2	差商频谱特征	(42)
3.5	偏心改正	(43)
3.5.1	地固坐标系转换至当地水平坐标系	(43)
3.5.2	载体坐标系转换至当地水平坐标系	(44)
3.6	本章小结	(45)
第4章	数据处理及误差改正	(47)
4.1	滤波器应用	(47)
4.1.1	时间域滤波器	(47)
4.1.2	空间域滤波器	(49)
4.1.3	二维滤波器	(49)
4.2	最优估计应用	(51)
4.2.1	最小二乘法应用	(51)
4.2.2	Kalman 滤波器应用	(52)
4.3	观测误差源及其改正	(54)
4.3.1	电离层延迟误差源及改正	(54)
4.3.2	对流层折射误差源及改正	(56)
4.3.3	与 GPS 卫星有关的误差	(57)
4.3.4	与接收机设备有关的误差	(58)
4.3.5	多路径的影响	(58)
4.4	本章小结	(58)
第5章	软件架构设计及实现	(60)
5.1	架构与组件	(60)
5.2	系统开发	(63)
5.3	应用实例	(66)
5.3.1	位置解算	(67)
5.3.2	速度解算	(68)
5.3.3	加速度解算	(70)
5.4	本章小结	(71)
参考文献及资料		(72)
附录1 注释		(74)
附录2 RINEX 文件格式		(77)

第1章 绪 论

1.1 背景和意义

1.1.1 概述

人类在探索地球板块运动及其奥秘、寻找能源和矿产资源、区域地质填图、水文和工程地质勘察、地质灾害防护等活动中,地球物理测量的作用不可或缺,重力测量就是地球物理测量的重要方法之一。地球重力场测量和研究对大地测量、军事科学、空间技术、海洋学等学科都发挥着举足轻重的作用。此外,它也是监测火山喷发、局部地层沉降、抗震减灾的重要手段之一。航空重力测量技术是传统重力测量技术的历史性变革,是物理学家、大地测量学家和地球物理学家等长期追求的一个目标^[1]。

航空重力测量是以飞机为载体的一种新型的重力测量技术。除快速、经济、灵活、精度高等特点外,还能够有一些难以进行地面重力测量的区域进行作业,如冰川、沼泽、原始森林、沙漠等交通不便和无人居住区。尽管传统的地面静态重力测量技术能够获取地球重力场的高频信息,但受地形等客观因素制约,不仅效率低,而且只能局限于陆地的部分地区。近二三十年来,船载重力测量技术作为一种动态重力测量方法,成为采集海洋局部重力数据的主要手段。船载方法的运动速度低且行驶在一个平均海面上,仅靠测量系统硬件方面的阻尼和合适的滤波技术,便可达到所要求的精度。然而,正因为速度慢且只能限于海面作业,其仍是一种低效的重力测量方法。随着卫星测量技术的发展,重力测量跨入了空间重力测量的新时代。卫星测高技术的发展极好地解决了海洋重力场的确定问题,随着测高卫星的增多以及重力测量技术的不断改进,测高数据不断丰富,由其推算的地球重力场的精度和分辨率也得到了很大提高。尽管卫星重力测量技术能够测定全球重力场,但仍只能测定地球重力场的中长波分量,还不能满足勘探领域的测量要求。因此,低空高效的航空重力测量成了地球物理工作者追求的重力测量方法,它可以快速地获取分布均匀、精度良好、面积广大的地球重力场信息^[2]。

航空重力测量是以飞机为载体,综合应用重力传感器(比力仪)、GPS(全球定位系统)、INS(惯性导航系统)、激光(或雷达)、无线电和计算机等技术测量近地面空中地球重力场信息的一种重力测量方法。爱因斯坦(Einstein)在其广义相对论中阐述了等效原理(the principle of equivalence),即在一个封闭系统内的观测者不能分辨(区分)作用于它的力是引力还是它所在的整个系统正作用给它的加速运动。对航空重力测量而言,飞机载体的加速度对重力测量仪(比力仪)造成的重量感,与牛顿(Newton)万有引力定律定义的引力的效应完全相同^[3]。如果将一台重力仪安装在一个活动平台内进行重力测量,这台重力仪就是“封闭系统内的观测者”,它可以感受(测量)引力和惯性力的作

