



普通高等教育“十三五”规划教材
电子信息科学与工程类专业 规划教材

信号与系统分析

◆ 吉建华 贾月辉 孙林娟 侯景忠 主编

◆ 滕建辅 贾志成 主审

Electronic Information
Science and Engineering



 中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十三五”规划教材
电子信息科学与工程类专业规划教材

信号与系统分析

吉建华 贾月辉 孙林娟 侯景忠 主编
滕建辅 贾志成 主审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书系统介绍信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共分3篇、13章：上篇（第1章～第6章）为信号分析的基本理论和方法，主要包括信号的定义、分类、基本运算、卷积积分、傅里叶级数、傅里叶变换、拉普拉斯变换、卷积和、 z 变换；中篇（第7章～第12章）为系统分析的基本理论和方法，主要阐述系统的定义、描述、分类、LTI系统的时域与变换域（频域、复频域和 z 域）分析、LTI系统的信号流图和系统结构、状态变量分析法等；下篇（第13章）为实践部分，主要以MATLAB语言和Python语言为基础设计41个实验，以期增加读者对理论知识的感性认识。本书以“化繁为简、变抽象为具体，践以求知、学以致用”为编写原则，坚持教材的编写符合认识的一般规律、符合学生的学习规律，努力做到“内容准确、强调基础，例题典型、思路多样，深入浅出、通俗易懂”，在突出理论的同时，强调实践的地位和作用，追求理论和实践的完美结合。

本书既可作为高校电子电气类专业本科生和研究生学习信号与系统的教材和参考书，也可供从事信息技术的广大工程技术人员参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统分析/吉建华等主编. —北京：电子工业出版社，2017.1

电子信息科学与工程类专业规划教材

ISBN 978-7-121-30294-7

I. ①信… II. ①吉… III. ①信号分析—高等学校—教材②信号系统—系统分析—高等学校—教材
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第269593号

策划编辑：赵玉山

责任编辑：赵玉山 特约编辑：邹小丽

印 刷：北京京海印刷厂

装 订：北京京海印刷厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本：787×1 092 1/16 印张：25 字数：720千字

版 次：2017年1月第1版

印 次：2017年1月第1次印刷

定 价：49.90元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254556，zhaoy@phei.com.cn。

前 言

随着电子信息技术的迅速发展和计算机的广泛应用,信号分析与处理的基本理论已成为科学工作者和工程技术人员不可或缺的必备知识。“信号与系统”课程主要介绍信号和系统分析的基本理论和方法,是高等学校通信工程、电子信息工程、电子科学与技术、自动化、电子仪器、电气工程等电子类、电气类专业一门重要的学科基础课程,对相关专业学生的知识、能力和综合素质的培养具有举足轻重的地位和作用。

本书系统介绍信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共分3篇、13章,其中上篇(第1章~第6章)为信号分析的基本理论和方法,中篇(第7章~第12章)为系统分析的基本理论和方法,下篇(第13章)为实践部分。具体内容:第1章简要介绍信号的定义和分类;第2章阐述连续时间信号的基本运算和几种典型的连续时间信号以及卷积积分;第3章详细讨论周期信号的傅里叶级数、非周期信号的傅里叶变换和周期信号的傅里叶变换;第4章重点介绍拉普拉斯变换;第5章阐述离散时间信号的基本运算和几种典型的离散时间信号以及卷积和;第6章着重阐述离散时间信号的 z 变换;第7章简要介绍系统的定义、描述和分类;第8章讲述LTI连续时间系统的时域解法,并着重讨论冲激响应、阶跃响应、初始状态与初始值的关系及卷积在LTI连续时间系统时域分析中的作用;第9章详细阐述LTI连续时间系统的频域和复频域分析、连续时间信号的取样与恢复、LTI连续时间系统的系统特性、信号流图和系统结构等;第10章讲述LTI离散时间系统的时域解法并介绍单位序列响应和阶跃响应;第11章详细讨论LTI离散时间系统的 z 域分析、系统特性、信号流图和系统结构;第12章介绍状态变量分析法的基本概念;第13章以MATLAB语言和Python语言为基础设计41个实验,每个实验均提供源代码和实验效果图。

在本书的编写过程中,我们以“化繁为简、变抽象为具体,践以求知、学以致用”为编写原则,坚持教材的编写符合认识的一般规律、符合学生的学习规律,努力做到“内容准确、强调基础,例题典型、思路多样,深入浅出、通俗易懂”,在突出理论的同时,强调实践的地位和作用,追求理论和实践的完美结合。总体上来说,本书具有以下几个特点:

1. 内容丰富、结构合理。从内容上看,本书几乎涵盖信号与线性系统分析的绝大部分理论和实验内容:连续时间信号和离散时间信号分析(含时域和变换域)、LTI连续时间系统和离散时间系统的输入输出分析(含时域和变换域)、LTI连续时间系统和离散时间系统的状态变量分析,以及信号与系统的相关实验内容。从结构上看,本书采用“先信号后系统、先连续后离散、先外部法后内部法、先理论后实践”的布局,方便教师选择讲授内容,符合学生学习的基本规律。

