普通高等教育"十二五"规划教材

大学物理实验教程

Daxue Wuli Shiyan Jiaocheng

杨 瑛 ◎ 主编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验教程

主　编　杨　瑛

副主编　张红美　孔德国　郑文轩

北京邮电大学出版社
·北京·

内容简介

本书包括绪论；测量误差、不确定度及数据处理基础知识；力学和热力学实验；电磁学实验；光学实验；近代物理实验；设计性与研究性实验等内容。在具体实验安排上，遵照由浅入深、循序渐进的原则进行编写，保留了长期教学实践证明对培养学生科学实验能力行之有效的典型实验，又增加了近代科技中具有代表性的实验，增添了一些具有时代信息的综合性和设计性实验项目，以期进一步加强学生分析和解决实际问题能力同时，也让学生了解科学发展的新方向。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程 / 杨瑛主编. -- 北京：北京邮电大学出版社，2015.8

ISBN 978-7-5635-4447-9

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 176052 号

书　　名	大学物理实验教程
主　　编	杨　瑛
责任编辑	张保林
出版发行	北京邮电大学出版社
社　　址	北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真	010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真)
网　　址	www.buptpress3.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经　　销	各地新华书店
印　　刷	北京泽宇印刷有限公司
开　　本	787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张	12.5
字　　数	312 千字
版　　次	2015 年 8 月第 1 版　2015 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-4447-9　　　定　价：28.00 元

前 言

大学物理是一门实验性课程,大学物理实验课程的开设有助于培养学生动手操作能力和科学探索精神。通过大学物理实验可以加强学生对理论的理解、提高分析和解决实际问题的能力,是从理论到实际的结合。大学物理实验课程作为高等院校开设的一门公共必修课,对培养学生的分析问题、解决问题、动手操作能力和严谨的科学探索精神起着重要的引领作用。在实验中,学生将通过相互协作、配合完成实验,并且养成爱护公物、自觉维护实验室纪律的好习惯。

本教材共有 3 个章节 40 个实验内容,包括力学、热学、电磁学和光学各大篇章的实验内容,分为误差与数据处理、基础实验和综合设计性实验。为了方便本校学生使用,本教材中的实验仪器已经按实验室仪器更新速度进行编写,避免了以往教材与仪器不配套的不便。

本书由塔里木大学工程基础系教师杨瑛、张红美、孔德国和郑文轩共同编写、审校。教材适用于普通高等院校非物理专业的理、工、农、医类各专业的大学物理实验课教学,也可作为大学物理实验课程教学参考书。

本教材在编写过程中,得到了学校有关部门和领导的大力支持和帮助,参阅和借鉴了同类教材和相关文献资料,在此一并表示感谢!

由于时间仓促和编者水平有限,书中难免存在不妥和错误之处,恳请读者批评指正!

编者

2015 年 8 月

目　录

第一章　误差理论及数据处理

物理实验的任务不仅是定性地观察各种自然现象，更重要的是定量地测量相关物理量。而对事物定量地描述又离不开数学方法和进行实验数据的处理。因此，误差分析和数据处理是物理实验课的基础。本章将从测量及误差的定义开始，逐步介绍有关误差和实验数据处理的方法和基本知识。误差理论及数据处理是一切实验结果中不可缺少的内容，是不可分割的两部分。误差理论是一门独立的学科。随着科学技术事业的发展，近年来误差理论基本的概念和处理方法也有很大发展。误差理论以数理统计和概率论为其数学基础，研究误差性质、规律及如何消除误差。实验中的误差分析，其目的是对实验结果作出评定，最大限度地减小实验误差，或指出减小实验误差的方向，提高测量质量，提高测量结果的可信赖程度。对低年级大学生，这部分内容难度较大，本课程尽限于介绍误差分析的初步知识，着重点放在几个重要概念及最简单情况下的误差处理方法，不进行严密的数学论证，减小学生学习的难度，有利于学好物理实验这门基础课程。

