



普通高等教育“十三五”规划教材
电气工程专业规划教材

电力网络分析及其应用

蔡金锭 郑文迪 编



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

电气工程专业规划教材

电力网络分析及其应用

蔡金锭 郑文迪 编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

电力网络分析及其应用是电气工程专业研究生的一门课程。书中重点介绍了电力网络基本知识、分析方法及其在工程中的应用。全书共9章,分别介绍了电力网络概论、电力网络的矩阵方程、电力网络的等值变换、电力网络的灵敏度分析、容差网络故障的区间分析及可测点的选择、电力网络功率流图原理及其应用、电力网络的状态方程、电力网接地网故障诊断技术和电力网络分析的计算机实现等内容。

为了便于读者学习,书中除了详细阐述基本原理外,还附有分析应用示例、计算数据和形图。读者通过学习能系统掌握电力网络理论的分析方法。本书除了作为研究生的学习教程之外,也可以作为电力工程技术人员的学习和参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

电力网络分析及其应用 / 蔡金锭, 郑文迪编. —北京: 电子工业出版社, 2016.7

ISBN 978-7-121-29157-9

I. ①电… II. ①蔡… ②郑… III. ①电力网络分析—高等学校—教材 IV. ①TM711

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第141823号

策划编辑: 任欢欢

责任编辑: 任欢欢

印 刷: 三河市双峰印刷装订有限公司

装 订: 三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编: 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 14.5 字数: 371.2千字

版 次: 2016年7月第1版

印 次: 2016年7月第1次印刷

定 价: 36.50元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: 192910558(QQ群)。

前 言

电力网络分析及其应用是电气工程专业研究生的一门课程。书中着重介绍了电力网络的基本知识、分析方法及其在电气工程中的应用。全书共 9 章,第 1 章主要介绍电力网络概论;第 2 章详细阐述了电力网络的矩阵方程;第 3 章介绍电力网络的等值变换;第 4 章阐述了电力网络的灵敏度分析计算方法;第 5 章详细介绍了容差网络故障的区间分析及可测点的选择;第 6 章介绍了电力网络功率流图原理及其应用;第 7 章介绍了电力网络的状态方程;第 8 章介绍了电力网接地网故障诊断技术;第 9 章是电力网络分析的计算机实现。

书中除了详细地介绍电力网络基本知识外,在内容上注重理论与实际应用相结合。为了便于读者学习,在书中部分章节中还列出了应用分析示例、计算数据和形图。读者通过学习能系统掌握电力网络理论的分析方法。本书除了作为研究生学习教程之外,也可以作为电力工程技术人员的学习和参考书。

本书由蔡金铨教授和郑文迪博士编写。刘庆珍副教授为本书的编写提供了部分章节的内容,全书由蔡金铨教授统稿和审核。本书的立项和编写得到福州大学教务处、研究生院的大力支持。福州大学电气工程与自动化学院研究生林雪倩、曾庆美、陈汉城、林智勇、詹启帆、汪波、颜诚、陈聪伟、官嘉玉、刘俊、杨建波、谢松等为本书文字编校等工作付出了辛勤劳动,在此向他们致以谢意,同时也向书中引用的所有参考文献的作者深表谢意。

由于电力网络分析及其应用涉及的知识面广而深,限于作者水平,难免在书中出现遗落、错误和缺点,恳请读者谅解并批评指正。

编 者

2016 年 4 月于福州大学

目 录

第 1 章 电力网络概论	1
1.1 电力网络的构成	1
1.2 电力网络的模型	2
1.2.1 基本元件	2
1.2.2 变压器	4
1.2.3 电力线路	5
1.3 电力网络图论基础	10
1.4 电力网络的矩阵	11
1.4.1 关联矩阵	11
1.4.2 回路矩阵	13
1.4.3 割集矩阵	13
1.4.4 路径矩阵	14
1.4.5 拓扑矩阵之间的关系	14
第 2 章 电力网络的矩阵方程	18
2.1 电力网络矩阵方程的基本概念	18
2.1.1 基尔霍夫电流定律	18
2.1.2 基尔霍夫电压定律	19
2.1.3 特勒根定理	20
2.2 电力网络的基本方程	20
2.2.1 典型支路及其约束	20
2.2.2 节点电压方程	21
2.2.3 回路电流方程	22
2.2.4 割集电压方程	22
2.2.5 路径电流方程	23
2.3 电力网络的特殊支路	24
2.3.1 变压器支路	24
2.3.2 受控源支路	26
2.3.3 电感耦合支路	30
2.4 电力网络矩阵方程的修改	32
2.4.1 支路导纳发生变化	32
2.4.2 变压器变比发生变化	33
2.4.3 增加节点	33
2.4.4 消去节点	33
2.4.5 节点合并	35
2.5 电力网络混合变量方程	35

