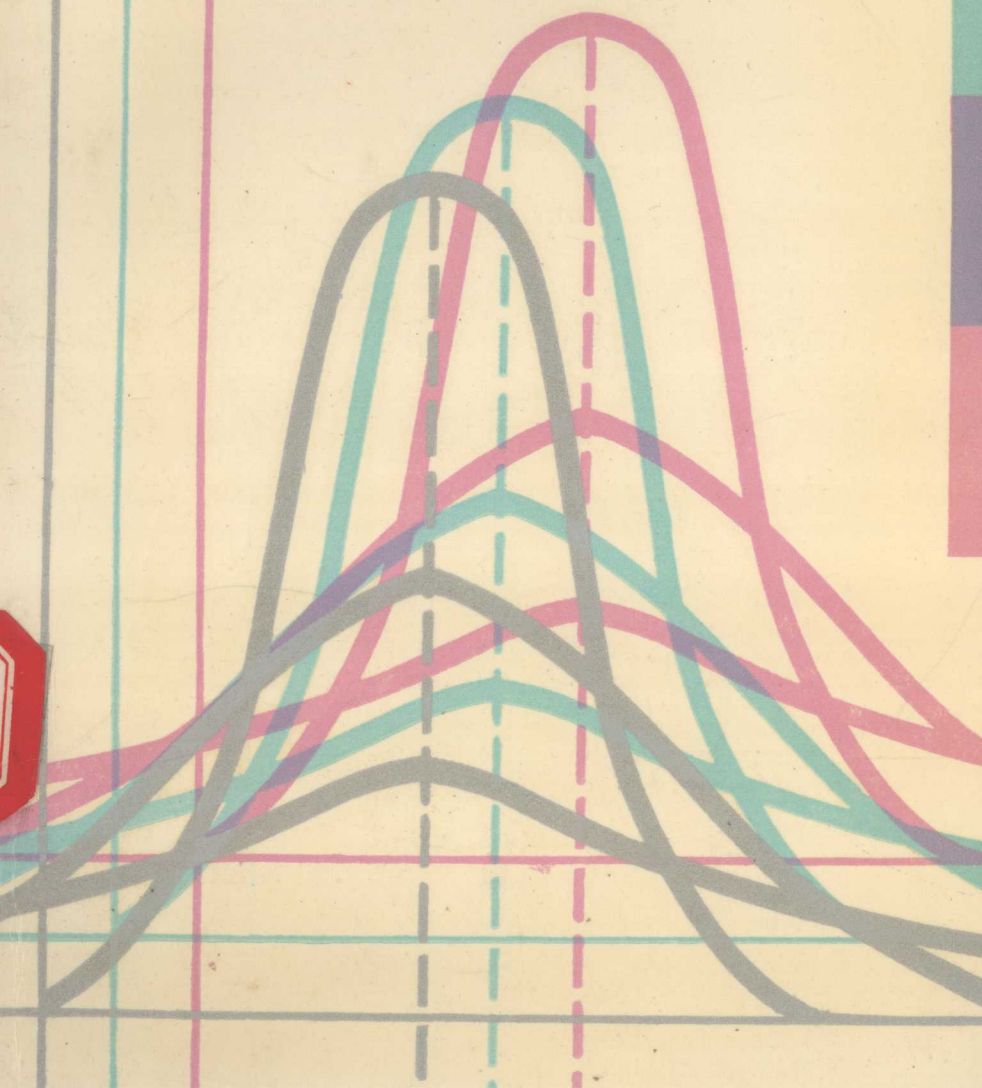


工·程·数·学

刘建中 吴郁萍 编著

天津科学技术出版社



工 程 数 学

刘建中 吴郁萍 编

天津科学技术出版社

津新登字 (90) 003 号

责任编辑: 张炳祥

工 程 数 学

刘建中 吴郁萍 编

*

天津科学技术出版社出版

天津市张自忠路 189 号 邮编 300020

河北省永清县第一胶印厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 14 字数 350 000

1994 年 5 月第 1 版

1994 年 5 月第 1 次印刷

印数: 1—4 230

ISBN 7-5308-1291-2
O·62 定价: 9.40 元

内 容 简 介

本书可作为高等学校工科大专教材使用。

全书分四篇。第一篇线性代数,第二篇复变函数,第三篇积分变换,第四篇概率论。每章章末附有本章要点、习题及习题简答。叙述简明扼要,深入浅出,通俗易懂,便于接受。对成人高等教育而言,本书针对性、系统性和应用性极强,适于讲授和自学。

