普通高等教育"十一五"国家级规划教材配套参考书

Physics

物理学教程（第三版）学习指导

主　编　马文蔚　朱莉
副主编　毕冬梅　支文

高等教育出版社

]家级规划教材配套参考书

物理学教程（第三版）学习指导

主　编　马文蔚　朱莉
副主编　毕冬梅　文文

WULIXUE JIAOCHENG （DI SAN BAN） XUEXI ZHIDAO

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是为配合马文蔚等主编的《物理学教程》(第三版)上、下册而编写的学习指导书。 全书共分为十六章，章节顺序与主教材相同。 每章包括教学基本要求、基本概念及规律、典型例题指导三个部分。 本书帮助学习者总结教材的主要知识点以及教学的重点和难点，注重训练学生对基本概念和基本规律的理解和运用，以培养学生分析问题、解决问题的能力。 全书共精选了113道典型例题，可作为教材例题的很好补充。

本书可供选用马文蔚等主编的《物理学教程》(第三版)上、下册作为教材的高等院校师生作为教学和学习的参考书，也可供文科相关专业选用和社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

物理学教程(第三版)学习指导 / 马文蔚，朱莉主编. --北京：高等教育出版社，2016.9
ISBN 978-7-04-045989-0

Ⅰ. ①物… Ⅱ. ①马… ②朱… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 176550 号

策划编辑 缪可可　责任编辑 张海雁　封面设计 李小璐　版式设计 王艳红
插图绘制 尹文军　责任校对 李大鹏　责任印制 刘思涵

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 山东省高唐印刷有限责任公司
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 8.5
字　　数 200千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.hepmall.com.cn
　　　　 http://www.hepmall.com
　　　　 http://www.hepmall.cn
版　　次 2016年9月第1版
印　　次 2016年9月第1次印刷
定　　价 15.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号 45989-00

前　言

本书是为配合马文蔚等主编的普通高等教育“十一五”国家级规划教材《物理学教程》(第三版)上、下册而编写的。本书的章节和顺序与主教材相同,每章包括教学基本要求、基本概念及基本规律、典型例题指导三个部分。教学基本要求部分,简明扼要地指出每章应该掌握、理解、了解的主要内容;基本概念及基本规律部分,重点突出地归纳和总结了每章的知识点,并指出掌握、理解和运用时的要点,更好地帮助同学们理清思路,抓住重点,突破难点;典型例题指导部分,补充一定数量的典型例题,给出解题思路、解题方法和解题步骤,注重培养学生分析问题和解决问题的能力,可用于教师习题课讲授或指导学生课后自学。

本书由马文蔚教授和朱莉教授主编。参加编写工作的有朱莉(第一章至第八章、第十一章和第十二章,毕冬梅(第九章和第十章),支文(第十三章和第十四章),王丽丽(第十五章和第十六章)。武汉大学潘守清教授认真审阅了全书并提出了宝贵的修改意见,在此编者致以真诚的感谢。

由于编者水平有限,错误和不当之处在所难免,恳请读者批评指正。

编　者

2016 年 04 月

反盗版举报电话　(010)58581999　58582371　58582488

反盗版举报传真　(010)82086060

反盗版举报邮箱　dd@hep.com.cn

通信地址　北京市西城区德外大街4号
　　　　　高等教育出版社法律事务与版权管理部

邮政编码　100120

目　录

第一章　质点运动学

一、教学基本要求

1. 理解参考系、坐标系、质点的概念.

2. 掌握描述质点运动的四个基本物理量:位矢、位移、速度、加速度的矢量性、相对性和瞬时性.

3. 理解位移与位矢、位移与路程、平均速度与瞬时速度、速度与速率的区别.

4. 熟练掌握用直角坐标系或自然坐标系计算质点平面运动时的速度、加速度、角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度的方法.

5. 掌握应用微积分计算运动学两类问题的方法,即:已知运动方程,求速度和加速度;已知速度、加速度及初始条件,求运动方程.