2. 深入浅出、通俗易懂。本书力图用最通俗易懂的语言深入浅出地讲解复杂抽象的理论,合理优化所涉及的证明方法和过程,并且简要阐述涉及的所有先习知识,从而确保不同基础的读者能够顺利学习本课程。同时,作者对重要知识点均从不同角度进行阐述,以帮助读者更好地理解本课程的内容,提高学习效果。

3. 题目典型、思路多样。本书强调用例题释疑、用练习巩固、用习题提高。同时,为拓展读者思维,着力用不同的思路求解同一题目。除实验部分外,本书提供各类题目共计448题(例题205题、练习96题、习题147题),所有题目的设置均强调针对性和层次性,以有助于读者对知识点的理解。

4. 优化实验、学以致用。为了使读者的学习符合“实践、认识,再实践、再认识”这一认识

的一般规律，本书以例题的方式提供了 41 个典型实验。读者通过进行合理且适量的实验一定能够对复杂的理论有一个更加深入的认识，一定能够使抽象的理论感性化，让一般的原理具体化，从而达到“践以求知、学以致用”之目的。另外，所有实验均以 MATLAB 语言和 Python 语言设计，使读者在虚拟环境下既可完成实验环节，又可掌握常用信号处理软件的使用方法。

5. 资源丰富、易于使用。为方便读者学习和教师授课，本书配套提供各类电子资源，主要包括所有练习题和习题的详细解答、全套 PPT 格式的电子课件及全部实验的实验代码等。

全书由吉建华制定编写大纲并统稿。第 2、3、4、6、8、9、11 章由吉建华编写，第 1、5、12 章由贾月辉编写，第 7、10 章由侯景忠编写，第 13 章由孙林娟编写。本书承蒙天津大学滕建辅教授和河北工业大学贾志成教授担任主审并给予许多指导和建议，编者对此深表谢意。

本书在编写过程中得到天津大学祖光裕副教授的大力支持和帮助，唐磊磊和尹博然对部分章节进行了校对，在此一并表示衷心的感谢。

本书既可作为高校电子电气类专业本科生和研究生学习信号与系统的教材和参考书，也可供从事信息技术的广大工程技术人员参考。

由于作者水平有限，书中错误和疏漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

作者
2016 年 9 月

目 录

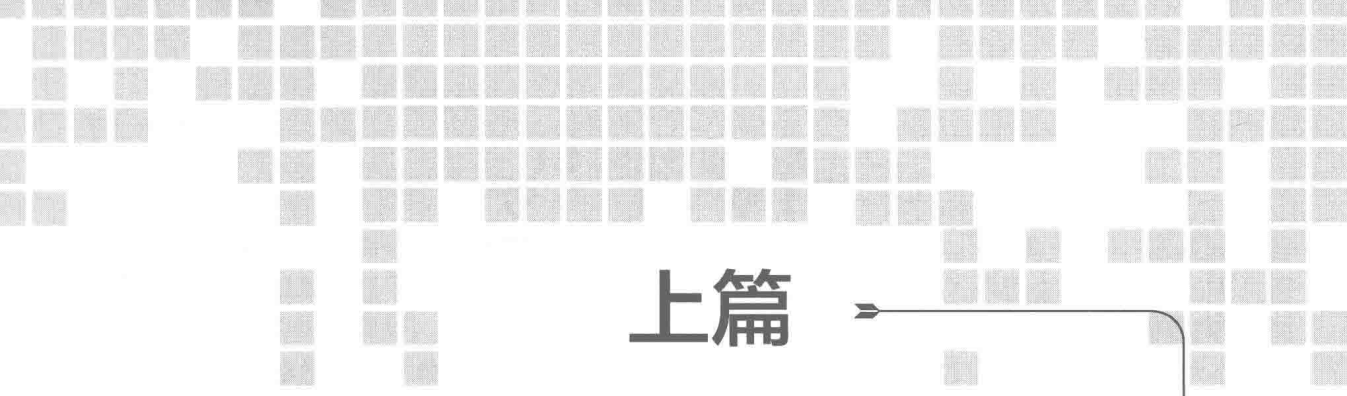
上篇 信号分析	(1)	练习题答案	(39)
第1章 信号	(2)	本章习题	(40)
1.1 信号的定义	(2)	第3章 连续信号的频域分析	(42)
1.2 信号的分类	(3)	3.1 信号的正交分解	(42)
1.2.1 连续时间信号和离散时间信号	(3)	3.1.1 矢量正交与正交分解	(42)
1.2.2 周期信号和非周期信号	(5)	3.1.2 信号正交与正交函数集	(43)
1.2.3 能量信号和功率信号	(7)	3.1.3 信号的正交分解	(43)
1.2.4 信号的其他分类	(8)	3.2 周期信号的傅里叶级数	(44)
练习题	(9)	3.2.1 三角型傅里叶级数	(45)
1.3 本章小结	(9)	3.2.2 特殊信号的傅里叶级数	(47)
练习题答案	(10)	3.2.3 指数型傅里叶级数	(50)
本章习题	(10)	3.2.4 周期信号的频谱	(53)
第2章 连续信号的时域分析	(12)	3.2.5 周期信号的功率	(58)
2.1 连续信号的基本运算	(12)	练习题	(60)
2.1.1 加(减)法和乘法	(12)	3.3 非周期信号的傅里叶变换	(61)
2.1.2 微分和积分	(13)	练习题	(68)
2.1.3 反转	(13)	3.4 傅里叶变换的性质	(69)
2.1.4 平移	(13)	3.4.1 线性性质	(69)
2.1.5 尺度变换(横坐标展缩)	(15)	3.4.2 奇偶虚实性	(69)
练习题	(17)	3.4.3 对偶性	(71)
2.2 典型连续信号	(17)	3.4.4 尺度变换性质	(72)
2.2.1 阶跃信号	(18)	3.4.5 时移特性	(73)
2.2.2 冲激信号	(19)	3.4.6 频移特性	(74)
2.2.3 其他常见连续信号	(25)	3.4.7 卷积定理	(75)
练习题	(26)	3.4.8 时域微分和积分定理	(77)
2.3 连续信号的卷积积分	(27)	3.4.9 频域微分和积分定理	(80)
2.3.1 卷积积分定义	(27)	3.4.10 相关定理	(82)
2.3.2 卷积的图解过程	(28)	练习题	(84)
2.3.3 相关函数	(30)	3.5 信号的能量谱和功率谱	(85)
练习题	(31)	3.5.1 信号的能量谱	(85)
2.4 卷积积分的性质	(31)	3.5.2 信号的功率谱	(86)
2.4.1 卷积的代数运算性质	(31)	练习题	(86)
2.4.2 奇异信号的卷积性质	(32)	3.6 周期信号的傅里叶变换	(87)
2.4.3 卷积的微积分性质	(33)	练习题	(91)
2.4.4 几个重要性质	(34)	3.7 本章小结	(91)
练习题	(38)	练习题答案	(91)
2.5 本章小结	(38)	本章习题	(92)
		第4章 连续信号的复频域分析	(96)