用,但不能区分它们;因此,测量地球重力异常必须设法测量并消除活动平台或载体惯性力。若要从重力仪中获取实际重力异常值,就要去除飞机产生的扰动加速度,由于地球的自转和飞机飞行产生的离心力也应从重力仪的观测数据中剔除。

航空重力测量系统研制属学科前沿课题,系统本身也是集多个分系统、多种技术于一体的新型重力测量装备,其关键技术之一是从重力仪所测总加速度中分离出飞机运动等因素产生的扰动加速度。精确地确定扰动加速度依赖于精确地获得载体的位置、速度和加速度,应用 GPS 技术就是解决该问题的途径之一。实际上,正是得益于 GPS 的应用,航空重力测量研究再次成为地球物理学家的研究热点之一;也正是 GPS 技术的发展,航空重力测量技术才得以发展,并有了实际的研究价值。GPS 动态定位技术的发展,给航空重力测量的发展注入了新的活力,使航空重力测量实验突破了主要障碍^[3]。

GPS 在航空重力测量中不可或缺,这是因为只有确定了载体飞机的位置,重力测量资料才有实际意义;只有有了速度、高度等参数才能计算厄特弗斯改正、进行资料的上下延拓处理等。另外,载体的加速度是航空重力测量值中的噪声,需要从观测值中去除,这些问题也需要利用 GPS 技术来解决。应当指出的是,实现高精度的航空重力测量,就国际成功的实验而言,均采用 DGPS (Differential Global Positioning System) 后处理方法。本书基于 DGPS 动态后处理理论与方法的研究,成功地开发了相应的处理软件,可以精密地解算飞机的位置、速度和加速度,为航空重力测量系统提供高精度、可靠的飞行资料。

依据观测的类型和观测方法的不同,习惯上按照航空重力测量的复杂程度,将航空重力测量分为航空标量重力测量、航空矢量重力测量和航空梯度重力测量 3 类。本书所指航空重力测量系统指航空标量重力测量。此外,航空重力测量中 GPS 解算处理技术可广泛地应用于空间大地测量、航空摄影测量和全球性的板块运动、地壳运动检测、地质灾害监测等领域,有广泛的社会应用前景以及巨大的显性和隐性需求,并能产生显著的社会和经济效益^[5]。

1.1.2 发展背景

GPS 全球定位系统是在美国国防部的军用卫星导航系统的基础上发展起来的,它可以提供全天候连续导航定位,是航天飞机和载人飞船最理想的制导、导航系统,在现代科技发展史上具有划时代的意义。目前投入使用的卫星导航系统有美国的 GPS 卫星系统、俄罗斯的 GLONASS 卫星系统、中国的北斗卫星系统等。已有多种可以同时接收 GPS 卫星和 GLONASS 卫星信号的接收机投入市场,例如,Ashtech 公司的 GG24 和 Z18, TSP 公司的 Javad Legacy GGD 等。但由于 GLONASS 系统在轨卫星有限,且用于精密定位并不比 GPS 系统更具优越性,因此并没有得到广泛的实际应用。根据已有文献资料,利用 GPS 动态定位精度误差在 0.5m 左右,而同样条件下,利用 GLONASS 动态定位误差可达 42m。实际上,目前利用 DGPS 动态定位可以达到 0.02m 的定位精度^[1~12]。因此,本书主要针对 GPS 技术在航空重力测量的应用进行研究。

GPS 发展之初,采用伪距测量的方法,测量精度仅能达到百米左右^[1~14]。对许多要求提供高精度定位信息的用户,探求精密定位方法是开发和应用 GPS 动态测量技术的重大课题。1985 年,美国大地测量局 Remindi 博士首次提出了利用载波相位测量进行 GPS

动态定位的方法^[1-15]。但是，由于当时存在的两大问题：一是 GPS 接收机的动态特性较差，难以达到实用的目的；二是如何快速地确定整周模糊度和精确检测修复周跳等问题，使 GPS 动态定位实验和应用受到了很大的限制。针对这些问题，科学家们经过几年努力，使 GPS 接收机可靠性、动态稳定性以及价格性能比都有了很大提高。与此同时，模糊度快速解算技术（统称 OTF 算法）也取得了突破性进展，各种各样的数据处理软件包也相继问世，并由此出现了几种著名的算法，如模糊度双函数法 AF、最小二乘法、模糊度协方差阵法和双频伪距法以及 Kalman 滤波法等^[4-8]。另外，由于动态用户的应用目的和精度要求不同，GPS 定位方法亦随之不同，从目前的应用和研究来看，主要分为 3 种：单点动态定位，实时差分动态定位，后处理差分动态定位。