第 3 章	电力网络等值变换	40
3.1	多射形与网形网络的变换	40
3.1.1	星形变为三角形及负荷移置	40
3.1.2	多射形变为网形及负荷移置	41
3.2	诺顿等值与戴维南等值	42
3.2.1	单端口诺顿等值和戴维南等值	42
3.2.2	多端口诺顿等值与戴维南等值	44
3.3	WARD 等值	45
3.4	REI 等值	48
第 4 章	电力网络的灵敏度分析	53
4.1	灵敏度的概念	53
4.1.1	网络方程的灵敏度	53
4.1.2	代数方程组的灵敏度	56
4.1.3	网络公式与算法	57
4.2	电力网络的灵敏度	59
4.2.1	线性网络的灵敏度	59
4.2.2	摄动方程	59
4.2.3	节点-支路阻抗矩阵	60
4.2.4	一般网络方程的灵敏度	60
4.2.5	电力网络方程的灵敏度	61
4.3	增量网络法	63
4.4	伴随网络法	70
4.4.1	伴随网络	70
4.4.2	用伴随网络法计算灵敏度	73
4.5	张量法	78
第 5 章	容差网络故障的区间分析及可测点的选择	83
5.1	引言	83
5.2	含有容差网络的区间分析	83
5.2.1	区间节点电压方程计算方法	84
5.2.2	故障仿真分析实例	85
5.3	容差网络故障的区间判定	86
5.4	容差子网络级故障区间诊断	89
5.4.1	线性容差子网络级故障区间诊断	89
5.4.2	非线性容差子网络级故障区间诊断	90
5.5	容差网络可测点电压灵敏度与故障识别关系	93
5.6	撕裂端口零电流门限灵敏度与故障识别关系	94
5.7	容差子网络级可测点的优化选择	95
5.7.1	容差网络可测点合理选择示例一	96
5.7.2	容差网络可测点合理选择示例二	98
5.8	优化选择可测点对子网络故障诊断的影响	102

5.8.1	可测点合理选择对子网络 N_1 零门限 D_0 的影响	102
5.8.2	可测点合理选择对子网络故障诊断的影响	103
5.9	本章小结	106
第 6 章	电力网络功率流图原理及其应用	107
6.1	流图的基本概念	107
6.2	流图与线性方程的关系	108
6.3	功率流图与矩阵方程	108
6.4	电力网络流图的形成法	109
6.5	流图的运算规则	111
6.6	传输(增益)的求解	113
6.7	路径与回路的搜索法	114
6.8	封闭信号流图法	116
6.9	Coates 流图及其应用	118
6.9.1	Coates 流图	119
6.9.2	Coates 公式	119
第 7 章	电力网络的状态方程	124
7.1	状态变量法的基本概念	124
7.1.1	状态、状态变量、状态方程	124
7.1.2	网络复杂性的阶数	125
7.2	线性网络的状态方程	129
7.2.1	编写状态方程的基本考虑	130
7.2.2	线性时不变 R、L、C、M 网络的状态方程	133
7.2.3	状态方程的端口建立法	139
7.3	状态方程的建立	145
7.3.1	利用信号流图建立状态方程	145
7.3.2	代数余子式的拓扑法	151
7.4	单双口网络状态方程	152
7.4.1	单口网络策动点函数 $Z_d(s)$ 和 $Y_d(s)$	152
7.4.2	双口网络 Z 函数	152
第 8 章	电力网接地网故障诊断技术	154
8.1	接地网故障的原因及其故障的危害性	154
8.1.1	接地网的导体腐蚀	154
8.1.2	土壤电阻率不均匀	154
8.1.3	电位分布不均	155
8.1.4	接地网故障的危害性	155
8.2	接地电阻常用的计算方法	155
8.2.1	接地网设计及有关问题	156
8.2.2	接地网形式	156
8.2.3	接地网的材料	156
8.2.4	设计误差及改进措施	156