6. 了解相对运动.

二、基本概念及基本规律

1. 参考系、坐标系、质点

参考系　为描述物体的运动而选的标准物叫做参考系.

坐标系　为了定量描述质点的运动,需在参考系上选择一个坐标系,如:直角坐标系、极坐标系和自然坐标系等.

质点　在一定条件下,可以忽略物体的大小和形状,把物体当作一个有一定质量的点,这个点称为质点.质点是一个理想模型.

2. 位置矢量、位移、速度、加速度

位置矢量(位矢)　从坐标原点指向质点所在位置的矢量称为位置矢量,用 $\boldsymbol{r}$ 表示.

运动方程　位矢随时间变化的关系式称为质点的运动方程,即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

轨迹方程(参量方程)　运动方程消去 t 便得到质点运动的轨迹方程.

位移矢量(位移)　位矢在一段时间 Δt 内的增量,即自始点 A 指向终点 B 的有向线段,用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示.

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A$$

平均速度　在 Δt 时间内,质点的位移和时间间隔的比值称为质点在这段时间内的平均速度,用 $\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示.

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

瞬时速度(速度)　$\Delta t\to0$ 时平均速度的极限值,或位矢对时间的一阶导数称为瞬时速度(简称速度),用 $\boldsymbol{v}$ 表示.

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

平均加速度 在 Δt 时间内,质点的速度增量为 $\Delta \boldsymbol{v}$ 和时间间隔的比值称为质点在这段时间内的平均加速度,用 $\overline{\boldsymbol{a}}$ 表示.

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

瞬时加速度(加速度) $\Delta t\to 0$ 时平均加速度的极限值,或速度对时间的一阶导数(位矢对时间的二阶导数)称为瞬时加速度(简称加速度),用 $\boldsymbol{a}$ 表示.

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

3. 角量以及角量和线量之间的关系

角坐标 在极坐标系下,某一时刻的位矢与 Ox 轴之间的夹角称为角坐标,用 θ 表示.注意 θ 是有正负的,若选定沿逆时针方向转动的 θ 为正,则沿顺时针方向转动的 θ 就为负.

角速度 角坐标 $\theta(t)$ 随时间的变化率称为角速度,用 ω 表示.

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 角速度 $\omega(t)$ 随时间的变化率称为角加速度,用 α 表示.

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

角量与线量之间的关系

$$s=r\theta$$

$$v=r\omega$$

$$a_{\mathrm{t}}=r\alpha$$

$$a_{\mathrm{n}}=r\omega^2$$

式中 r 是质点作圆周运动时圆的半径.

4. 运动叠加原理(运动独立性原理)

一个运动可以看成由几个同时进行的各自独立的运动叠加而成,这称为运动叠加原理或运动独立性原理.

例如抛体运动这类匀变速平面运动,可看成两个同时进行的各自独立的直线运动的叠加.

5. 相对运动

描述任何质点的运动都应该选择一定的参考系,用不同的参考系描述同一运动的质点,将有不同的结果.

设有两个参考系,一个为 S 系(基本参考系),另一个为 S′系(运动参考系),S′系沿 Ox 轴以恒定速度 $\boldsymbol{u}$ 相对于 S 系运动.如图 1-1 所示,一个质点在两个参考系中位矢和速度变换式分别为

位矢变换式

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{u}t$$

式中 $\boldsymbol{r}$ 为质点相对 S 系的位矢,$\boldsymbol{r}'$为质点相对 S′系的位矢,$\boldsymbol{u}t$ 为 S′系相对 S 系的位矢.