GPS 定位理论和软件科学的发展促进了 GPS 定位软件的研发，一批满足不同用户需求的 GPS 定位软件相继面世。目前，国际上著名的高精度 GPS 后处理分析软件有美国麻省理工学院（MIT）和加利福尼亚大学圣地亚哥分校 Scripps 海洋研究所（SIO）研制的 GAMIT/GLOBK、美国喷气推进实验室（JPL）研制的 GIPSY/OASIS 软件和瑞士 BERNE 大学研制的 Bernese 软件等。

国内著名的 GPS 处理软件有原武汉测绘科技大学研制的 GPSADJ、PowerAdj 系列平差处理软件、同济大学研制的 TGPPS 静态定位后处理软件及武汉大学研制的高精度 GPS 动态测量数据处理软件——DDKIN。

由于航空重力测量的特殊性，这些国内外已有的 GPS 数据处理软件包不能直接应用于航空重力测量，特别是飞机的加速度求解方面。实现高精度航空重力测量，就国际成功实验而言，均采用 GPS 后处理差分动态定位方法。本书即基于 GPS 差分动态后处理技术，依据软件工程学的架构理念和研究的理论等，开发 PGPS（Post GPS Precess System）航空重力测量的 GPS 后处理系统软件包，并集成到由河南理工大学开发的 Eageo - Designer 地学软件系统。经对实际资料进行处理，并与国际先进的重力测量系统的 GPS 处理结果对比，显示应用本系统处理的结果与用国际先进软件处理的结果几乎完全重合，能满足航空重力对 GPS 资料处理的需要。

1.2 航空重力的基本理论

1.2.1 基本原理

在经典力学的惯性参考系中，根据牛顿第二定律，作用于单位质点上的总加速度矢量 f_i （称为比力）、载体运动加速度矢量 $\ddot{\mathbf{r}}_i$ 和引力加速度矢量 $\mathbf{G}_i$ 之间的关系为

$$\mathbf{f}_i = \ddot{\mathbf{r}}_i - \mathbf{G}_i \tag{1.1}$$

牛顿第二定律只成立于惯性系。根据爱因斯坦等效原理， $\ddot{\mathbf{r}}_i$ 与 $\mathbf{G}_i$ 是不可分的。因此，要获取引力加速度 $\mathbf{G}_i$ ，则必先求得载体运动加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_i$ （通过动态 GPS），再从测得的比力中将其减去。

传统的地面静态重力测量中 $\ddot{\mathbf{r}}_i = 0$ ，加速度计的观测量就是重力场矢量。大多数地面重力仪都是建立在这个原理上设计的。然而，对于航空重力测量而言，情况要复杂得多。

由于加速度计一直处于运动状态，一方面载体运动加速度矢量 $\vec{r}_i$ 不为零，另一方面加速度计敏感轴的稳定难以维持。关于加速度计敏感轴的稳定问题，主要通过硬件（惯性系统 INS）来解决。关于如何消除载体运动加速度的问题，有两种不同的解决途径：一是采用两个不同的加速度测量系统，其中一个的输出中含有引力加速度，而另一个不含，在同一坐标系中对两组加速度输出求差，即可消去载体运动加速度，剩下的差值中就是引力加速度和系统误差的影响；二是通过共用基线的两个加速度计的输出值求差，以消去载体运动的影响，如果共用基线是旋转稳定的，由差值读数可以获得重力梯度分量，这也是重力梯度测量的基本原理。

针对上述的第一种航空重力测量方法，一般采用 DGPS 方法测量飞机载体的加速度，即利用 DGPS 的输出不含引力加速度，这也正是本书要解决的主要问题。

1.2.2 系统构成

从基本理论可知，航空重力测量系统通常包括 3 个部分：用于测量重力加速度计的重力仪（比力仪）系统，使加速度计保持水平的系统（惯导系统），飞机动态定位系统（GPS 系统）。因此航空重力系统也可以认为是以飞机作为系统的运载平台，综合应用重力仪、GPS、测高仪以及姿态传感器等的航空重力测量系统。其中 GPS 系统用于获取时间、空间三维位置、载体的速度、加速度等信息，为重力传感器（比力仪）测得的总加速度提供各种改正的原始参数等。典型航空重力测量系统如图 1.1 所示。