8.2.5	接地电阻的计算方法	157
8.3	降低接地电阻的方法和措施	159
8.3.1	降阻材料应用及接地极防腐措施	160
8.3.2	降低接地电阻的物理和化学方法	161
8.3.3	高阻区降低电阻的措施	161
8.3.4	变电站接地网的特殊降阻措施	162
8.3.5	深孔压力灌注接地降阻	163
8.4	接地网故障诊断字典法	164
8.4.1	字典法故障诊断介绍	165
8.4.2	字典法故障诊断仿真示例	168
8.5	接地网故障分块诊断法	171
8.5.1	分块法故障诊断理论	171
8.5.2	接地网分块故障定位仿真	174
第9章	电力网络分析的计算机实现	177
9.1	MATLAB 软件在电力网络中的应用	177
9.1.1	MATLAB 语言结构	177
9.1.2	空间管理命令	180
9.1.3	MATLAB 的 M 文件	181
9.1.4	MATLAB 的矩阵运算	181
9.2	潮流计算的计算机算法	192
9.2.1	概述	192
9.2.2	潮流计算的数学模型	192
9.2.3	迭代法潮流计算	194
9.2.4	牛顿法潮流计算	196
9.2.5	P-Q 分解法潮流计算	198
9.3	稀疏技术	200
9.3.1	稀疏矩阵简介	200
9.3.2	稀疏矩阵存储技术	201
9.3.3	对角元素不稀疏的稀疏矩阵存储	202
9.3.4	三角分解技术	203
9.3.5	稀疏矩阵方程的计算	204
9.3.6	稀疏向量矩阵	206
9.3.7	网络演化	208
9.3.8	节点编号技术	213
附录		215
附录 A		215
附录 B		216
附录 C		220
参考文献		224

电力网络概论

1.1 电力网络的构成

为了将发电厂所生产的电能经济有效地传输至电力负荷中心，常常采用高电压线路输送电力，将发电厂生产的电能经升压变压器升压，再经高压传输线路输送并在用户端经降压变压器逐级降压，分配给广大用户。这种由发电厂、变电所、输电线路、配电系统和负荷等组成的电能生产、传输、分配和消费的系统叫作电力系统，如图 1-1 所示。

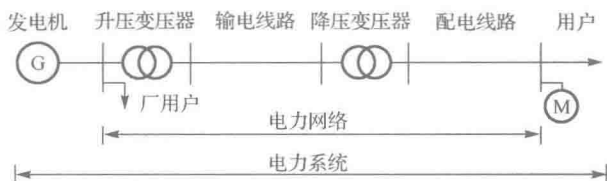


图 1-1 电力系统的构成

其中，由变压器、电力线路等变换、输送、分配电能设备所组成的联系发电与用电的统一整体，即电力系统中不包括发电厂与用电设备的部分，称为电力网络，或简称电网，其又可分为输电网与配电网两部分。

输电网将远离负荷的大型发电厂发出的电能经变压器升压后，通过输电线路送到大、中城市及其他大负荷中心的枢纽变电所。输电线路距离都比较长，有的数十、数百公里，甚至数千公里以上。为提高电力输送容量及其稳定性，并减少输送过程中的损耗，一般都采用超高压输电网送电。电力系统通常采用多回超高压骨干线路，经由不同路径，构成输电网架，并在大负荷中心地区形成以环形接线把多个枢纽变电所连接起来的输电网受端网架。我国交流输电网主要包括 220kV、330kV、500kV 以及 1000kV 四个电压等级。

配电网是指连接并从输电网受端网架受电，向一地区内供电和配送电能的电力网络，一般采用闭环设计、开环运行，其结构呈辐射状。在我国通常按电压等级分为高压配电网（35kV~110kV），中压配电网（6kV~20kV）和低压配电网（220V/380V）。

变压器是利用电磁感应的原理来改变交流电压的装置，主要构件是初级线圈、次级线圈和铁芯（磁芯）。主要功能有：电压变换、电流变换、阻抗变换、隔离、稳压（磁饱和变压器）等。按用途可以分为：电力变压器和特殊变压器（电炉变、整流变、工频试验变压器、调压器、矿用变、音频变压器、中频变压器、高频变压器、冲击变压器、仪用变压器、电子变压器、电抗器、互感器等）。

1.2 电力网络的模型

对电力网络有了初步认识之后,就可根据其中各元件的结构与特性进行建模。本节首先介绍电路理论中最基本的三种元件,然后再对电力网络两大元件——变压器和电力线路的建模方法进行阐述。