第一节　测量与误差

一、测量

物理实验是以测量为基础的。研究物理现象、了解物质特性、验证物理原理都要进行测量。测量可分直接测量和间接测量两大类。"直接测量"指无须对被测的量与其他实测的量进行函数关系的辅助计算而直接测出被测量的量。例如用天平和砝码测物体的质量、用电流计测电路中的电流等都是直接测量。"间接测量"指利用直接测量的量与被测的量之间已知的函数关系，从而得到该被测量的量。例如通过测量物体的体积和质量，再用公式计算出物体的密度。有些物理量既可以直接测量，也可以间接测量，这主要取决于使用的仪器和测量方法。

如果对某一待测量进行多次测量，假定每次测量的条件相同，即测量仪器、方法、环境和操作人员都不变，测得一组数据 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$。尽管各次测量结果并不完全相同，但没有任何理由判断某一次测量更为精确，只能认为测量的精确程度是相同的。于是将这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量，这样的一组数据称为测量列。由于在实验中一般无法保持测量条件完全不变，所以严格的等精度测量是不存在的。当某些条件的变化对测量结果影响不大或可以忽略时，可视这种测量为等精度测量。在物理实验中，凡是要求对待测量进行多次测量的均指等精度测量，本课程中有关测量误差与数据处理的讨论，都是以等

精度测量为前提的。

二、误差

任何测量结果都有误差，这是因为测量仪器、方法、环境及实验者等都不可能完美无缺。分析测量中可能产生的各种误差并尽可能消除其影响，对测量结果中未能消除的误差作出合理估计，是实验的重要内容。

待测量的大小在一定条件下都有一个客观存在的值，称为真值。真值是一个理想的概念，一般是不可知的。我们通常所说的真值主要有以下三类：

(1) 理论真值或定义真值　如三角形的三个内角之和等于180°等；

(2) 计量学约定真值　由国际计量大会决议约定的真值，如基本物理常数中的冰点绝对温度 $T_0=273.15\ \mathrm{K}$，真空中的光速 $c=2.997\,924\,58\times10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 等；

(3) 标准器相对真值　用比被校仪器高级的标准器的量值作为相对真值，例如，用1.0级、量程为2 A的电流表测得某电路电流为1.80 A，改用0.1级、量程为2 A的电流表测同样电流时为1.802 A，则可将后者视为前者的相对真值。

误差就是测量值 x 与真值 x_0 之差，用 Δx 表示：

$$\Delta x = x - x_0 \tag{1.1.1}$$

误差的大小反映了测量结果的准确程度。测量误差常用相对误差 E 表示：

$$E=\frac{\Delta x}{x_0}\times 100\% \tag{1.1.2}$$

用误差分析的方法来指导实验的全过程，包括以下两个方面：

(1) 为了从测量中正确认识客观规律，必须分析误差的原因和性质，正确地处理测量数据，尽量消除、减少误差，确定误差范围，以便能在一定条件下得到接近真值的结果；

(2) 在设计一项实验时，先对测量结果确定一个误差范围，然后用误差分析方法指导我们合理选择测量方法、仪器和条件，以便能在最有利的条件下，获得恰到好处的预期结果。

三、系统误差

测量误差根据其性质和来源可分为系统误差和随机误差两大类。

系统误差是指在多次测量同一物理量的过程中，保持不变或以可预知方式变化的测量误差的分量。系统误差主要来源有以下几方面：

(1) 仪器的固有缺陷　如仪器刻度不准、零点位置不正确、仪器的水平或铅直未调整、天平不等臂等；

(2) 实验理论近似性或实验方法不完善　如用伏安法测电阻没有考虑电表内阻的影响，用单摆测重力加速度时取 $\sin\theta\approx\theta$ 带来的误差等；

(3) 环境的影响或没有按规定的条件使用仪器　例如标准电池是以20 ℃时的电动势数值作为标称值的，若在30 ℃条件下使用时，如不加以修正就引入了系统误差；

(4) 实验者心理或生理特点造成的误差　如计时的滞后，习惯于斜视读数等。

系统误差一般应通过校准测量仪器、改进实验装置和实验方案、对测量结果进行修正等方法加以消除或尽可能减小。发现并减小系统误差通常是一件困难的任务，需要对整个实

验所依据的原理、方法、仪器和步骤等可能引起误差的各种因素进行分析。实验结果是否正确，往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除，因此对系统误差不能忽视。