本书可作为成人高等学校教材、大专院校教材或参考书,以及工程技术人员自学、函授或岗位培训用书。

前 言

《工程数学》是成人高等学校中的一门必修课,迄今尚无统一教材。本书是在多年成人高等教育、教学实践的基础上,按照国家教育委员会(原教育部)颁发的职工高等专科学校工程数学教学大纲,针对成人教育的培养目标,结合教学对象而编写的。

全书由四部分组成。第一篇线性代数,第二篇复变函数,第三篇积分变换,第四篇概率论。每章章末附有本章要点、习题及习题简答。

成人教育的对象主要是在职和非在职的中青年;成人教育的目标是培养职业技术性的应用型人才。针对这些特点,本书力图概念引入自然直观,重点突出,深入浅出,通俗易懂和注意新旧知识的对比,及与后续课程的衔接;例题难易适度,注重解题思路和方法。书中特别需要说明的地方,都冠以“注意”或“注”之类的字样,以期唤起读者的思考。“本章要点”归纳了一章的主要内容,帮助读者总结复习;习题突出了理论的深化和方法的应用;习题简答为读者提供了参考性解题方法和答案,尽量减少读者的困难。此书易于讲授,非常适合自学。

本书曾以讲义的形式使用过多次,这次出版又进行了较大的修改。其中第一篇由刘建中、吴郁萍执笔;第二、三篇由刘建中执笔;第四篇由吴郁萍执笔。全书由刘建中统稿。何冠山、魏文元、肖兴国曾审阅过本书的初稿,并提出了很多宝贵的意见,在此一并向他们表示感谢。

限于编者水平,书中的缺点和错误在所难免,恳请读者赐教。

编者

1992年4月

目 录

第一篇 线性代数

引言	(1)
----	-----

第一章 行列式	(4)
---------	-----

§ 1 二、三阶行列式的回顾	(4)
----------------	-----

§ 2 n 阶行列式	(9)
--------------	-----

§ 3 按行(列)展开行列式	(15)
----------------	------

§ 4 克莱姆法则	(20)
-----------	------

本章要点	(23)
------	------

习题(1-1)	(23)
---------	------

习题(1-1)简答	(26)
-----------	------

第二章 矩阵	(34)
--------	------

§ 1 矩阵及其运算	(34)
------------	------

§ 2 逆矩阵	(41)
---------	------

§ 3 矩阵的初等变换和等价标准型	(46)
-------------------	------

§ 4 矩阵的秩	(54)
----------	------

§ 5 相容性定理	(58)
-----------	------

§ 6 线性方程组的矩阵解法	(61)
----------------	------

本章要点	(64)
------	------

习题(1-2)	(66)
---------	------

习题(1-2)简答	(68)
-----------	------

第三章 向量空间	(79)
----------	------

§ 1 n 维向量	(79)
-------------	------

§ 2 线性相关和线性无关	(81)
---------------	------

§ 3 向量组的秩	(87)
-----------	------

§ 4 齐次线性方程组解的结构	(90)
-----------------	------

§ 5 非齐次线性方程组解的结构	(96)
本章要点	(100)
习题(1-3)	(102)
习题(1-3)简答	(105)
第四章 二次型	(116)
§ 1 二次型及其标准型	(116)
§ 2 合同标准型	(119)
§ 3 相似标准型	(124)
§ 4 正(负)定二次型	(132)
本章要点	(135)
习题(1-4)	(137)
习题(1-4)简答	(139)

第二篇 复变函数

引言	(148)
第一章 复变函数	(150)
§ 1 复数及其运算	(150)
§ 2 区域	(156)
§ 3 复变函数	(161)
§ 4 复变函数的极限和连续性	(165)
§ 5 初等函数	(167)
本章要点	(173)
习题(2-1)	(176)
习题(2-1)简答	(178)
第二章 解析函数	(195)
§ 1 可导与解析的概念	(195)
§ 2 可导与解析的充要条件	(198)
§ 3 解析函数与调和函数的关系	(204)
本章要点	(207)