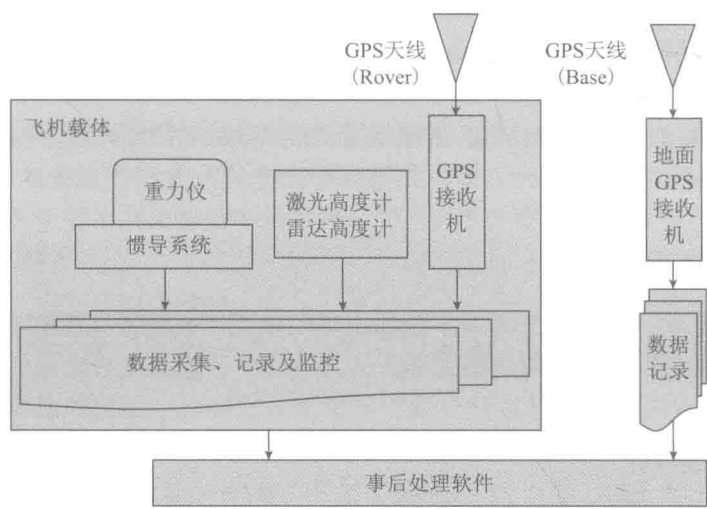


图 1.1 航空重力测量系统结构框图

除飞机外，航空重力测量系统主要包括如下几个分系统：

1) 惯导系统。惯导系统在航空重力测量系统中主要有两个功能：一是稳定平台，并使重力（比力）传感器指向垂直方向；二是测量载体的姿态和方位角之类。惯导系统主要由 3 个高精度加速度计、3 个单轴陀螺仪以及相应的电路系统组成。加速度计的零偏稳定性应优于 1mGal^①，刻度因子稳定性应优于 1×10^{-6} ，陀螺的随机漂移应优于 0.01°/h。由

① 1Gal = 1cm/s²

于飞机发动机等引起的高频加速度是所需要确定的重力异常的成百上千倍，在高频环境下，惯性器件导致计算的压力也会大幅度增大。为了提高重力的精度和分辨率，一般综合采用气垫阻尼、液压阻尼等减振方法来削弱高频加速度的影响，减震系统可以用来削弱高频加速度的影响，一般减振系统的截止频率为 5 ~ 10Hz。

2) GPS 系统。包括机载 GPS 接收机和地面 GPS 接收机（基站）两部分，主要用于获取时间、空间三维位置、速度、加速度等信息，同时利用 GPS 接收机的授时信号进行传感器之间的时间同步。

3) 高度传感器。包括激光高度计和雷达高度计，用于测定飞机至地面的垂直距离，以便将空中重力异常归算到地面，其测量精度需达到 1m。另外，当在海上或者大型湖面上测量时，高度测量值也可作为测定飞机的垂直加速度提供冗余信息。