4.1 拉普拉斯变换	(96)	5.4 卷积和的性质	(141)
4.1.1 双边拉普拉斯变换	(96)	5.4.1 卷积和的代数运算性质	(142)
4.1.2 单边拉普拉斯变换	(98)	5.4.2 单位序列的卷积和特性	(142)
练习题	(100)	5.4.3 移位序列的卷积和特性	(143)
4.2 拉普拉斯变换的性质	(100)	练习题	(145)
4.2.1 线性性质	(100)	5.5 本章小结	(145)
4.2.2 尺度变换	(101)	练习题答案	(146)
4.2.3 时移特性	(102)	本章习题	(146)
4.2.4 复频移特性	(104)	第6章 离散信号的 z 域分析	(148)
4.2.5 共轭特性	(104)	6.1 z 变换	(148)
4.2.6 时域微分特性	(105)	6.1.1 z 变换的定义	(148)
4.2.7 时域积分特性	(105)	6.1.2 z 变换的收敛域	(149)
4.2.8 卷积定理	(107)	练习题	(153)
4.2.9 复频域微分和积分特性	(108)	6.2 z 变换的性质	(154)
4.2.10 初值定理和终值定理	(109)	6.2.1 线性性质	(154)
练习题	(112)	6.2.2 移位特性	(154)
4.3 拉普拉斯逆变换	(112)	6.2.3 z 域尺度变换	(156)
练习题	(122)	6.2.4 时域卷积定理	(157)
4.4 单边拉普拉斯变换与傅里叶变换	(122)	6.2.5 z 域微分特性	(158)
练习题	(125)	6.2.6 z 域积分特性	(159)
4.5 本章小结	(125)	6.2.7 时域反转特性	(159)
练习题答案	(125)	6.2.8 序列部分和定理	(160)
本章习题	(126)	6.2.9 初值定理和终值定理	(161)
第5章 离散信号的时域分析	(128)	练习题	(165)
5.1 离散信号的基本运算	(128)	6.3 逆 z 变换	(165)
5.1.1 加(减)法和乘法	(128)	6.3.1 幂级数展开法	(166)
5.1.2 差分	(128)	6.3.2 部分分式展开法	(168)
5.1.3 反转	(129)	练习题	(175)
5.1.4 平移	(130)	6.4 s 域与 z 域的关系	(175)
5.1.5 尺度变换	(131)	练习题	(177)
练习题	(132)	6.5 本章小结	(177)
5.2 典型离散信号	(132)	练习题答案	(178)
5.2.1 阶跃序列	(132)	本章习题	(179)
5.2.2 单位序列	(133)	中篇 系统分析	(181)
5.2.3 其他常见离散信号	(134)	第7章 系统	(182)
练习题	(135)	7.1 系统的定义	(182)
5.3 离散信号的卷积和	(135)	7.2 系统的描述	(182)
5.3.1 卷积和	(135)	7.2.1 系统的数学模型	(182)
5.3.2 卷积和的图解过程	(138)	7.2.2 系统的时域框图表示	(183)
5.3.3 列表法求卷积和	(140)	练习题	(185)
5.3.4 不进位乘法求卷积和	(141)	7.3 系统的分类与分析方法	(185)
练习题	(141)	7.3.1 连续系统与离散系统	(185)