1.2.1 基本元件

如图 1-2 所示,电路元件是电力网络中最基本的组成单元。电路元件通过其端子与外部连接,其特性通过与端子有关的电路物理量描述。每种元件通过端子的两种物理量反映一种确定的电磁性质,元件的两个端子的电路物理量之间的代数函数关系称为元件的端子特性。

电路物理量有电压 u 、电流 i 、电荷 q 以及磁链 ψ 等。若表征元件特性的代数关系是一个线性关系,则该元件称为线性元件。电阻元件反映了电压 u 与电流 i 的线性关系;电感元件反映了磁链 ψ 与电流 i 的线性关系;电容元件反映了电荷 q 与电压 u 的线性关系。因此,上述三种基本元件都是线性元件。

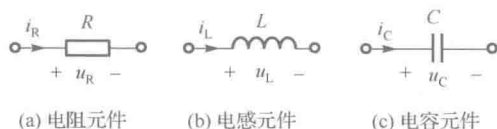


图 1-2 基本元件

1. 电阻元件

电阻器、白炽灯、电炉等在一定条件下可以用二端线性电阻元件作为其模型。如图 1-2(a) 所示,在电压和电流取关联参考方向时,在任何时刻其两端的电压和电流服从欧姆定律

$$u_R = i_R R \quad (1-1)$$

式中, R 为电阻元件的参数,称为元件的电阻。 R 是一个正实常数,单位为 Ω 。

令 $G = 1/R$, 则

$$i_R = G u_R \quad (1-2)$$

式中, G 称为电阻元件的电导。电导的单位是 S 。若电压、电流参考方向取非关联参考方向,两者符号相反。

当有正弦电流 $i_R = \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \phi)$ 通过时,根据欧姆定律,电压-电流的时域关系为

$$u_R = R i_R = \sqrt{2} R I_R \cos(\omega t + \phi) \quad (1-3)$$

说明电阻上的电压、电流都是同频的正弦量。令电压相量为 $\dot{U}_R = U_R \angle \phi$, 则相量形式有

$$\dot{U}_R = R I_R \angle \phi = R \dot{I}_R \quad (1-4)$$

它们的有效值仍符合欧姆定律,且幅角相等,即电压、电流同相。

2. 电感元件

电感元件是线圈的一种理想化模型,它反映了电流产生磁通和磁场能量储存这一物理现象,当一个线圈通电流后产生的磁场随时间变化时,在线圈中就产生感应电压。线性电感元件的图形符号如图 1-2(b)所示,一般在图中不必也难以画出 ψ_L 的参考方向,但规定 ψ_L 与电流 i 的参考方向满足右手螺旋关系。对于线性电感元件,其元件特性为

$$\psi_L = Li_L \quad (1-5)$$

式中, L 为电感元件参数,称为自感系数或电感,它是一个正实常数。在国际单位中,磁通和磁通链的单位是 Wb ,电感的单位是 H 。

当有正弦电流 $i_L = \sqrt{2}I_L \cos(\omega t + \phi)$ 通过时,电感的电压-电流的时域关系为

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = -\sqrt{2}\omega LI_L \sin(\omega t + \phi) = \sqrt{2}\omega LI_L \cos(\omega t + \phi + 90^\circ) \quad (1-6)$$

说明电感上的电压、电流都是同频的正弦量。令电压相量为 $\dot{U}_L = U_L \angle \phi$, u_L 的表达式变换后的相量形式有

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L \quad (1-7)$$

电压、电流有效值之间的关系类似于欧姆定律,但与角频率 ω 有关,其中与频率成正比的 ωL 具有与电阻相同的量纲 Ω ,称为感抗。这样命名表示它与电阻有本质上的差别,电感 L 上的电压降跟随频率变化,当 $\omega = 0$ 时, $\omega L = 0$, $u_L = 0$,电感相当于短路;当 $\omega = \infty$ 时, $\omega L \rightarrow \infty$, $i = 0$,电感相当于开路,在相位上电压超前电流 90° 。

3. 电容元件

在工程技术中,电容器的应用极为广泛。电容器虽然品种、规格各异,但就其构成原理来说,电容器都是由间隔以不同介质的两块金属板组成。当在两极板上加上电压后,两极板上分别聚集起等量的正、负电荷,并在介质中建立电场而具有电场能量。将电源移去后,电荷可继续聚集在极板上,电场继续存在。所以电容器是一种能储存电荷或者说储存电场能量的部件。电容元件就是反映这种物理现象的电路模型,其图形符号如图 1-2(c)所示,当电压参考极性与极板储存电荷的极性一致时,线性电容元件的元件特性为

$$q_C = Cu_C \quad (1-8)$$

式中, C 是电容元件的参数,称为电容,它是一个正实常数,单位为 F 。

若电容元件的电流 i 和电压 u 取关联参考方向,则得到电容元件的电压和电流关系为

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad (1-9)$$

上式表明电流和电压的变化率成正比。当电容上电压发生剧变(即 du_C/dt 很大)时,电流很大。当电压不随时间变化时,电流为零。故电容在直流情况下其两端电压恒定,相当于开路,或者说电容有隔断直流的作用。