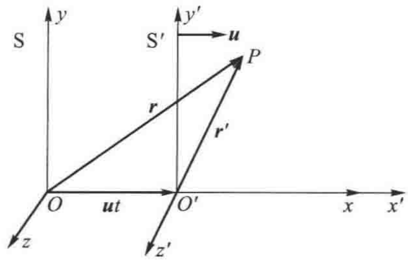


图 1-1

速度变换式——伽利略速度变换式

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

式中 $\boldsymbol{v}$ 为质点相对 S 系的速度(绝对速度),$\boldsymbol{v}'$为质点相对于 S′系的速度(相对速度),$\boldsymbol{u}$ 为 S′系相对 S 系的速度(牵连速度).

6. 描述质点运动的物理量在三种常用坐标系中的运用

直角坐标系

① 位矢 矢量式:$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$

$$\begin{cases}\text{大小}:|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}\\ \text{方向}\begin{cases}\text{三维空间}:\cos\alpha=\dfrac{x}{|\boldsymbol{r}|},\cos\beta=\dfrac{y}{|\boldsymbol{r}|},\cos\gamma=\dfrac{z}{|\boldsymbol{r}|}\\ \text{二维空间}:\alpha=\arctan\dfrac{y}{x}\quad(\alpha\text{ 为 }\boldsymbol{r}\text{ 与 }Ox\text{ 轴之间的夹角})\end{cases}\end{cases}$$

② 运动方程 矢量式:$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$

分量式:$x=x(t),y=y(t),z=z(t)$

③ 轨迹方程 $z(x,y)$

④ 位移 矢量式:$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(z_B-z_A)\boldsymbol{k}$

$=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$

$$\begin{cases}\text{大小}:|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}\\ \text{方向}:\boldsymbol{r}_A\text{ 指向 }\boldsymbol{r}_B\text{ 的方向}\end{cases}$$

⑤ 平均速度 矢量式:$\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}=\bar{v}_x\boldsymbol{i}+\bar{v}_y\boldsymbol{j}+\bar{v}_z\boldsymbol{k}$

$$\begin{cases}\text{大小}:\bar{v}=\sqrt{\bar{v}_x^2+\bar{v}_y^2+\bar{v}_z^2}\\ \text{方向}:\Delta\boldsymbol{r}\text{ 的方向}\end{cases}$$

⑥ 速度 矢量式:$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$

$$\begin{cases}\text{大小}:|\boldsymbol{v}|=v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}\\ \text{方向}:\text{沿该点曲线的切线方向}\end{cases}$$

⑦ 加速度 矢量式:$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$

$$\begin{cases}\text{大小：} |\boldsymbol{a}| = a = \sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \\ \text{方向：} \Delta\overline{\boldsymbol{v}}\text{的极限方向}\end{cases}$$

自然坐标系

如图 1-2 所示，在质点作平面运动，并且运动轨迹 $s=s(t)$ 已知的情况下，我们可以选定轨迹上任意一点 O 为原点，用轨迹的长度 s 来描述质点的位置，用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示质点沿轨迹切向的单位矢量，$\boldsymbol{e}_n$ 表示沿轨迹法向(指向凹面)的单位矢量，$\boldsymbol{e}_t \perp \boldsymbol{e}_n$，方向随时间而变化，这种顺着已知的质点运动轨迹建立起来的坐标系称为自然坐标系.

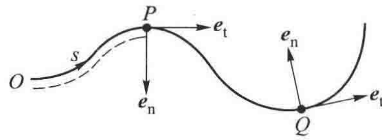


图 1-2

① 自然坐标　$s=s(t)$

② 速度　$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t$　　($\boldsymbol{v}$ 沿轨迹切线方向)

③ 加速度　矢量式：$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n=r\alpha\boldsymbol{e}_t+r\omega^2\boldsymbol{e}_n$

$$\begin{cases}\text{大小：} a=\sqrt{a_t^2+a_n^2} \\ \text{方向：} \varphi=\arctan\dfrac{a_n}{a_t}\end{cases}\qquad (\varphi\text{ 为 }\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{a}_t\text{ 之间的夹角})$$

式中 ρ 是质点运动轨迹上某点的曲率半径，$\boldsymbol{a}_t$ 为切向加速度，$\boldsymbol{a}_n$ 为法向加速度，如图 1-3 所示.