7.3.2	动态系统与即时系统	(185)	9.2.1	信号取样	(227)
7.3.3	单输入单输出系统与多 输入多输出系统	(186)	9.2.2	时域取样定理	(230)
7.3.4	线性系统与非线性系统	(186)	9.2.3	频域取样定理	(232)
7.3.5	时变系统与时不变系统	(188)	练习题	(233)	
7.3.6	因果系统与非因果系统	(189)	9.3	LTI 连续系统复频域分析	(233)
7.3.7	稳定系统与不稳定系统	(190)	9.3.1	微分方程的变换解	(234)
7.3.8	可逆系统与不可逆系统	(190)	9.3.2	系统函数	(237)
7.3.9	LTI 系统分析方法	(191)	9.3.3	系统的 s 域框图	(239)
练习题		(191)	9.3.4	电路的 s 域模型	(241)
7.4	本章小结	(191)	练习题	(243)	
练习题答案		(192)	9.4	LTI 连续系统的系统特性	(244)
本章习题		(192)	9.4.1	系统函数与时域响应	(244)
第 8 章	LTI 连续系统的时域分析	(194)	9.4.2	系统函数与频域响应	(247)
8.1	自由响应与强迫响应	(194)	9.4.3	两类特殊系统	(249)
8.1.1	自由响应	(194)	9.4.4	系统的因果性	(251)
8.1.2	强迫响应	(195)	9.4.5	系统的稳定性	(252)
练习题		(199)	练习题	(254)	
8.2	零输入响应与零状态响应	(199)	9.5	LTI 连续系统的信号流图与结构	(254)
8.2.1	初始状态和初始值	(199)	9.5.1	信号流图	(254)
8.2.2	零输入响应	(202)	9.5.2	梅森公式	(256)
8.2.3	零状态响应	(202)	9.5.3	系统结构	(258)
8.2.4	全响应	(205)	练习题	(264)	
练习题		(208)	9.6	本章小结	(264)
8.3	冲激响应和阶跃响应	(208)	练习题答案	(265)	
8.3.1	冲激响应	(208)	本章习题	(266)	
8.3.2	阶跃响应	(211)	第 10 章	LTI 离散系统的时域分析	(270)
练习题		(213)	10.1	自由响应与强迫响应	(270)
8.4	卷积积分与零状态响应	(213)	10.1.1	自由响应	(271)
练习题		(216)	10.1.2	强迫响应	(271)
8.5	本章小结	(216)	练习题	(276)	
练习题答案		(216)	10.2	零输入响应与零状态响应	(276)
本章习题		(217)	10.2.1	零输入响应	(276)
第 9 章	LTI 连续系统的变换域分析	(219)	10.2.2	零状态响应	(277)
9.1	LTI 连续系统频域分析	(219)	10.2.3	全响应	(278)
9.1.1	频率响应	(219)	练习题	(281)	
9.1.2	无失真传输	(222)	10.3	单位序列响应和阶跃响应	(281)
9.1.3	理想低通滤波器	(222)	10.3.1	单位序列响应	(281)
9.1.4	佩利-维纳准则与物理可 实现低通滤波器	(224)	10.3.2	阶跃响应	(283)
练习题		(226)	练习题	(284)	
9.2	取样定理及其应用	(226)	10.4	卷积和与零状态响应	(285)
			练习题	(286)	
			10.5	本章小结	(286)