对于电容,它的电压、电流关系的相量形式与电感 L 类似。当有正弦电流 $i_C = \sqrt{2}I_C \cos(\omega t + \phi)$ 通过时,其时域形式的关系为

$$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt = \sqrt{2} \frac{1}{\omega C} I_c \sin(\omega t + \phi) \quad (1-10)$$

说明电容上的电压、电流为同频的正弦量，电压、电流关系的相量形式为

$$\dot{U}_c = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_c \quad (1-11)$$

电压、电流有效值之间的关系类似于欧姆定律，但与频率 ω 有关，式中与频率成反比的 $-1/\omega C$ 具有与电阻相同的量纲 Ω ，称为容抗。电容电压将随频率变化而变化，当 $\omega=0$ 时， $1/\omega C = \infty$ ， $i_c = 0$ ，电容相当于开路；当 $\omega = \infty$ 时， $1/\omega C \rightarrow 0$ ， $u_c = 0$ ，电容相当于短路，在相位上电流超前电压 90° 。

1.2.2 变压器

在电力系统分析中变压器通常采用 Γ 形等值电路，如图 1-3 所示，双绕组变压器包含一条串联支路和一条并联支路，其串联支路表征高低压绕组归算于同一电压等级下的阻抗总和，并联支路表示励磁支路的导纳；三绕组变压器由三条串联支路与一条并联支路构成，串联支路分别为高、中、低三侧绕组各自的等值阻抗，并联支路的意义与双绕组的相同。

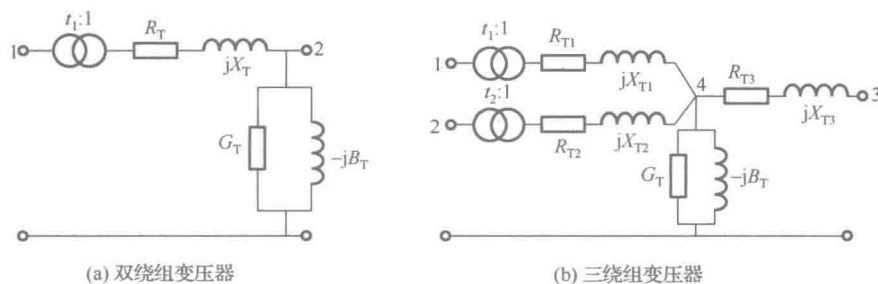


图 1-3 变压器模型

变压器的阻抗参数可通过短路试验时测得的短路容量与短路电压百分值获得，导纳参数可由空载试验时测得的空载损耗与空载电流百分值计算出。值得注意的是三绕组变压器按其三个绕组排列方式的不同有两种不同结构——升压结构和降压结构。升压结构变压器的中压绕组最靠近铁芯，低压绕组居中，高压绕组在最外层。降压结构变压器的低压绕组最靠近铁芯，中压绕组居中，高压绕组仍在最外层。绕组排列方式不同，绕组间漏抗从而短路电压也就不同，有可能出现处于居中位置的绕组与位于它两侧两个绕组间的两个漏抗之和小于该两绕组相互间的漏抗，导致计算出的居中绕组等值电抗为负，但此现象不表示该绕组有容性漏抗。由于此负值电抗的绝对值较小，近似计算中可取零。

图中阻抗支路左侧为一理想变压器， t_i 为理想变压器的变比。变压器电压变换的功能可以通过 Π 形等值电路来体现。

如图 1-4(a) 所示为图 1-3 中一条带变压器的阻抗支路，流入、流出理想变压器的功率相等，可得

$$\dot{U}_i \dot{I}_i = \dot{U}_i' \dot{I}_i' \quad (1-12)$$

理想变压器两侧节点电压、电流满足

$$\begin{cases} \dot{U}_i = t_i \dot{U}'_i \\ \dot{I}_i = \frac{1}{t_i} \dot{I}'_i \end{cases} \quad (1-13)$$