4) 数据采集、记录与监控分系统。完成所需数据的采集、记录，并对系统的状态进行监测和控制。

5) 事后处理软件。航空重力测量数据采用事后处理的方法，流程如图 1.2 所示。

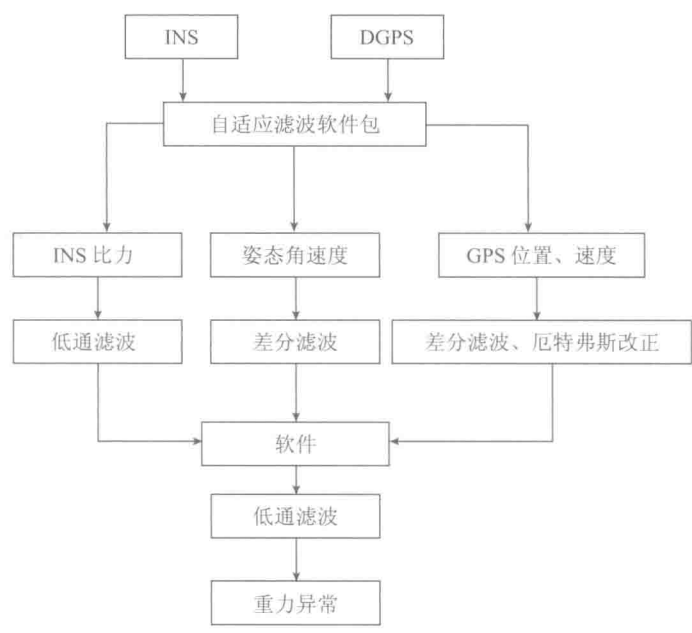


图 1.2 航空重力事后处理软件框架图

1.3 航空重力测量对 GPS 解算的要求

1.3.1 数学模型分析

航空重力测量通常是相对重力测量，而航空重力仪在飞机起飞前需做静态观测（飞机起飞前 15 ~ 30min），将空中重力观测值 f_h 与地面重力基准值 r_0 相联系，亦为获得 GPS 相位定位的整周模糊度。根据上述的航空重力基本原理，航空重力测量的基本数学模型：

$$\delta_g = g_h - \dot{v}_h + \left(2\Omega \cos\varphi + \frac{v_E}{N+h} \right) v_E + \frac{v_N}{M+h} v_N - \gamma \quad (1.2)$$

式中： δ_g 为要计算的重力异常； h 为飞行高度； g_h 为实际重力测量值； $\dot{v}_h$ 为飞机非水平飞行产生的垂直加速度； v_E 和 v_N 分别为飞机的东向和北向速度分量； M 和 N 分别为子午圈径、卯酉圈的曲率半径； Ω 为地球角速度； φ 为地理纬度； γ 为赫尔默特公式中的地球表面正常重力场。^①

公式 (1.2) 中 γ 可定义为

$$\gamma = \gamma_0 - g_f \quad (1.3)$$

式中： γ_0 为正常椭球面上正常重力； g_f ^② 为重力测量的空间改正，其计算公式为 $g_f = \frac{\partial \gamma}{\partial h} h + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} h^2$ ，其中 $\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -0.3086 \text{ mGal/m}$ ， $\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} = 7.2 \times 10^{-8} \text{ mGal}$ ，故可得空间改正的二次项近似式：

$$g_f = 0.3086 \cdot (1 + 0.0007 \cos 2\varphi) (h - \Delta h - L) - 0.72 \times 10^{-7} \cdot (h - \Delta h - L)^2 \quad (1.4)$$

式中： g_f 为空间改正； φ 为地理纬度； h 为飞行高度； L 为大地水准面高； Δh 为地形高程改正。

正常重力改正采用 CGS2000 正常重力公式：

$$\gamma_0 = 978032.53361 \times \left[\frac{1 + 0.001931852619 \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - 0.006694338002290 \sin^2 \varphi}} \right] \quad (1.5)$$

式中： γ_0 表示正常重力。

式 (1.2) 中第三、四项为厄特弗斯改正，是载体围绕地球这个旋转椭球体运动而产生的偏移和科里奥利加速度，这是在航空重力处理中必需的一项改正，其量级可达 1500 mGal，此项改正项用 g_e 表示：

$$g_e = \left(2\Omega \cos\varphi + \frac{v_E}{N+h} \right) v_E + \frac{v_N}{M+h} v_N \quad (1.6)$$

对式 (1.6) 的另一公式为

$$g_e = \frac{v^2}{a} \left\{ 1 - \frac{h}{a} - f[1 - \cos^2 \varphi (3 - 2 \sin^2 \theta)] \right\} + 2\Omega v \cos \varphi \sin \theta \quad (1.7)$$

式中： a 为地球椭球体的长半轴； f 为地球椭球体的扁率； θ 为飞机飞行的方位角； v 为飞机水平飞行速度， $v^2 = v_E^2 + v_N^2$ ，其中， v_E 为东向飞行速度， v_N 为北向飞行速度；其他符号意义同前。

式 (1.2) 中 $\dot{v}_h$ 为飞机非水平飞行时产生的垂直加速度，重力加速度对之较为敏感，其量级经滤波等手段处理后一般可达 600 mGal，远远大于重力异常数值，此为改正项，以 g_v 表示。