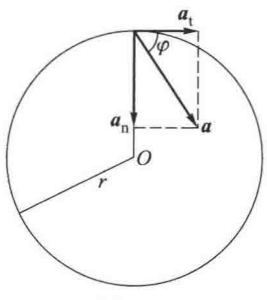


图 1-3

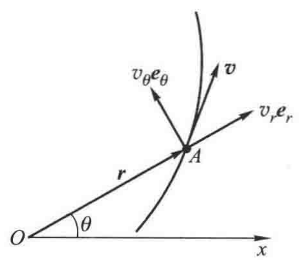


图 1-4

平面极坐标系

对于一个质点限制在平面内运动的情形，也可采用图 1-4 所示的平面极坐标系.这时质点的位置可用位矢 $\boldsymbol{r}$ 和 θ($\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴之间的夹角)来确定，这种以($\boldsymbol{r}$，θ)为坐标的参考系称为平面极坐标系，设以 $\boldsymbol{e}_r$ 和 $\boldsymbol{e}_\theta$ 代表沿径向和横向(与径向垂直指向 θ 角增加的方向)的单位矢量，它们的数值不变，但方向均随质点的位置而变，则

① 位矢　$\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{e}_r$

② 速度　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r+r\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r+r\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta$

7. 弄清以下几个问题

(1) 位移和位矢有何区别?

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 虽然都是矢量，但二者是两个不同的物理量.位矢是在某一时刻，以坐标原

点为起点，以运动质点所在位置为终点的有向线段，而位移是在一段时间间隔内，从质点的起始位置指向质点的终止位置的有向线段；位矢描述的是某一时刻运动质点在空间中的位置，而位移描述的是某一段时间间隔内运动质点位置变动的大小和方向；位矢与时刻相对应，位移与时间间隔相对应.在一般情况下，两者不相同.

（2）位移和路程有何区别？在什么情况下两者的量值相等？

路程是在某段时间内，质点所经路径（轨迹）的总长度，一般为曲线的弧长，而位移是在这段时间内，从起始位置指向终止位置的有向线段；路程是标量，只有大小，无方向，并且恒为正.位移是矢量，不仅有大小，而且有方向；曲线运动时，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$.只有在质点作单方向直线运动时，位移的大小与路程的量值才相等.或当 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$.

（3）平均速度与瞬时速度有何区别？

平均速度 $\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$与一段时间间隔相联系，只能粗略地描述质点的运动.瞬时速度 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$是当时间 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限值，与某一时刻相联系，精确地描述质点的运动.

（4）平均速度和平均速率有何区别？在什么情况下两者的量值相等？

平均速率是运动质点所经过的路程与时间的比值，即 $\overline{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$是标量；平均速度是运动质点的位移与时间的比值，即 $\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$是矢量.一般情况下，$|\overline{\boldsymbol{v}}| \neq \overline{v}$，只有当质点作单方向直线运动时，平均速度的大小与平均速率的量值才相等.

（5）速度和速率有何区别？

速率 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，描述质点运动的快慢，只有大小，无方向，是标量；而速度 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，描述了质点运动的快慢和方向，不仅有大小，而且有方向，是矢量.因为当 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$，所以，$|\boldsymbol{v}| = v$.

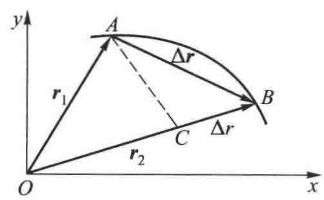


图 1-5

（6）在曲线运动中 Δr 与 $|\Delta \boldsymbol{r}|$是否相同？

$\Delta r = |r_2| - |r_1|$表示两位矢的绝对值之差，而 $|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1|$表示两位矢之差的绝对值.在一般情况下，$\Delta r$ 与 $|\Delta \boldsymbol{r}|$并不相等.在图 1-5 中，设质点从 A 点运动到 B 点，则 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1| = BC$，$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1| = AB$.二者并不相等.