流经 Z_T 的电流

$$\dot{I}'_i = -\dot{I}_j = \frac{1}{Z_k} (\dot{U}'_i - \dot{U}_j) = \frac{1}{Z_k} \left(\frac{1}{t_i} \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \quad (1-14)$$

利用式 (1-13) 和式 (1-14) 可写作

$$\begin{cases} \dot{I}_i = \frac{1}{t_i} \dot{I}'_i = \frac{1}{Z_k} \left(\frac{1}{t_i^2} \dot{U}_i - \frac{1}{t_i} \dot{U}_j \right) \\ \dot{I}_j = -\frac{1}{Z_k} \left(\frac{1}{t_i} \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \end{cases} \quad (1-15)$$

设存在如图 1-4(b) 所示的 Π 形等值电路, 可列出

$$\begin{cases} \dot{I}_i = (y_{10} + y_{12}) \dot{U}_i - y_{12} \dot{U}_j \\ \dot{I}_j = -y_{21} \dot{U}_i + (y_{20} + y_{21}) \dot{U}_j \end{cases} \quad (1-16)$$

对照式 (1-15) 和式 (1-16) 可得

$$\left. \begin{aligned} y_{12} &= y_{21} = \frac{1}{Z_k t_i} \\ y_{10} &= \frac{1 - t_i}{Z_k t_i^2} \\ y_{20} &= \frac{t_i - 1}{Z_k t_i} \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

因此, 变压器模型中含理想变压器的阻抗支路可以用 Π 形等值电路表示, 并可利用式 (1-17) 求得其参数。

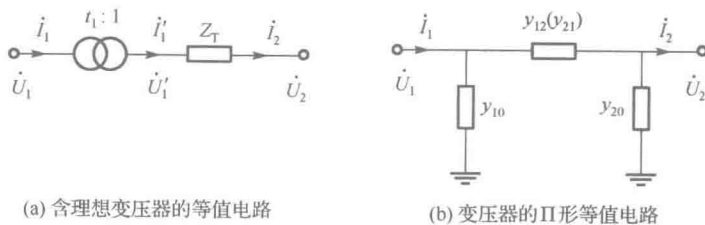


图 1-4 变压器等值模型

另外, 变压器不仅有改变电压大小而且有移相功能时, 其变比 t_i 为复数。虽也可求出各参数的值, 但由于 $y_{12} \neq y_{21}$, 不能用 Π 形等值电路表示, 具体的解决方法将在第 2 章 2.3 节相关内容中作详细介绍。

1.2.3 电力线路

根据电力系统分析的知识, 可求出电力线路单位长度的电阻、电抗、电纳、电导。严格来说, 电力线路的参数是均匀分布的, 即使是极短的一段线段, 都有相应大小的电阻、电抗、

电纳、电导。换言之，即使是复杂的等值电路，也不能认为是精确的。但又由于电力线路一般不长，需要分析的往往也只是它们的端点状况——两端电压、电流、功率，通常可不考虑线路的这种分布参数特性，只是在个别情况下才要用双曲函数研究具有均匀分布参数的线路。以下，先讨论集中参数模型。

1. 集中参数模型

顾名思义，集中参数模型指的是将阻抗参数、导纳参数分别简单地集中起来，以达到简化计算的目的。集中参数模型一般适用于中等及中等以下长度线路，对架空线路，其长度不超过 300km；对电缆线路，不超过 100km。

在以下讨论中，以 $R(\Omega)$ 、 $X(\Omega)$ 、 $G(S)$ 、 $B(S)$ 分别表示全线路每相的总电阻、电抗、电导、电纳。显然，线路长度为 $l(\text{km})$ 时

$$\begin{cases} R = r_1 l; & X = x_1 l \\ G = g_1 l; & B = b_1 l \end{cases}$$

通常，由于线路导线截面积的选择，以晴朗天气不发生电晕为前提，而沿绝缘子的泄漏又很小，可设 $G=0$ 。

根据线路长度的不同，集中参数模型又可细分为阻抗等值电路和 Π 形等值电路两种。

① 阻抗等值电路。

对于长度不超过 100km 的短架空线路，当线路电压不高时，电纳 B 的影响一般不大，可略去。从而，这类线路的等值电路最简单，只有一串联的总阻抗 $Z = R + jX$ ，如图 1-5 所示。