另外，由于惯性平台不水平产生的水平加速度对垂直方向的影响以及观测重力值与真实重力值之间的偏差，通常为平台非水平加速度改正，以 g_r 表示。由此可得重力异常：

① 地心向径：即地球质心与航空重力仪器质心间的距离向量。

② 由于 a 为地球的长半轴，故文中的加速度全部用 $g_{[\]}$ 来表示，其中下标 $[\]$ 为相应的物理意义。

$$\delta_g = g_h - g_v - g_e - g_r - \gamma \quad (1.8)$$

假设机场基准重力加速值为 g_b ，此处重力比力仪设置初值为“0”，空中比力测量值为 δ_g^* ，则飞机所测实际位置的重力加速度 g_h 可表示为

$$g_h = \delta_g^* + g_b \quad (1.9)$$

综合上述诸式，可得航空重力测量的实用数学模型如下：

$$\delta_g = g_b + \delta_g^* - g_v - g_e - g_r + g_f - \gamma_0 \quad (1.10)$$

当平台精度在 $1'$ 之内时，平台非水平加速度改正 a_r 小于 0.2mGal ，通常可以忽略，此时，式 (1.10) 可简化为

$$\delta_g = g_b + \delta_g^* - g_v - g_e + g_f - \gamma_0 \quad (1.11)$$

由以上理论分析可知，航空重力测量要求计算飞机的位置、速度、加速度等，而这些主要由 GPS 处理解算获得，式 (1.10) 也反映了 GPS 解算在航空重力测量中应用的理论要求。

需要指出的是：上述分析的前提为比力仪和 GPS 的观测时间完全同步，重力（比力）仪器中心与 GPS 天线中心点也完全一致或重合。实际上，重力测量系统存在着时间同步误差，在实际测量前需要时间同步调整，即采用 GPS 的授时脉冲。在空间位置上，由于 GPS 天线中心并非在重力传感器中心，因此需将 GPS 测量结果归算到重力传感器中心，即所谓的偏心改正。

1.3.2 误差方程分析

在航空重力中，GPS 系统用于测量运动载体的位置、速度和加速度等信息，并用以计算各类扰动改正项，从而对重力传感器测得的总加速度去除飞机的加速度等。根据航空重力测量的基本原理和实用数学模型，下面分析航空重力测量对 GPS 动态定位系统的精度要求。

根据航空重力数学模型，由式 (1.10) 可导出误差模型：

$$\sigma_{\delta_g}^2 = \sigma_{g_b}^2 + \sigma_{\delta_g^*}^2 + \sigma_{g_v}^2 + \sigma_{g_e}^2 + \sigma_{g_f}^2 + \sigma_{g_r}^2 \quad (1.12)$$

式中： $\sigma_{[\]}^2$ 表示相应量的方差。

式 (1.12) 略去了时间同步误差等。

根据误差传播定律，可得

$$\begin{aligned} \sigma_{\delta_g}^2 = & \sigma_{g_b}^2 + \sigma_{\delta_g^*}^2 + \sigma_{g_v}^2 + \left(2\Omega \cos\varphi + \frac{2v_E}{N+h} \right)^2 \sigma_{v_E}^2 + \left(\frac{2v_N}{M+h} \right)^2 \sigma_{v_N}^2 \\ & + \left(2\Omega \sin\varphi \cdot v_E + \frac{\partial\gamma}{\partial h} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial h} \right)^2 \sigma_h^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

由式 (1.13) 可见：运动载体的位置、速度和加速度的测定精度直接影响航空重力测量中各项改正的测量精度，即

$$\sigma_{ae}^2 = \left(2\Omega \cos\varphi + \frac{2v_E}{N+h} \right)^2 \sigma_{v_E}^2 + \left(\frac{2v_N}{M+h} \right)^2 \sigma_{v_N}^2 + \left(2\Omega \sin\varphi \cdot v_E + \frac{\partial\gamma}{\partial\varphi} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 \quad (1.14)$$

$$\sigma_{af}^2 = \left(\frac{\partial\gamma}{\partial h} \right)^2 \sigma_h^2 \quad (1.15)$$

$$\sigma_{gv}^2 = a_{gv}^2 \quad (1.16)$$

综上所述,在航空重力测量中,对 GPS 计算飞机位置、速度和加速度等有着较高精度要求,并且由于重力异常变化较小,也要求 GPS 处理精度很高。

1.3.3 GPS 观测量选择

GPS 接收机采用被动式测距原理,即通过测量来自 GPS 卫星的导航定位信号的传播延时(需要两个时钟,即卫星钟和接收机钟)和电磁波的传播速度(光速)测得 GPS 接收机与卫星之间的距离。GPS 接收机通过对卫星信号解调获得不同的观测量,其中主要包括:

- 1) 根据码相位观测得出的码伪距;
- 2) 根据载波相位得出的多普勒计数;
- 3) 根据载波相位得出的多普勒频移(载波相位变化率的瞬时观测值)。

由于航空重力测量对高精度 GPS 解算的要求,选择不同的观测量的解算误差对定位结果的影响不容忽视。

GPS 定位方法可采用伪距或载波相位,伪距定位的观测噪声为米级(P 码精度为 0.1 ~ 0.3m, C/A 码精度为 1 ~ 3m),而载波相位测量的精度可达到毫米级,即使更长距离的测量,测量精度的三维误差也可达 $\pm 3\text{cm}$ 。这是因为:①载波波长较 P 码码元的响应长度短两个数量级;②在相位测量精度相同的情况下,载波相位测量误差对测距精度的损失较 P 码码相位测量误差小两个数量级,载波相位测量的距离分辨率也较 P 码相位测量的距离分辨率高得多。利用 P 码相位测量,距离分辨率可达 0.047mm,对载波相位(L1)测量,则可达 0.0029mm。进一步研究^[1~44]表明,利用载波相位动态定位技术,水平测量精度可达 2cm,高程测量精度可达 5cm。因此,在航空测量中,GPS 动态定位的较佳途径是利用载波相位。在 GPS 信号中,L1 载波的中心频率为 1575.42MHz,而 L2 载波的中心频率为 1227.60MHz,L1 载波的波长也较 L2 载波短,分辨率也较高^[1~15]。

综上所述,在航空重力测量 GPS 后处理中,采用 L1 相位测量值可以获得较高的飞机位置解算精度。另外,还需要得知更多计算参数,而大多数参数需要从导航文件或观测文件中读取,当然亦可人工干预设置相关的参数。

1.4 坐标系统

航空重力测量及其 GPS 解算和处理等涉及多个坐标系统及坐标系之间的相互转换。坐标系统可以分为两类:一类是惯性坐标系,它与地球的自转运动无关,主要用来描述卫星或其他天体的运动状态,根据经典牛顿力学的理论,理想的惯性系在空间中的定位和定向应保持不变或仅做匀速直线运动;另一类是非惯性坐标系,主要用于描述地表、水下或低空特定点的空间位置。

1.4.1 常用坐标系

主要用于分析航空重力测量及 GPS 解算中涉及的常用坐标系统及其它它们之间的相互转换。

(1) 似惯性坐标系 $S^i = [O^i; x^i, y^i, z^i]$

绝对的惯性系是不存在的，实际上只要原点和参照物的移动与转动角速度远小于惯性测量对参数所要求的精确度，就可近似看成惯性系。若把地球看作一个天球，则似惯性系坐标原点 O^i 位于地心， x^i 指向春分点（黄道与赤道交点）， z^i 重合于平均地球自转轴，指向北极， y^i 与 x^i, z^i 构成右手系，如图 1.3 所示。

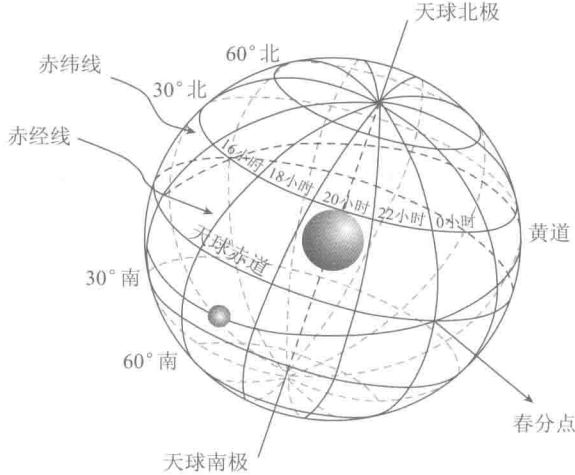


图 1.3 天球的概念

在这个坐标系中，可以应用牛顿经典力学的计算公式得到航空重力测量的核心公式，也可以将来自不同坐标系测量所得到的数据统一到此坐标系中进行计算。对于 GPS 卫星而言，我们关心的是卫星相对于地球的运动，因而采用的是地心天球坐标。