四、随机误差

随机误差是指在多次测量同一被测量的过程中，绝对值和符号以不可预知的方式变化着的测量误差的分量。随机误差是实验中各种因素的微小变动引起的，主要有以下方面：

(1) 实验装置的变动性　如仪器精度不高，稳定性差，测量示值变动等；

(2) 观察者本人在判断和估计读数上的变动性　主要指观察者的生理分辨本领、感官灵敏程度、手的灵活程度及操作熟练程度等带来的误差；

(3) 实验条件和环境因素的变动性　如气流、温度、湿度等微小的、无规则的起伏变化，电压的波动以及杂散电磁场的不规则脉动等引起的误差。

这些因素的共同影响使测量结果围绕测量的平均值发生涨落变化，这一变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现，就某一测量而言是没有规律的，当测量次数足够多时，随机误差服从统计分布规律，可以用统计学方法估算随机误差。

除系统误差和随机误差外，还可能发生人为读数、记录上的错误或仪器故障、操作不正确等造成的错误。错误不是误差，要及时发现并在数据处理时予以剔除。

五、仪器量程、精密度、准确度

测量要通过仪器或量具来完成，所以必须对仪器的量程、精密度、准确度等有一定的了解和认识。

量程是指仪器所能测量的范围。如 TW-1 物理天平的最大称量(量程)是 1 000 g，UJ36a 电位差计的量程为 230 mV。对仪器量程的选择要适当，当被测量超过仪器的量程时会损坏仪器，这是不允许的。同时也不应一味选择大量程，因为如果仪器的量程比测量值大很多时，测量误差往往会比较大。

精密度是指仪器所能分辨物理量的最小值，一般与仪器的最小分度值一致，最小分度值越小，仪器的精密度越高。如螺旋测微计(千分尺)的最小分度值为 0.01 mm，即其分辨率为 0.01 mm/刻度，或仪器的精密度为 100 刻度/mm。

准确度是指仪器本身的准确程度。测量是以仪器为标准进行比较，要求仪器本身要准确。由于测量目的不同，对仪器准确程度的要求也不同。按国家规定，电气测量指示仪表的准确度等级 a 分为 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0 共七级，在规定条件下使用时，其示值 x 的最大绝对误差为

$$\Delta = \pm 量程 \times 准确度等级\% \tag{1.1.3}$$

例如，0.5 级电压表量程为 3 V 时

$$\Delta V = \pm 3 \times 0.5\% = \pm 0.015\,\mathrm{V}$$

对仪器准确度的选择要适当，在满足测量要求的前提下尽量选择准确度等级较低的仪器。当待测物理量为间接测量时，各直接测量仪器准确度等级的选择，应根据误差合成和误差均分原理，视直接测量的误差对实验最终结果影响程度的大小而定，影响小的可选择准确度等级较低的仪器，否则应选择准确度等级较高的仪器。

第二节　随机误差的处理

随机误差与系统误差的来源和性质不同，所以处理的方法也不同。

一、随机误差的正态分布规律

实践和理论证明，大量的随机误差服从正态分布规律。正态分布的曲线如图 1.2.1 所示。图中的横坐标表示误差 $\Delta x = x_i - x_0$，纵坐标为误差的概率密度 $f(\Delta x)$。应用概率论方法可导出

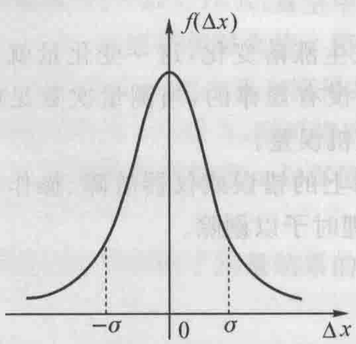

图 1.2.1　随机误差的正态分布

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} \tag{1.2.1}$$

式中的特征量 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n}} \quad (n \to \infty) \tag{1.2.2}$$

称为标准误差，其中 n 为测量次数。

服从正态分布的随机误差具有以下特征：

（1）单峰性　绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率；

（2）对称性　绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等；

（3）有界性　在一定的测量条件下，绝对值很大的误差出现的概率趋于零；

（4）抵偿性　随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于零，即

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0 \tag{1.2.3}$$

二、测量结果最佳值——算术平均值

设对某一物理量进行直接多次测量，测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$，各次测量值的随机误差为 $\Delta x_i = x_i - x_0$。将随机误差相加