由图 1-5 可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

将式 (1-18) 与电路理论中介绍过的两端口或四端口网络方程

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

相比较，可得这种等值电路的通用常数 A 、 B 、 C 、 D

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 \\ B &= Z \\ C &= 0 \\ D &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

② Π 形等值模型。

Π 形等值模型一般用于中等长度线路，所谓中等长度线路，是指长度在 100~300km 的架空线路以及不超过 100km 的电缆线路。这种线路的电纳 B 一般不能略去，其模型如图 1-6 所示。

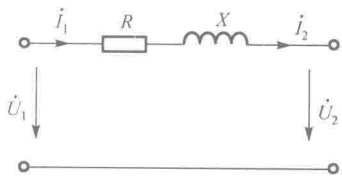


图 1-5 阻抗等值电路

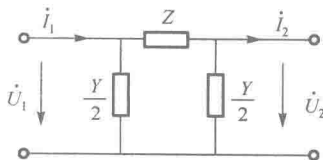


图 1-6 Π 形等值模型

在 Π 型等值电路中,除串联的线路总阻抗 $Z=R+jX$ 外,还将线路的总导纳 $Y=jB$ 分为两半,分别并联在线路的始末端。

由图 1-6 可得,流过串联阻抗 Z 的电流为 $\dot{I}_2 + \frac{Y}{2}\dot{U}_2$,从而

$$\dot{U}_1 = \left(\dot{I}_2 + \frac{Y}{2}\dot{U}_2 \right) Z + \dot{U}_2 \quad (1-21)$$

流入始端导纳 $\frac{Y}{2}$ 的电流为 $\frac{Y}{2}\dot{U}_1$,从而

$$\dot{I}_1 = \frac{Y}{2}\dot{U}_1 + \frac{Y}{2}\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \quad (1-22)$$

由此可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ZY}{2} + 1 & Z \\ Y\left(\frac{ZY}{4} + 1\right) & \frac{ZY}{2} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

将式(1-23)与式(1-19)相比较,可得 Π 形等值电路的通用常数

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{ZY}{2} + 1; & B &= Z \\ C &= Y\left(\frac{ZY}{4} + 1\right); & D &= \frac{ZY}{2} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

2. 均匀分布参数等值模型

对于长度超过 300km 的架空线路以及长度超过 100km 的电缆线路,不能不考虑它们的分布参数特性,其电路如图 1-7 所示。图中, z_1 、 y_1 分别表示单位长度线路的阻抗和导纳; U 、 I 分别表示距线路末端长度为 x 处的电压、电流; $\dot{U} + d\dot{U}$ 、 $\dot{I} + d\dot{I}$ 分别表示距线路末端长度为 $x+dx$ 处的电压、电流; dx 为长度的微元。

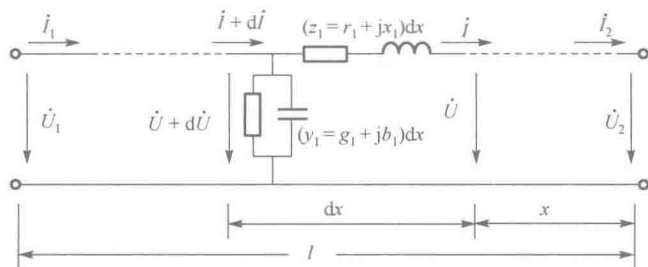


图 1-7 均匀分布参数电路

由图 1-7 可见,长度为 dx 的线路,串联阻抗中的电压降落为 $\dot{I}z_1dx$,并联导纳中的分支电流为 $\dot{U}y_1dx$ 。从中可列出

$$d\dot{U} = \dot{I}z_1dx \quad \text{或} \quad \frac{d\dot{U}}{dx} = \dot{I}z_1 \quad (1-25)$$

$$d\dot{I} = \dot{U}y_1 dx \quad \text{或} \quad \frac{d\dot{I}}{dx} = \dot{U}y_1 \quad (1-26)$$

取式(1-25)和式(1-26)对 x 的微分, 可得

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = z_1 \frac{d\dot{I}}{dx} \quad (1-27)$$

$$\frac{d\dot{U}^2}{dx^2} = y_1 \frac{d\dot{U}}{dx} \quad (1-28)$$

分别以式(1-27)和式(1-28)代入上两式, 又可得

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = z_1 y_1 \dot{U} \quad (1-29)$$

$$\frac{d\dot{I}^2}{dx^2} = z_1 y_1 \dot{I} \quad (1-30)$$

式(1-29)的解可得为

$$\dot{U} = C_1 e^{\sqrt{z_1 y_1} x} + C_2 e^{-\sqrt{z_1 y_1} x}$$

将其微分后代入式(1-25), 又可得

$$\dot{I} = \frac{C_1}{\sqrt{z_1/y_1}} e^{\sqrt{z_1 y_1} x} - \frac{C_2}{\sqrt{z_1/y_1}} e^{-\sqrt{z_1 y_1} x}$$