三、典型例题指导

运动方程是运动学问题的核心.实际遇到的运动学问题，大致可以分成以下两种类型.

第一类问题：已知运动方程 $\boldsymbol{r}(t)$，求速度和加速度. 这类问题可根据速度和加速度的定义式 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 将已知的 $\boldsymbol{r}(t)$ 函数对时间 t 求导数而求得.见例 1-1，例 1-2，例 1-3，例 1-4.

第二类问题：已知速度及初始条件求运动方程，或已知加速度及初始条件求速度和运动方程. 这类问题要应用积分法，在计算上较为复杂一些.见例1-6，例 1-7.

例 1-1

一质点沿 x 轴作直线运动,其运动方程为 $x=10+4t-t^2$(SI 单位).①求:(1) 第 3 s 末的速度和加速度.(2) 第 1 s 末到第 3 s 末的位移、平均速度和路程.

解 这是一维直线运动,故矢量号可略去.

(1) 任一时刻的速度

$$v=\frac{dx}{dt}=4-2t$$

任一时刻的加速度

$$a=\frac{dv}{dt}=-2$$

将 $t=3$ s 代入,得

$$v_3=-2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1},\quad a_3=-2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

(2) 第 1 s 末到第 3 s 末的位移

$$\Delta x=x_3-x_1=(13-13)\ \text{m}=0$$

第 1 s 末到第 3 s 末的平均速度

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=0$$

由 $v=\frac{dx}{dt}=4-2t=0$ 可知,质点的换向时刻为 $t=2$ s,所以,第 1 s 末到第 3 s 末质点走过的路程为

$$s=|x_2-x_1|+|x_3-x_2|=|14-13|\ \text{m}+|13-14|\ \text{m}=2\ \text{m}$$

例 1-2

已知质点的坐标为 $x=2t,y=6-2t^2$.求:(1) 1~2 s 内的 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和 $\bar{\boldsymbol{v}}$.(2) $t=1$ s 时刻的瞬时速度 $\boldsymbol{v}_1$.(3) 任意时刻的加速度.式中各量均采用 SI 单位.

解 这是二维直角坐标系下的平面运动,可用矢量式求解.

(1) 任意时刻的位矢

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(6-2t^2)\boldsymbol{j}$$

将 $t=1$ s 和 $t=2$ s 代入得,1 s 和 2 s 时刻的位矢

$$\boldsymbol{r}_1=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\ \text{m}$$

$$\boldsymbol{r}_2=(4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\ \text{m}$$

1~2 s 内的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}=(2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j})\ \text{m}$$

1~2 s 内的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=(2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j})\ \text{m/s}$$

(2) 由 $\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ 得任一时刻的速度

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$$

将 $t=1$ s 代入得,1 s 时的速度

$$\boldsymbol{v}_1=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})\ \text{m/s}$$

(3) 由 $\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$得,任一时刻的加速度

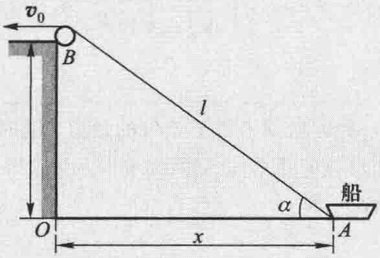
$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=-4\boldsymbol{j}\ \text{m/s}^2$$

例 1-3

如图所示,在离水面高度为 h 的岸边有人用绳子跨过一定滑轮用恒定的速度 v_0 拉船靠岸,试分析船运动的速率比 v_0 大还是比 v_0 小?船是否作匀速运动?