练习题答案	(287)	12.3.3 离散系统状态方程变换域解	(330)
本章习题	(287)	练习题	(331)
第 11 章 LTI 离散系统的 z 域分析与特性	(289)	12.4 系统的稳定性、可控制性和可观测性	(332)
11.1 LTI 离散系统的 z 域分析	(289)	12.4.1 由状态方程判定系统的稳定性	(332)
11.1.1 差分方程的 z 域解	(289)	12.4.2 系统的可控制性和可观测性	(333)
11.1.2 系统函数	(294)	练习题	(335)
11.1.3 系统的 z 域框图	(296)	12.5 本章小结	(335)
练习题	(297)	练习题答案	(336)
11.2 LTI 离散系统的系统特性	(298)	本章习题	(336)
11.2.1 系统函数与时域响应	(298)	下篇 实践提高	(337)
11.2.2 系统函数与频域响应	(301)	第 13 章 信号与系统实践	(338)
11.2.3 系统的因果性	(305)	13.1 实验环境简介	(338)
11.2.4 系统的稳定性	(306)	13.1.1 MATLAB 语言简介	(338)
练习题	(308)	13.1.2 Python 语言简介	(341)
11.3 LTI 离散系统的信号流图与结构	(308)	13.2 信号表示	(343)
11.3.1 信号流图	(308)	13.2.1 连续信号的表示	(343)
11.3.2 系统结构	(309)	13.2.2 离散信号的表示	(349)
练习题	(315)	13.3 信号运算	(352)
11.4 本章小结	(315)	13.3.1 信号的时域运算	(352)
练习题答案	(316)	13.3.2 信号的时间变换	(357)
本章习题	(316)	13.3.3 信号的卷积	(358)
第 12 章 系统的状态变量分析	(318)	13.4 连续信号的傅里叶变换	(360)
12.1 系统状态变量描述法	(318)	13.4.1 连续周期信号的傅里叶级数	(360)
12.1.1 状态与状态变量	(318)	13.4.2 连续非周期性信号的傅里叶变换	(363)
12.1.2 动态方程的一般形式	(319)	13.5 连续信号的 s 域分析	(365)
12.2 连续系统状态方程的建立与求解	(321)	13.5.1 拉普拉斯变换	(365)
12.2.1 由电路图直接建立状态方程	(321)	13.5.2 拉普拉斯逆变换	(366)
12.2.2 由系统的信号流图(系统框图)建立状态方程	(323)	13.5.3 s 域部分分式展开	(366)
12.2.3 连续系统状态方程的时域解	(325)	13.6 离散信号的 z 域分析	(367)
12.2.4 连续系统状态方程的 s 域解	(326)	13.6.1 z 变换	(368)
练习题	(328)	13.6.2 z 域部分分式展开	(368)
12.3 离散系统状态方程的建立与求解	(328)	13.6.3 逆 z 变换	(369)
12.3.1 离散系统状态方程的建立	(328)	13.7 LTI 连续系统时域响应	(370)
12.3.2 离散系统状态方程时域解	(329)	13.7.1 零输入响应、零状态响应和全响应	(370)
		13.7.2 冲激响应和阶跃响应	(371)

13.8 LTI 连续系统的频率特性和频域分析	(372)	响应	(377)
13.8.1 频率特性	(372)	13.11 LTI 离散系统的系统函数与 z 域分析	(378)
13.8.2 频域分析	(374)	13.11.1 系统的零、极点分析	(378)
13.9 LTI 连续系统的系统函数	(375)	13.11.2 系统的频率特性分析	(380)
13.10 LTI 离散系统时域分析	(376)	13.12 本章小结	(381)
13.10.1 零状态响应	(376)	习题参考答案	(382)
13.10.2 单位序列响应和阶跃		参考文献	(390)



上篇

信号分析

信号是信息的载体，信息通过信号而得以应用。21 世纪是信息世纪，大量的信息需要获取、处理、传输、应用和存储。因此，对信号进行多角度分析，得到或突出其某些重要特征，进而更好地对其进行理解和应用是信息化社会的必然要求。

本篇主要介绍信号的定义、分类、基本运算和卷积，重点对连续信号和离散信号进行了时域和变换域分析，并对在信号分析中占据重要地位的冲激信号和单位序列做了详细介绍。

第1章 信 号

【内容提要】

本章主要介绍信号的定义及常见的分类方法，重点对连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号做了较为详尽的说明。通过对本章内容的学习，读者应对信号的基本概念有一个较为清晰的认识，为后续内容的学习奠定基础。

【重点难点】

- ★ 连续时间信号与离散时间信号
- ★ 周期信号与非周期信号
- ★ 能量信号与功率信号

1.1 信号的定义

信号与系统这门课程要解决的问题包括两个方面：信号分析和系统分析，这两方面的内容将分别在本书的上篇和中篇进行介绍。

为帮助读者更深刻地理解信号的概念，在介绍信号的定义之前，先介绍两个与之相似的概念：消息和信息。

人们常把来自外界的各种报道统称为消息，而把消息中有意义的内容称为信息。比如：你和朋友白天在户外，朋友告诉你：“现在是白天”，这句话是一条消息而不是信息，因为这句话所表述的内容是你预先所知道的，即对于你（受信者）来说不是新知识。但如果你的朋友告诉你：“明天要下雨”，则这句话既属于消息又属于信息，因为这句话带给你了一些你所不知道的新内容。由于消息和信息具有相对性，比如“明天要下雨”这句话对于已经看过天气预报的人来说，就只能是消息而不是信息；反之，则既是消息又是信息。本课程对“信息”和“消息”两个概念不加严格区分，下面给出信号的定义。

信号是信息的表示方式，是信息的载体，信息需要通过信号得以传递。

其实，我们对信号并不陌生。比如：上课铃声——声音信号，该信号传递的信息是该上课了；十字路口的交通信号灯——光信号，该信号传递的信息用于指挥交通；电视机接收的画面——电信号，该信号传递电视节目的内容。除此之外，还有广告牌上的文字、温度计测得的温度、压力传感器测得的压力等，均属于信号的范畴。

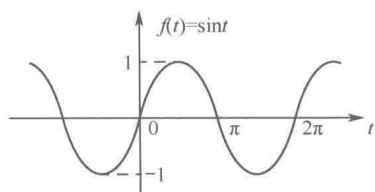


图 1.1-1 正弦信号的图形表示
(波形)

描述信号的常用方法主要有两种，一种是将信号表示为一个或多个独立变量的函数，如： $f(t) = \sin t$ ，正因如此，在本书中，“信号”与“函数”两词常相互通用，二者可看作同一个概念；另一种是将信号表示为波形，如可将上述正弦信号表示为图 1.1-1 所示的时域波形。