上两式中, $\sqrt{z_1/y_1} = Z_c$ 称特性阻抗, 而 $\sqrt{z_1 y_1} = \gamma$ 则是相应的线路传播系数。将 Z_c 、 γ 分别取代上式中的 $\sqrt{z_1/y_1}$ 、 $\sqrt{z_1 y_1}$, 它们可改写为

$$\dot{U} = C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x} \quad (1-31)$$

$$\dot{I} = \frac{C_1}{Z_c} e^{\gamma x} - \frac{C_2}{Z_c} e^{-\gamma x} \quad (1-32)$$

记及 $x=0$ 时, $\dot{U} = \dot{U}_2$ 、 $\dot{I} = \dot{I}_2$, 可见

$$\dot{U}_2 = C_1 + C_2; \quad \dot{I}_2 = \frac{C_1 - C_2}{Z_c}$$

从而

$$C_1 = \frac{\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2}{2}; \quad C_2 = \frac{\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2}{2}$$

以此代入式(1-31)、式(1-32), 可得

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2}{2} e^{\gamma x} + \frac{\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2}{2} e^{-\gamma x} \quad (1-33)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_2/Z_c + \dot{I}_2}{2} e^{\gamma x} + \frac{\dot{U}_2/Z_c - \dot{I}_2}{2} e^{-\gamma x} \quad (1-34)$$

考虑到双曲函数有如下定义

$$\sinh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}; \quad \cosh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}$$

式(1-33)、式(1-34)又可改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma x & Z_c \sinh \gamma x \\ \frac{\sinh \gamma x}{Z_c} & \cosh \gamma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-35)$$

运用上式, 已知末端电压、电流时, 计算沿线路任意点的电压、电流。如以 $x=l$ 代入, 则可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-36)$$

由上式可见, 这种电路的两端口网络通用常数分别为

$$\left. \begin{aligned} A &= \cosh \gamma l; & B &= Z_c \sinh \gamma l \\ C &= \frac{\sinh \gamma l}{Z_c}; & D &= \cosh \gamma l \end{aligned} \right\} \quad (1-37)$$

若只要求计算线路始末端电压、电流、功率, 仍可运用类似图 1-6 所示的 Π 形等值电路。设这种等值电路如图 1-8 所示, 并以 Z' 、 Y' 表示它们的集中参数阻抗、导纳。套用式(1-24)并计及式(1-37), 可解得

$$\begin{aligned} Z' &= Z_c \sinh \gamma l \\ Y' &= \frac{1}{Z_c} \frac{2(\cosh \gamma l - 1)}{\sinh \gamma l} \end{aligned} \quad (1-38)$$

显然是精确的, 但由于 Z' 、 Y' 的表达式中, Z_c 、 γ 是复数, 它们仍不便于使用。为此, 将其简化如下。将式(1-38)改写为

$$\begin{aligned} Z' &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh \sqrt{ZY} = Z \frac{\sinh \sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}} \\ Y' &= \sqrt{\frac{Y}{Z}} \frac{2(\cosh \sqrt{ZY} - 1)}{\sinh \sqrt{ZY}} = Y \frac{2(\cosh \sqrt{ZY} - 1)}{\sqrt{ZY} \sinh \sqrt{ZY}} \end{aligned} \quad (1-39)$$

将式中的双曲函数展开为级数, 并取它们的前前三项代入式(1-39), 可得

$$\begin{aligned} Z' &\approx Z \left(1 + \frac{ZY}{6} \right) \\ Y' &\approx Y \left(1 - \frac{ZY}{12} \right) \end{aligned} \quad (1-40)$$

将 $Z = R + jX = r_1 l + jx_1 l$, $Y = G + jB = g_1 l + jb_1 l$ 以及 $G = g_1 l = 0$ 代入展开, 可得

$$Z' \approx r_1 l \left(1 - x_1 b_1 \frac{l^2}{3} \right) + jx_1 l \left[1 - \left(x_1 b_1 - \frac{r_1^2 b_1}{x_1} \right) \frac{l^2}{6} \right] \quad (1-41)$$