① 本书中,方程之后括注 SI 单位表示方程中的各量均采用"SI 单位".并请注意,"SI 单位"并非"国际单位制单位"的缩写,而是国际单位制中构成一贯制的那些单位(相当于国际单位制的主单位),这些单位除质量的单位 kg 外,均不带 SI 词头.例如长度的"SI 单位"只有一个,即 m,而 cm,mm,μm 以及 km 等等,虽然都是国际单位制单位,但不是"SI 单位"(长度的"SI 单位"不带 SI 词头).

解 设船的速率为 u，t 时刻船位于 A 处，绳长为 l，船离岸边 O 点的距离为 x.船前进时，绳长 l、x 和 α 角都在改变，在三角形 AOB 中



例 1-3 图

$$l^2=x^2+h^2$$

两边求导数得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

因为 $v_0=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$，$u=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，故船的速度为

$$u=\frac{l}{x}v_0=\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}v_0=\frac{v_0}{\cos\alpha}$$

可见船速率 u 大于绳头速度 v_0.船前进时 α 角增大，v_0 是常量，故船的速率越来越快，船作加速运动.设船的加速度为 a，则

$$a=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}v_0\right)=-\frac{h^2}{x^3}v_0^2$$

（负号表示加速度的方向指向岸边）

船作变加速直线运动.

那么为什么不能用 $u=v_0\cos\alpha$ 来求船速呢？这是因为虽然绳头的速率为 v_0，但由于角 α 也在变化，所以通过定滑轮后绳上各点的速率并不是 v_0，从定滑轮到船头的这段绳上各点速率均不相同，绳上各点既有平动又有绕定滑轮的转动，是两种运动的合成，因此与船相连处绳尾的速率大于 v_0，故不能用 $u=v_0\cos\alpha$ 来求船速.

例 1-4

跳伞运动员从 1 200 m 高空下跳，起初不打开降落伞作加速运动.由于空气阻力的作用，会加速到“终极速率”200 $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ 而开始匀速下降.下降到离地面 50 m 处时打开降落伞，很快速率会变为 18 $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ 而匀速下降着地.若起初加速运动阶段的平均加速度按 $g/2$ 计，此跳伞运动员在空中一共经历了多长时间？

解 题中已知条件为：$h_0=1200\ \mathrm{m}$，$v_0=0$，$v_1=200\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}=55.6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$v_2=18\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}=5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$h_2=50\ \mathrm{m}$，$a=\frac{g}{2}$，跳伞运动员在空中一共经历了三段时间.

第一段时间，运动员加速下落，根据 $v_1=v_0+at_1$ 得

$$t_1=\frac{v_1}{g/2}=\frac{2\times55.6}{9.8}\ \mathrm{s}=11.3\ \mathrm{s}$$

加速下落的距离为

$$h_1=\frac{1}{2}at_1^2=\frac{1}{2}a\frac{v_1^2}{a^2}=\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g/2}=\frac{v_1^2}{g}=\frac{55.6^2}{9.8}\ \mathrm{m}=315\ \mathrm{m}$$

第二段时间，运动员以速率 v_1 匀速下落

$$t_2=\frac{h_0-h_1-h_2}{v_1}=\frac{1200-315-50}{55.6}\ \mathrm{s}=15.0\ \mathrm{s}$$

第三段时间，运动员以速率 v_2 匀速下落

$$t_3=\frac{h_2}{v_2}=\frac{50}{5}\ \mathrm{s}=10\ \mathrm{s}$$

运动员在空中总共经历的时间为

$$t=t_1+t_2+t_3=11.3\ \mathrm{s}+15.0\ \mathrm{s}+10\ \mathrm{s}=36.3\ \mathrm{s}$$

例 1-5

一质点的运动方程为 $x=x(t)$, $y=y(t)$,计算质点的速度大小时,(1) 有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$,然后根据 $v=\dfrac{dr}{dt}$,求得 v 的值.(2) 有人先计算 $v_x=\dfrac{dx}{dt}$, $v_y=\dfrac{dy}{dt}$,然后求得 v 的值,即 $v=\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$.你认为哪种方法正确? 方法不正确的错在哪里?