为了有效地表示、传播和利用信息，常常需要将信息转换成便于传输和处理的信号表达形式，而这恰恰就是本课程的研究内容之一——信号分析。

1.2 信号的分类

信号按其物理属性可分为电信号和非电信号（声音信号、光信号、压力信号等），通过传感器可以实现电信号和非电信号的相互转换。人们对电信号的研究有着悠久的历史，随着大规模、超大规模集成电路的快速发展，尤其是数字信号处理理论和技术的快速发展，人们对电信号的控制和处理变得更加得心应手，本课程主要讨论电信号。

电信号的基本表现形式有两种：一是将信号表示成随时间变化的电压，二是将信号表示成随时间变化的电流。

根据不同的分类标准，电信号可以分为不同的种类：连续时间信号和离散时间信号、周期信号和非周期信号、能量信号和功率信号、确定信号和随机信号、一维信号和 multidimensional 信号、因果信号和非因果信号等，下面分别加以介绍。

1.2.1 连续时间信号和离散时间信号

根据定义域是否连续，信号可分为连续时间信号和离散时间信号。

1. 连续时间信号

在连续的时间范围内有定义的信号称为连续时间信号，简称连续信号。这里的“连续”是指信号的定义域（时间）是连续的，但可含间断点，至于值域可连续也可不连续。如果连续信号的值域也是连续的，则称之为模拟信号。在实际应用中，连续信号和模拟信号常相互通用。连续信号举例如图 1.2-1 所示。

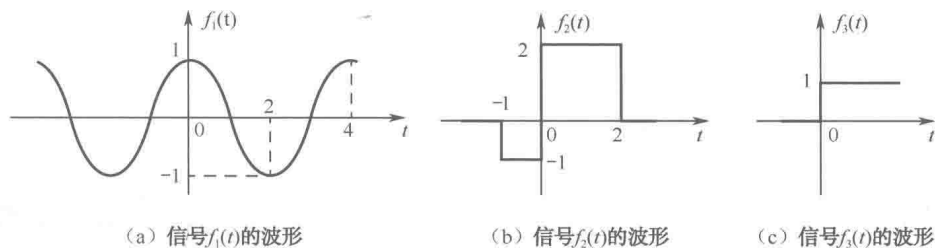


图 1.2-1 连续信号举例

图 1.2-1 (a) 中信号的表达式为：

$$f_1(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), -\infty < t < \infty$$

其定义域为 $(-\infty, \infty)$ ，显然信号 $f_1(t)$ 的定义域连续，故其为连续信号。

图 1.2-1 (b) 中信号的表达式为：

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ -1, & -1 < t < 0 \\ 2, & 0 < t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

其定义域为 $(-\infty, \infty)$ ，且在 $t = -1$ 、 $t = 0$ 和 $t = 2$ 处有间断点。一般不可定义间断点处的函数值，但为了使函数定义更加完整，规定：若函数 $f(t)$ 在 $t = t_0$ 处有间断点，则在该点的函数值等于其左极限 $f(t_{0-})$ 与右极限 $f(t_{0+})$ 之和的一半，即：

$$f(t_0) = \frac{1}{2}[f(t_{0-}) + f(t_{0+})] \quad (1.2-1)$$

这样，信号 $f_2(t)$ 的表达式可改写为：

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ -\frac{1}{2}, & t = -1 \\ -1, & -1 < t < 0 \\ \frac{1}{2}, & t = 0 \\ 2, & 0 < t < 2 \\ 1, & t = 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

由此可知，信号 $f_2(t)$ 在定义域 $(-\infty, \infty)$ 中均有确定的函数值，即其定义域连续，故为连续信号。

图 1.2-1 (c) 中信号的表达式为：

$$f_3(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

其定义域为 $(-\infty, \infty)$ ，且在 $t=0$ 处有间断点。

根据间断点函数值的定义方法，可得：

$$f_3(0) = \frac{1}{2}(0+1) = \frac{1}{2}$$

故其表达式可改写为：

$$f_3(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

由此可知，信号 $f_3(t)$ 在定义域 $(-\infty, \infty)$ 中均有确定的函数值，即其定义域连续，故为连续信号。

实际上，信号 $f_3(t)$ 是一个重要的特殊信号，称为单位阶跃信号，记为 $u(t)$ ，在后续章节中将其加以详细介绍。

2. 离散时间信号

仅在一些离散的瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里的“离散”是指信号的定义域（时间）是离散的，它只在某些规定的离散瞬间有函数值，其余时间无定义，至于值域可连续也可不连续。如果离散信号的值域也是离散的，则称之为数字信号。实际上，通过对值域连续的离散信号进行量化可以得到数字信号。在实际应用中，离散信号和数字信号常不予区分。

离散信号中相邻离散点的时间间隔为： $T_n = t_{n+1} - t_n$ ，时间间隔可以相等也可不等，若取等间隔 T ，则离散信号可表示为 $f(nT)$ ，简写为 $f(n)$ 。这种等间隔的离散信号也常称为序列，其中 n 称为序号。