(2) 地固坐标系 $S^e = [O^e; x^e, y^e, z^e]$

地固坐标系也称地固地心坐标系，一般可分为地心空间直角坐标系和地心大地坐标系。

地心空间直角坐标系：原点 O^e 与地球质心重合， x^e 指向 O 经度和 O 纬度交点（本初子午线和赤道交点）， z^e 与平均地球自转轴重合指向北极， y^e 与 x^e, z^e 构成右手系。

地心大地坐标系：地球椭球的中心与地球质心重合，椭球的短轴与地球自转轴相重合，大地纬度 φ 为过地面点的椭球法线与椭球赤道面的夹角，大地经度 λ 为过地面点的椭球子午面与本初子午面之间的夹角，大地高 h 为地面点沿椭球法线至椭球面的距离。

地心空间直角坐标系的 3 个轴与地心大地坐标系的 3 个轴重合。也就是说，在以上两种坐标系中，地面或空中任一点 P 的位置可以用地心空间直角坐标系 (x, y, z) 表示，也可以用地心大地坐标系 (φ, λ, h) 表示。

地心空间直角坐标系与地心大地直角坐标系的转换关系式为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos\varphi \cos\lambda \\ (N + h) \cos\varphi \sin\lambda \\ (N + h) \sin\varphi \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

式中： $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}}$ ，为卯西圈的曲率半径， a 为椭球的长半轴， e 为椭球第一偏心率。

地固坐标系在大地测量领域中应用较广，全球定位系统（GPS）所采用的 1984 年世界大地坐标系实际上就是这一地固坐标系的近似。自 1987 年 1 月 10 日之后，GPS 卫星星历均采用 WGS-84 坐标系统。因此，GPS 网的测站坐标及测站之间的坐标属于 WGS-84 系统。

(3) 导航坐标系 $S^n = [O^n; x^n, y^n, z^n]$

原点 O^n 在仪器中心， x^n 沿卯酉圈方向指向东， y^n 沿子午圈方向指向北， z^n 沿椭球外法线方向指向天顶。利用 GPS 卫星相对 GPS 接收机一般采用这样的坐标系，GPS 解算时，也称之为站心坐标系或当地水平坐标系。使用站心坐标系能够比较直观方便地描述卫星与观测站之间的瞬时距离、方位角和高度角，了解卫星在天空中的分布情况。

(4) 载体坐标系 $S^b = [O^b; x^b, y^b, z^b]$

原点 O^b 在载体中心， x^b 指向载体前进路线的右方向， y^b 指向载体前进方向， z^b 与 x^b 、 y^b 构成右手系。惯导系统的观测信息（角速度及比力）就是沿该坐标系 3 个轴向的相应分量。

不同坐标系之间的相互关系参见图 1.4。

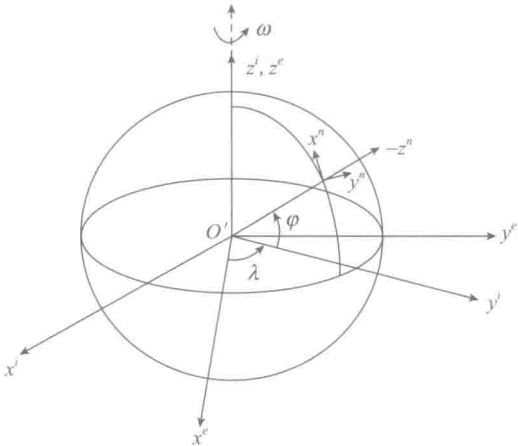


图 1.4 不同坐标系之间关系

1.4.2 坐标系转换

笛卡尔坐标系（正交坐标系）之间的变换是正交旋转变换，新、旧坐标系之间的变换可用连续旋转变换得出。用 $x_1 = x$ ， $x_2 = y$ ， $x_3 = z$ 表示坐标轴，设绕 x_i 轴顺时针旋转 θ_i 角所对应的旋转矩阵用 $R_i(\theta_i)$ 表示，则相应的旋转矩阵为

$$R_x(\theta_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & \sin\theta_i \\ 0 & -\sin\theta_i & \cos\theta_i \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta_i) = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & 0 & -\sin\theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_i & 0 & \cos\theta_i \end{pmatrix}$$