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^{n} x_i - n x_0$$

或

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i - x_0 \tag{1.2.4}$$

用 $\bar{x}$ 代表测量列的算术平均值：

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.2.5}$$

式(1.2.4)改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \bar{x} - x_0 \tag{1.2.6}$$

根据随机误差的抵偿特征，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta x_i=0$，于是

$$\bar{x}\to x_0$$

可见，当测量次数相当多时，算术平均值是真值的最佳值，即近真值。

当测量次数 n 有限时，测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 仍然是真值 x_0 的最佳估计值。证明如下：假设最佳值为 X 并用其代替真值 x_0，各测量值与最佳值间的偏差为 $\Delta x_i'=x_i-X$，按照最小二乘法原理，若 X 是真值的最佳估计值，则要求偏差的平方和 S 应最小，即

$$S=\sum_{i=1}^{n}(x_i-X)^2\to\min$$

由求极值的法则可知，S 对 X 的微商应等于零

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}X}=2\sum_{i=1}^{n}(x_i-X)=0$$

于是

$$nX-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$$

即

$$X=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x}$$

所以测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值 x_0 的最佳估计值。

三、标准误差、置信区间、置信概率

随机误差的大小常用标准误差表示。由概率论可知，服从正态分布的随机误差落在 $[\Delta x,\Delta x+d(\Delta x)]$ 区间内的概率为

$$f(\Delta x)d(\Delta x)$$

由此可见，某次测量的随机误差为一确定值的概率为零，即随机误差只能以确定的概率落在某一区间内。概率密度函数 $f(\Delta x)$ 满足下列归一化条件。

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(\Delta x)d(\Delta x)=1 \tag{1.2.7}$$

所以误差出现在 $(-\sigma,+\sigma)$ 区间内的概率 P 就是图(1.2.1)中该区间内 $f(\Delta x)$ 曲线下的面积

$$P(-\sigma<\Delta x<+\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\Delta x)d(\Delta x)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}}d(\Delta x)=68.3\% \tag{1.2.8}$$

该积分值可由拉普拉斯积分表查得。

标准误差 σ 与各测量值的误差 Δx 有着完全不同的含义。Δx 是实在的误差值，而 σ 并不是一个具体的测量误差值，它反映在相同条件下进行一组测量后，随机误差出现的概率分布情况，只具有统计意义，是一个统计特征量。(1.2.8)式表明，作任一次测量，随机误差落在 $(-\sigma,+\sigma)$ 区间的概率为 68.3%。区间 $(-\sigma,+\sigma)$ 称为置信区间，相应的概率称为置信概率。显然，置信区间扩大，则置信概率提高。置信区间取 $(-2\sigma,+2\sigma)$、$(-3\sigma,+3\sigma)$ 时，相应的置信概率 $P(2\sigma)=95.4\%$、$P(3\sigma)=99.7\%$。定义 $\delta=3\sigma$ 为极限误差，其概率含义是在 1 000次测量中只有 3 次测量的误差绝对值会超过 3σ。由于在一般测量中次数很少超过几十次，因此，可以认为测量误差超出 $\pm3\sigma$ 范围的概率是很小的，故称为极限误差，一般可作

为可疑值取舍的判定标准。图 1.2.2 是不同 σ 值时的 $f(\Delta x)$ 曲线。σ 值小，曲线陡且峰值高，说明测量值的误差集中，小误差占优势，各测量值的分散性小，重复性好。反之，σ 值大，曲线较平坦，各测量值的分散性大，重复性差。

四、随机误差的估算——标准偏差

在有限次测量中可用各次测量值与算术平均值之差——偏差

$$\Delta x_i' = x_i - \overline{x} \tag{1.2.9}$$

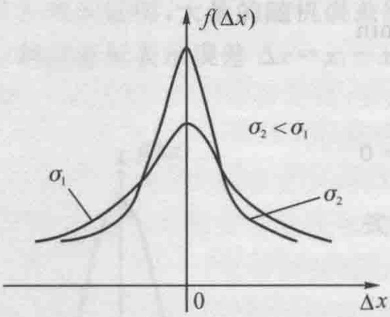

图 1.2.2 不同 σ 的概率密度曲线

代替误差 Δx_i 来估算有限次测量中的标准误差，得到的结果就是单次测量的标准偏差，用 S_x 表示，它只是 σ 的一个估算值。由误差理论可以证明标准偏差的计算式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{1.2.10}$$