习题(2-2)	(208)
习题(2-2)简答	(209)
第三章 复变函数的积分	(219)
§1 复变函数积分的概念及计算	(219)
§2 积分基本定理	(224)
§3 柯西积分公式	(229)
本章要点	(232)
习题(2-3)	(234)
习题(2-3)简答	(235)
第四章 级数	(243)
§1 幂级数	(243)
§2 泰勒级数	(247)
§3 罗伦级数	(250)
本章要点	(257)
习题(2-4)	(258)
习题(2-4)简答	(259)
第五章 留数	(268)
§1 孤立奇点	(268)
§2 留数	(272)
本章要点	(276)
习题(2-5)	(277)
习题(2-5)简答	(278)

第三篇 积分变换

引言	(284)
第一章 傅氏变换	(286)
§1 傅氏变换的概念	(286)
§2 傅氏变换的性质	(290)

§ 3 傅氏变换的应用	(294)
本章要点	(295)
习题(3-1)	(297)
习题(3-1)简答	(298)
第二章 拉氏变换	(305)
§ 1 拉氏变换的概念	(305)
§ 2 拉氏变换的性质	(309)
§ 3 拉氏变换的应用	(313)
本章要点	(317)
习题(3-2)	(318)
习题(3-2)简答	(320)

第四篇 概 率 论

引言	(329)
-----------------	-------

第一章 随机事件及其概率	(331)
---------------------------	-------

§ 1 排列与组合	(331)
§ 2 随机事件及其概率	(337)
§ 3 事件的运算及概率的加法定理	(343)
§ 4 条件概率与乘法定理	(346)
§ 5 全概公式与逆概公式	(350)
§ 6 独立试验序列概型	(354)
本章要点	(356)
习题(4-1)	(358)
习题(4-1)简答	(361)

第二章 随机变量及其概率分布	(365)
-----------------------------	-------

§ 1 随机变量及其概率分布	(365)
§ 2 离散型随机变量	(368)
§ 3 连续型随机变量	(373)
§ 4 随机变量的期望与方差	(380)

本章要点.....	(391)
习题(4-2)	(394)
习题(4-2)简答	(398)
第三章 大数定律与中心极限定理	(409)
§1 大数定律的概念	(409)
§2 大数定律	(410)
§3 中心极限定理	(411)
本章要点.....	(413)
习题(4-3)	(414)
习题(4-3)简答	(414)
附录 I 傅氏变换简表.....	(417)
附录 II 拉氏变换简表.....	(426)
附录 III 泊松分布数值表.....	(429)
附录 IV 正态分布数值表.....	(431)

第一篇 线性代数

引言

一、线性方程组问题的引入

在解析几何中我们知道,二元一次方程表示平面上的一条直线.求解二元一次联立方程组

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

可以讨论平面上两条直线的位置关系.当方程组有唯一的解时,表示这两条直线相交且只有一个交点;当方程组无解时,则表示这两条直线相互平行;当方程组有无穷多解时,则表示这两条直线重合.

同样,三元一次方程表示空间的一个平面,求解三元一次联立方程组

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \end{cases}$$

可以讨论空间两个平面的相互位置关系:相交、平行或重合.

在自然科学和工程技术中,大量遇到的是多个未知量、多个方程的联立方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \cdots \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

即 m 个 n 元一次联立方程组 (m, n 均为自然数), 以下简称线性方程组. 为了求解线性方程组, 就需要我们研究:

(1) 如何判断一个线性方程组有没有解? 即解的存在性问题.

(2) 如果线性方程组有解, 是否只有一个解? 即解的唯一性问题.

(3) 如果线性方程组有多个解, 这些解之间的关系怎样? 即解的结构问题.

(4) 如果一个线性方程组有解, 如何求出它的解? 即方程组的解法问题.

这是线性代数研究的重要课题之一.

二、二次型问题的引入

我们在解析几何中也知道, 二元二次方程

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

表示平面上的一条曲线. 适当地选择坐标变换, 如平移

$$\begin{cases} x = x' + p \\ y = y' + q \end{cases}$$

可以把方程化简, 消去一次项和常数项, 使其化成

$$a_1x'^2 + b_1x'y' + c_1y'^2 = d_1$$

的形式, 再施以适当的坐标变换: 如转轴

$$\begin{cases} x' = x''\cos\theta - y''\sin\theta \\ y' = x''\sin\theta + y''\cos\theta \end{cases}$$

进而可以把二次方程化为

$$mx'' + ny'' = r$$

的形式, 便于讨论二次曲线的性质和分类.