序列 $f(n)$ 的数学表达式可以写成闭合函数的形式，也可逐个列出 $f(n)$ 的值。通常将对应某序号 m 的序列值称为第 m 个样点的“样值”。离散信号举例如图 1.2-2 所示。

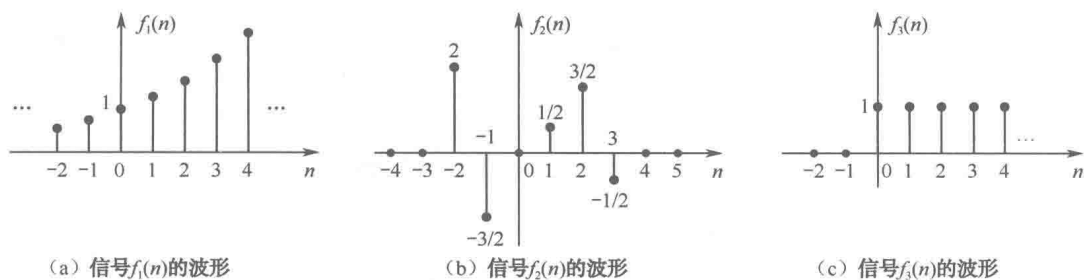


图 1.2-2 离散信号举例

图 1.2-2 (a) 中信号的表达式为:

$$f_1(n) = e^{\alpha n}, \alpha > 0 \text{ 为常数}, n \in \mathbb{Z}$$

显然, 该信号只在定义域中的整数点处有定义, 因此其定义域离散, 所以, 信号 $f_1(n)$ 为离散信号。

图 1.2-2 (b) 中信号的表达式为:

$$f_2(n) = \begin{cases} 0, & n < -2 \\ 2, & n = -2 \\ -\frac{3}{2}, & n = -1 \\ 0, & n = 0 \\ \frac{1}{2}, & n = 1 \\ \frac{3}{2}, & n = 2 \\ -\frac{1}{2}, & n = 3 \\ 0, & n > 3 \end{cases}$$

也可以简写为:

$$f_2(n) = \left\{ \cdots, 0, 2, -\frac{3}{2}, \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{0}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0, \cdots \right\}$$

其中, 箭头表示 $n=0$ 时的信号幅值, 即 $f_2(0)=0$ 。左右两边依次是 n 取负整数和正整数时对应的信号幅值。显然信号 $f_2(n)$ 的定义域和值域均离散, 故为离散信号。

图 1.2-2 (c) 中信号的表达式为:

$$f_3(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

显然, 其定义域和值域均离散, 故为离散信号。实际上, 信号 $f_3(n)$ 是一个重要的特殊信号, 称为单位阶跃序列, 记为 $u(n)$, 在后续章节中将对其加以详细介绍。

需要强调的是, 用来判断信号是连续信号还是离散信号的依据是信号的定义域是否连续, 定义域连续 (可含有间断点) 则为连续信号, 否则为离散信号。因此, 在判断一个信号是连续信号还是离散信号时, 无需考虑其值域的连续性。

1.2.2 周期信号和非周期信号

周期信号是指定义在 $(-\infty, \infty)$ 上, 每隔一定间隔, 函数值按相同规律重复变化的信号。由定义可以看出, 周期信号的定义域一定是 $(-\infty, \infty)$, 且函数值按照一定的间隔重复呈现, 即周期信号的特点是周而复始且无始无终。

周期信号可分为连续周期信号和离散周期信号两种。其中,连续周期信号是指定义在 $(-\infty, \infty)$ 上,每隔一定时间 T ,函数值按相同规律重复变化的信号,连续周期信号 $f(t)$ 满足:

$$f(t) = f(t + mT), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1.2-2)$$

离散周期信号是指定义在 $(-\infty, \infty)$ 上,每隔一定整数 N ,函数值按相同规律重复变化的信号,离散周期信号 $f(n)$ 满足:

$$f(n) = f(n + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1.2-3)$$

满足上述关系的最小时间 T (或整数 N)称为该信号的周期,不具有周期性的信号称为非周期信号。

需要强调的是,对于连续周期信号的周期 T 只要求其是最小的常数即可,没有其他限制。但对于离散周期信号的周期 N ,除了要求是最小的常数之外,还要求其一定是整数。

例 1.2-1 判断正弦序列 $f(n) = \sin(\omega_0 n)$ 是否为周期信号,若是,确定其周期,式中 ω_0 为序列的数字角频率。

解:题目所给信号为离散信号,故需要注意其周期 N 为整数。

由题意知信号 $f(n)$ 的数字角频率为 ω_0 ,下面分析 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 。

1) 当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为整数时,根据角频率和周期的关系可知信号 $f(n)$ 为周期信号,其周期为 $N = \frac{2\pi}{\omega_0}$;

2) 当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为有理分数时,设 M 为整数,有:

$$f(n) = \sin(\omega_0 n) = \sin(\omega_0 n + 2\pi m M) = \sin\left[\omega_0 \left(n + m M \frac{2\pi}{\omega_0}\right)\right] = \sin[\omega_0 (n + mN)], \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