这一公式称为贝塞尔公式。

同理，按 $\Delta x_i'$ 计算的极限误差为

$$\delta_x = 3S_x \tag{1.2.11}$$

S_x 和 δ_x 的物理意义与 σ 和 δ 的相同。

目前各种函数计算器都具备误差统计功能，可以直接计算测量列的算术平均值、标准偏差等。同学们应熟练使用函数计算器对实验数据进行处理。

五、间接测量的标准偏差传递

直接测量的结果有误差，由直接测量值经过运算而得到的间接测量的结果也会有误差，这就是误差的传递。

设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 $x, y, z, \cdots$ 的函数关系为 $N = f(x, y, z, \cdots)$，在对 $x, y, z, \cdots$ 进行有限次测量的情况下，间接测量的最佳值为

$$\overline{N} = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \cdots) \tag{1.2.12}$$

在只考虑随机误差的情况下，每次直接测量的结果为

$$\overline{x} \pm S_x, \overline{y} \pm S_y, \overline{z} \pm S_z, \cdots$$

由于误差是微小量，因此由数学中全微分公式可以推导出标准偏差的传递公式为

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 S_z^2 + \cdots} \tag{1.2.13}$$

式(1.2.13)不仅可以用来计算间接测量量 N 的标准偏差，而且还可以用来分析各直接测量量的误差对最后结果的误差的影响大小，从而为改进实验提出了方向。在设计一项实验时，误差传递公式能为合理地组织实验、选择测量仪器提供重要的依据。

一些常用函数标准偏差的传递公式如下表 1.2.1 所示。

表 1.2.1

函数表达式	标准偏差传递公式
$N = x \pm y$	$S_N = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$

续 表

函数表达式	标准偏差传递公式
$N=xy$ 或 $N=\frac{x}{y}$	$\frac{S_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{S_x}{x}\right)^2+\left(\frac{S_y}{y}\right)^2}$
$N=kx$	$S_N=\lvert k\rvert S_x$；$\frac{S_N}{N}=\frac{S_x}{x}$
$N=x^n$	$\frac{S_N}{N}=n\frac{S_x}{x}$
$N=\sqrt[n]{x}$	$\frac{S_N}{N}=\frac{1}{n}\frac{S_x}{x}$
$N=\frac{x^p y^q}{z^r}$	$\frac{S_N}{N}=\sqrt{p^2\left(\frac{S_x}{x}\right)^2+q^2\left(\frac{S_y}{y}\right)^2+r^2\left(\frac{S_z}{z}\right)^2}$
$N=\sin x$	$S_N=\lvert\cos x\rvert S_x$
$N=\ln x$	$S_N=\frac{S_x}{x}$

第三节　测量不确定度及其估算

一、不确定度的基本概念

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。实验结果不仅要给出测量值 X，同时还要标出测量的总不确定度 U，最终写成 $x=X\pm U$ 的形式，这表示被测量的真值在 $(X-U,X+U)$ 的范围之外的可能性(或概率)很小。显然，测量不确定度的范围越窄，测量结果就越可靠。

引入不确定度概念后，测量结果的完整表达式中应包含：①测量值；②不确定度；③单位和置信度。我国的《国家计量规范——测量误差及数据处理》(JJG1027-91)中把置信度 $P=0.95$ 作为广泛采用的约定概率，当取 $P=0.95$ 时，可不必注明。