同样, 三元二次方程

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dxz + ez^2 + fyz + gx + hy + kz + i = 0$$

表示空间的一个曲面. 通过适当的坐标变换, 它可以简化为

$$mx''^2 + ny''^2 + pz''^2 = q$$

的形式,便于讨论二次曲面的性质和分类.

大量的实际问题,要求我们对一般的多个变量的二次方程

$$a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{nn}x_n^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + \cdots + a_{n-1,n}x_{n-1}x_n = 0$$

(以下简称二次型)进行研究,给出适当的方法,消去变量的交叉项 $x_1x_2, x_1x_3, \cdots, x_{n-1}x_n$, 化简原方程为

$$b_{11}x_1'^2 + b_{22}x_2'^2 + \cdots + b_{nn}x_n'^2 = d$$

的形式,以利讨论其几何性质等.

这也是线性代数研究的重要课题之一.

关于线性方程组和二次型问题的讨论,都要借助于行列式、矩阵、向量这些数学工具. 在本书第一篇中,我们将以上述提出的两个问题为主线,介绍有关行列式、矩阵、向量空间、线性方程组和二次型的基本知识. 也为读者今后学习较抽象的线性代数知识,打下良好的基础.

线性代数是一个古老的数学分支. 在数学的其它分支及别的学科中,作为数学工具均有广泛的应用.

第一章 行列式

行列式的概念是从线性方程组的问题中引出来的. 我们先由二、三阶行列式的讨论开始, 找出规律, 推广到 n 阶行列式上去. 然后, 给出用行列式解 n 元线性方程组的一个直接应用.

§ 1 二、三阶行列式的回顾

一、二、三阶行列式的定义

我们早已知道, 解二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

要用到二阶行列式. 即当

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

时, 方程组有唯一的解

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{D}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{D}$$

当 $D=0$ 时, 方程组有无穷多组解或无解.

解三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

时, 要用到三阶行列式. 当

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

时, 方程组有唯一的解

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{D}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}}{D},$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}}{D}$$

当 $D=0$ 时, 方程组无解或有无穷多组解.

在此, 我们应用的二、三阶行列式, 其定义分别是:

设有 2^2 个数, 按一定行和列的顺序, 排成一个两行、两列的表, 它表示一个不同行, 不同列 2 个数之乘积的代数之和. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

称为二阶行列式.

设有 3^2 个数, 按一定行和列的顺序, 排成一个三行、三列的表, 它表示一个不同行、不同列 3 个数之乘积的代数之和. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

称为三阶行列式.

其表中横的称为行, 竖的称为列, 而每一个数称为行列式的元素. 每个元素的下标, 前者表示所在的行序号, 称为行标, 后者表示所在的列序号, 称为列标.

注意 行列式只是一个记号, 它表示的是一个代数之和的数值.

二、三阶行列式的性质

由定义不难直接验证,二、三阶行列式具有如下性质(以三阶行列式为例):

1. 行列式与其转置行列式(行、列互换)相等.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2. 互换行列式的任意两行(列),行列式变一号,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

特别,若行列式中某两行(列)相同,行列式为零.

3. 在行列式的任一行(列)中,可以提取公因子.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

特别,若行列式中某一行(列)为零,则行列式为零.

4. 行列式中的任意两行(列)成比例,行列式为零.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

5. 行列式的某一行(列)是两项之和,则此行列式可拆成两个行列式之和.

$$\begin{vmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

6. 行列式的某一行(列)乘以同一个数加到另一行(列)上去, 行列式不变.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + ka_{31} & a_{22} + ka_{32} & a_{23} + ka_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

有了这些性质, 我们可以简化行列式的计算.

【例 1】 计算上三角行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

解 由三阶行列式定义

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}$$

顺便指出, 下三角行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}$$

【例 2】 计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{解 } D &= \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{((1) \ (2))} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & c \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} \\ &\xrightarrow{\textcircled{1} \times (-a) + \textcircled{2}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & a+c \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$