由此可见,当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为有理分数时,必然存在一个最小的整数 M ,使得 $N = M \frac{2\pi}{\omega_0}$ 为整数,则信号 $f(n)$ 仍为周期信号,其周期为 $N = M \frac{2\pi}{\omega_0}$;

3) 当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为无理数时,不存在一个整数 M ,使得 $M \frac{2\pi}{\omega_0}$ 为整数,故信号 $f(n)$ 为非周期信号。

例 1.2-2 判断下列信号是否为周期信号,若是,确定其周期。

1) $f_1(t) = \sin(t) + \cos(5t)$

2) $f_2(t) = \cos(3t) + \sin(2\pi t)$

3) $f_3(n) = \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

4) $f_4(n) = \sin(3n)$

解:假设两个周期信号 $x(\cdot)$ 和 $y(\cdot)$ [符号“ $\cdot$ ”表示信号的自变量为 t 或 n]的周期分别为 $T_1(N_1)$ 和 $T_2(N_2)$,若其周期之比为有理数,则其和信号 $x(\cdot) + y(\cdot)$ 仍为周期信号,其周期为 $T_1(N_1)$ 和 $T_2(N_2)$ 的最小公倍数。

1) $\sin(t)$ 是周期信号,其角频率和周期分别为 $\omega_1 = 1(\text{rad/s})$, $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi(\text{s})$, $\cos(5t)$ 是周期信号,其角频率和周期分别为 $\omega_2 = 5(\text{rad/s})$, $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{5}(\text{s})$ 。由于 $\frac{T_1}{T_2} = 5$ 为有理数,故 $f_1(t)$ 为周期信号,其周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数 2π 。

2) $\cos(3t)$ 是周期信号,其角频率和周期分别为 $\omega_1 = 3(\text{rad/s})$, $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3}(\text{s})$, $\sin(2\pi t)$ 是周

期信号，其角频率和周期分别为 $\omega_2 = 2\pi(\text{rad/s})$ ， $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 1(\text{s})$ 。由于 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi}{3}$ 为无理数，故 $f_2(t)$ 为非周期信号。

3) $\sin\left(\frac{\pi n}{3}\right)$ 是周期信号，其数字角频率和周期分别为 $\omega_1 = \frac{\pi}{3}(\text{rad})$ ， $N_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 6$ ， $\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ 是周期信号，其角频率和周期分别为 $\omega_2 = \frac{\pi}{2}(\text{rad})$ ， $N_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 4$ 。由于 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{3}{2}$ 为有理数，故 $f_3(n)$ 为周期信号，其周期为 N_1 和 N_2 的最小公倍数 12。

4) $\sin(3n)$ 的数字角频率 $\omega = 3(\text{rad})$ ，故 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为无理数，因此， $f_4(n)$ 为非周期序列。

由例 1.2-2 可得如下结论：

① 由于离散周期信号的周期 N 一定为整数，而连续周期信号的周期 T 无此要求，故连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列，如信号 $f_4(n) = \sin(3n)$ 即为非周期序列。

② 连续周期信号之和不一定是周期信号，而周期序列之和一定是周期序列。由于连续周期信号的周期 T 可以为任意常数，故周期可以为有理数或无理数。若 T_1 为无理数、 T_2 为有理数，则其周期之比一定为无理数，此时，两连续周期信号之和不是周期信号，如信号 $f_2(t) = \cos(3t) + \sin(2\pi t)$ 即为非周期信号；而离散周期信号的周期一定为整数，则其周期之比一定为有理数，故两周期序列之和一定是周期序列，如信号 $f_3(n) = \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ 为周期序列。

1.2.3 能量信号和功率信号

将信号（电压或电流）施加于 1Ω 电阻上所产生的能量或功率称为归一化能量或功率，这一定义常被用来分析信号的能量和功率。

若定义在区间 $(-\infty, \infty)$ 上信号的能量 E 有界，即信号的能量为一个有限值 $(0 < E < \infty)$ ，则这样的信号称为能量有限信号，简称能量信号。若定义在区间 $(-\infty, \infty)$ 上信号的平均功率 P 有界，即信号的平均功率为一个有限值 $(0 < P < \infty)$ ，则这样的信号称为功率有限信号，简称功率信号。

能量信号和功率信号也有连续和离散之分。对于连续信号 $f(t)$ ，其能量的定义为：

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1.2-4)$$

平均功率的定义为：

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1.2-5)$$

根据能量信号的定义，由于能量信号的能量为有限值，故式 (1.2-5) 中分子部分（信号的能量）为有限值，而分母部分为无穷大，故连续时间能量信号的平均功率一定为零。

根据功率信号的定义，由于式 (1.2-5) 中分母部分为无穷大，而信号的平均功率为有限值，故分子部分（信号的能量）一定为无穷大，所以，连续时间功率信号的能量一定为无穷大。

对于离散信号 $f(n)$ ，其能量的定义为：

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 \quad (1.2-6)$$

平均功率的定义为：

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 \quad (1.2-7)$$