与误差表示方法一样，引入相对不确定度 E_x，即不确定度的相对值

$$E_x=\frac{U_x}{X}\times 100\% \tag{1.3.1}$$

二、不确定度的简化估算方法

由于误差的复杂性，准确计算不确定度已经超出了本课程的范围。因此物理实验中采用具有一定近似性的不确定度估算方法。

不确定度按其数值的评定方法可归并为两类分量：多次测量用统计方法评定的 A 类分量 U_A；用其他非统计方法评定的 B 类分量 U_B。总不确定度由 A 类分量和 B 类分量按“方、和、根”的方法合成，即

$$U=\sqrt{U_A^2+U_B^2} \tag{1.3.2}$$

1. A 类分量的估算

在只进行有限次测量时，随机误差不完全服从正态分布规律，而是服从 t 分布（又称学生分布）规律。此时对随机误差的估计，要在贝塞尔公式的基础上乘上一个因子。在相同条件下对同一被测量作 n 次测量，不确定度的 A 类分量等于测量值的标准偏差 S_x 乘以因子 $t_P(n-1)/\sqrt{n}$，即

$$U_A=\frac{t_P(n-1)}{\sqrt{n}}S_x \tag{1.3.3}$$

式中 $t_P(n-1)$ 是与测量次数 n、置信概率 P 有关的量，置信概率 P 及测量次数 n 确定后，$t_P(n-1)$ 也就确定了，可从专门的数据表中查得。在 $P=0.95$ 时，$t_P(n-1)/\sqrt{n}$ 的部分数据可以从下表 1.3.1 中查得。

表 1.3.1

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_P(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

当测量次数 $n=6\sim8$ 时，取 $t_P(n-1)/\sqrt{n}\approx1$ 误差并不很大。这时式(1.3.3)可简化为

$$U_A=S_x \tag{1.3.4}$$

有关的计算表明，在 $n=6\sim8$ 时，作 $U_A=S_x$ 近似，置信概率近似为 0.95 或更大，即足以保证被测量的真值落在 $\bar{x}\pm S_x$ 范围内的概率接近或大于 0.95。所以我们可以直接把 S_x 的值当作测量结果的总不确定度的 A 类分量 U_A。当然，测量次数 n 不在上述范围或要求误差估计比较精确时，要从有关数据表中查出相应的因子 $t_P(n-1)/\sqrt{n}$ 的值。

2. B 类分量的简化估算

作为基础训练，在物理实验中一般只考虑仪器误差所带来的总不确定度的 B 类分量。

测量是用仪器或量具进行的，任何仪器都存在误差。仪器误差一般是指误差限，即在正确使用仪器的条件下，测量结果与真值之间可能产生的最大误差，用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器误差产生的原因和具体误差分量的分析计算已超出了本课程的要求范围。我们约定，大多数情况下简单地把仪器误差 $\Delta_{仪}/\sqrt{3}$（均匀分布）直接当作总不确定度中用非统计方法估计的 B 类分量 U_B，即

$$U_B=\Delta_{仪}/\sqrt{3} \tag{1.3.5}$$

物理实验中几种常用仪器的仪器误差见下表 1.3.2。

表 1.3.2

仪 器 名 称	量　程	分度值(准确度等级)	仪 器 误 差
钢直尺	0～300 mm	1 mm	±0.1 mm
游标卡尺	0～300 mm	0.02,0.05,0.1 mm	分度值
螺旋测微计(一级)	0～100 mm	0.01 mm	±0.004 mm
WL-1 物理天平	1 000 g	50 mg	±50 mg
水银温度计	−30～300 ℃	0.2,0.1 ℃	分度值
读数显微镜		0.01 mm	±0.004 mm

续表

仪器名称	量　程	分度值(准确度等级)	仪器误差
数字式测量仪器			最末一位的一个单位或按仪器说明估算
指针式电表		a=0.1,0.2,0.5,1.0,1.5,2.5,5.0	±量程×a%

3. 总不确定度的合成

由式(1.2.2)、(1.2.3)和(1.2.5)知，总不确定度

$$U=\sqrt{\left(\frac{t_P(n-1)}{\sqrt{n}}S_x\right)^2+(\Delta_{仪}/\sqrt{3})^2} \tag{1.3.6}$$

当取 $P=0.95$，$n=6\sim8$ 时

$$U=\sqrt{S_x^2+(\Delta_{仪}/\sqrt{3})^2} \tag{1.3.7}$$

式(1.3.7)是物理实验中常用的不确定度估算公式，希望大家能记住。

4. 单次测量的不确定度

当实验中只要求测量一次时，取 $U=\Delta_{仪}/\sqrt{3}$ 并不意味着只测一次比多次测量时 U 的值小，只说明 $\Delta_{仪}/\sqrt{3}$ 和用 $\sqrt{U_A^2+(\Delta_{仪}/\sqrt{3})^2}$ 估算出的结果相差不大。

【例 1】 用螺旋测微计(0.01 mm)测量某一铜环的厚度七次，测量数据如下表 1.3.3：

表 1.3.3

i	1	2	3	4	5	6	7
H_i/mm	9.515	9.514	9.518	9.516	9.515	9.513	9.517

求 H 的算术平均值、标准偏差和不确定度，写出测量结果。

【解】 $\overline{H}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}H_i=\frac{1}{7}(9.515+9.514+\cdots+9.517)=9.515\ \text{mm}$

$$S_H=\sqrt{\frac{1}{7-1}\sum_{i=1}^{7}(H_i-\overline{H})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{6}[(9.515-9.515)^2+(9.514-9.515)^2+\cdots+(9.517-9.515)^2]}$$

$$=0.001\,8\ \text{mm}$$

$$U_H=\sqrt{S_H^2+(\Delta_{仪}/\sqrt{3})^2}=\sqrt{0.001\,8^2+0.005^2}=0.005\ \text{mm}$$

所以 $H=9.515\pm0.005$ mm

计算结果表明，H 的真值以 95% 的置信概率落在[9.510,9.520] mm 区间内。

三、间接测量的不确定度

对于间接测量 $N=f(x,y,z,\cdots)$，设各直接测量结果为 $x=\overline{x}\pm U_x$，$y=\overline{y}\pm U_y$，$z=\overline{z}\pm U_z$，…，则间接测量结果的不确定度 U_N 可套用标准偏差传递公式进行估算，即

$$U_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2U_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2U_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2U_z^2+\cdots} \tag{1.3.8}$$

如果我们先对间接测量量 $N=f(x,y,z,\cdots)$ 函数式两边取自然对数，再求全微分可得到计算相对不确定度的公式如下

$$\frac{U_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2U_x^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2U_y^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2U_z^2+\cdots} \tag{1.3.9}$$

当间接测量所依据的数学公式较为复杂时，计算不确定度的过程也较为繁琐。如果函数形式主要以和差形式出现时，一般采用式(1.3.8)；而函数形式主要以积、商或乘方、开方等形式出现时，用式(1.3.9)会使计算过程较为简便。

【例 2】 已知某铜环的外径 $D=(2.995\pm0.006)$ cm，内径 $d=(0.997\pm0.003)$ cm，高度 $H=(0.9516\pm0.0005)$ cm，求该铜环的体积及其不确定度，并写出测量结果。

【解】 $V=\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)H=\frac{3.1416}{4}(2.995^2-0.997^2)\times0.9516=5.961\ \text{cm}^3$

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+\ln(D^2-d^2)+\ln H$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D}=\frac{2D}{D^2-d^2},\quad \frac{\partial \ln V}{\partial d}=-\frac{2d}{D^2-d^2},\quad \frac{\partial \ln V}{\partial H}=\frac{1}{H}$$

$$\begin{aligned}\frac{U_V}{V}&=\sqrt{\left(\frac{2D}{D^2-d^2}\right)^2U_D^2+\left(-\frac{2d}{D^2-d^2}\right)^2U_d^2+\left(\frac{1}{H}\right)^2U_H^2}\\&=\sqrt{\left(\frac{2\times2.995\times0.006}{2.995^2-0.997^2}\right)^2+\left(\frac{2\times0.997\times0.003}{2.995^2-0.997^2}\right)^2+\left(\frac{0.0005}{0.9516}\right)^2}\\&=0.0046\end{aligned}$$

$$U_V=0.0046\times V=0.0046\times5.961=0.027\ \text{cm}^3$$

所以 $$V=(5.961\pm0.027)\ \text{cm}^3$$

第四节　有效数字及运算规则

一、有效数字的基本概念

任何测量结果都存在不确定度，测量值的位数不能任意地取舍，要由不确定度来决定，即测量值的末位数要与不确定度的末位数对齐。如体积的测量值 $\bar{V}=5.961\ \text{cm}^3$，其不确定度 $U_V=0.04\ \text{cm}^3$，由不确定度的定义及 U_V 的数值可知，测量值在小数点后的百分位上已经出现误差，因此 $\bar{V}=5.961$ 中的“6”已是有误差的欠准确数，其后面一位“1”已无保留的意义，所以测量结果应写为 $V=(5.96\pm0.04)\ \text{cm}^3$。另外，数据计算都有一定的近似性，计算时既不必超过原有测量准确度而取位过多，也不能降低原测量准确度，即计算的准确性和测量的准确性要相适应。所以在数据记录、计算以及书写测量结果时，必须按有效数字及其运算法则来处理。熟练地掌握这些知识，是普通物理实验的基本要求之一，也为将来科学处理数据打下基础。

测量值一般只保留一位欠准确数，其余均为准确数。所谓有效数字是由所有准确数字

和一位欠准确数字构成的，这些数字的总位数称为有效位数。

一个物理量的数值与数学上的数有着不同的含义。例如，在数学意义上 4.60＝4.600，但在物理测量中（如长度测量），4.60 cm≠4.600 cm，因为 4.60 cm 中的前两位“4”和“6”是准确数，最后一位“0”是欠准确数，共有三位有效数字。而 4.600 cm 则有四位有效数字。实际上这两种写法表示了两种不同精度的测量结果，所以在记录实验测量数据时，有效数字的位数不能随意增减。

二、直接测量的读数原则

直接测量读数应反映出有效数字，一般应估读到测量器具最小分度值的 1/10。但由于某些仪表的分度较窄、指针较粗或测量基准较不可靠等，可估读 1/5 或 1/2 分度。对于数字式仪表，所显示的数字均为有效数字，无须估读，误差一般出现在最末一位。例如：用毫米刻度的米尺测量长度，如图 1.4.1(a)所示，$L=1.67$ cm。“1.6”是从米尺上读出的“准确”数，“7”是从米尺上估读的“欠准确”数，但是有效的，所以读出的是三位有效数字。若如图 1.4.1(b)所示时，$L=2.00$ cm，仍是三位有效数字，而不能读写为 $L=2.0$ cm 或 $L=2$ cm，因为这样表示分别只有两位或一位有效数字。

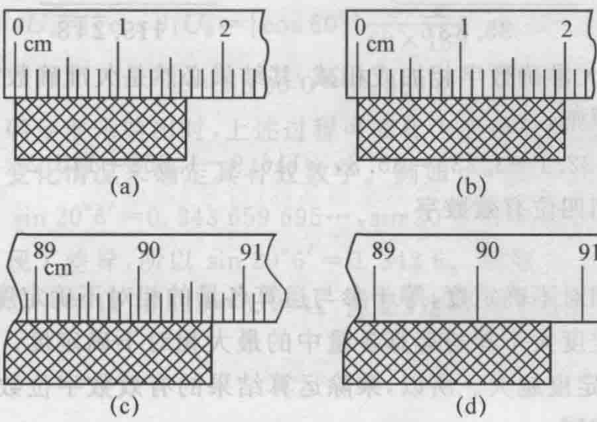

图 1.4.1　直接测量的有效数字

如图 1.4.1(c)所示，$L=90.70$ cm 有四位有效数字。若是改用厘米刻度米尺测量该长度时，如图 1.4.1(d)所示，则 $L=90.7$ cm，只有三位有效数字。所以，有效数字位数的多少既与使用仪器的精度有关，又与被测量本身的大小有关。

在单位换算或小数点位置变化时，不能改变有效数字位数，而是应该运用科学记数法，把不同单位用 10 的不同幂次表示。例如，1.2 m 不能写作 120 cm、1 200 mm 或 1 200 000 μm，应记为

$$1.2\ \mathrm{m}=1.2\times10^{2}\ \mathrm{cm}=1.2\times10^{3}\ \mathrm{mm}=1.2\times10^{6}\ \mu\mathrm{m}$$

它们都是两位有效数字。反之，把小单位换成大单位，小数点移位，在数字前出现的“0”不是有效数字，如 2.42 mm＝0.242 cm＝0.002 42 m，它们都是三位有效数字。

三、有效数字运算规则

间接测量的计算过程即为有效数字的运算过程，存在不确定度的传递问题。严格说来，