解 第二种方法正确.因为速度是矢量,满足关系:

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})=\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$$

在上式求导中,因 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 是单位常矢量,因此 $\dfrac{d\boldsymbol{i}}{dt}=0$, $\dfrac{d\boldsymbol{j}}{dt}=0$.所以速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

第一种方法只考虑了位矢的量值 r 随时间 t 的变化,而没有考虑位矢方向的变化,所以第一种方法是错误的.即

$$v=\frac{dr}{dt}=\frac{d}{dt}\sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{2}\frac{2x\dfrac{dx}{dt}+2y\dfrac{dy}{dt}}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{xv_x+yv_y}{r}$$

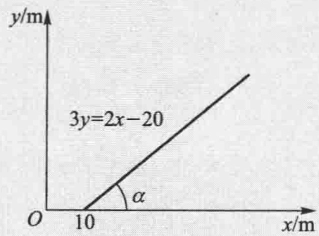
$$\neq\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

$v=\dfrac{dr}{dt}$ 只是径向速度的大小.

例 1-6

一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$,在 $t=0$ 时, $\boldsymbol{r}_0=10\boldsymbol{i}$, $v_0=0$.求:(1) 任意时刻的速度和位矢;(2) 质点在 Oxy 平面上的轨迹方程,并画出轨迹的示意图,式中各量单位均采用 SI 单位.

解 该题属于质点运动学的第二类问题,已知加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$ 及初始条件,求速度及运动方程,采用积分的方法来解决.



例 1-6 图

(1) 由加速度定义式 $\boldsymbol{a}=\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ 及初始条件 $t_0=0$ 时, $v_0=0$,积分可得

$$\int_0^{\boldsymbol{v}}d\boldsymbol{v}=\int_0^t\boldsymbol{a}dt=\int_0^t(6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})dt$$

$$\boldsymbol{v}=6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}$$

又由 $\boldsymbol{v}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ 及初始条件 $t=0$ 时, $\boldsymbol{r}_0=10\boldsymbol{i}$,积分可得

$$\int_{r_0}^{r}d\boldsymbol{r}=\int_0^t\boldsymbol{v}dt=\int_0^t(6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})dt$$

$$\boldsymbol{r}=(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}$$

(2) 由上述结果可得质点运动方程的分量式,即

$$x=10+3t^2$$

$$y=2t^2$$

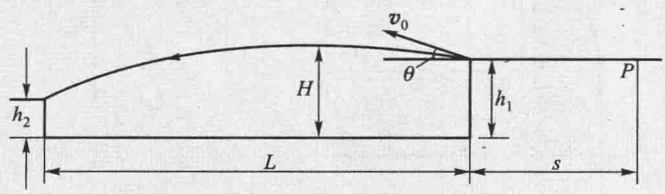
消去参量 t,可得质点运动的轨迹方程

$$3y=2x-20$$

这是一个直线方程,直线斜率 $k=\dfrac{dy}{dx}=\tan\alpha=\dfrac{2}{3}$, $\alpha=33°41'$.轨迹如图所示.

例 1-7

为迎接香港回归，柯受良 1997 年 6 月 1 日驾车飞越黄河壶口，如图所示，东岸跑道长 265 m，柯驾车从跑道东端启动，到达跑道终端时速度为150 km · h^{-1}，他随即以仰角 5°冲出，飞越跨度为 57 m，安全落到西岸木桥上.求：(1) 按匀加速运动计算，柯在东岸驱车的加速度和时间各是多少？(2) 柯跨越黄河用了多长时间？(3) 若起飞点高出河面 10.0 m，柯驾车飞行的最高点离河面几米？(4) 西岸木桥桥面和起飞点的高度差是多少？



例 1-7 图

解　在图中，$s = 265$ m，$v_0 = 150$ km · h^{-1} = 4.17 m · s^{-1}，$\theta = 5°$，$L = 57$ m，$h_1 = 10$ m.

(1) 按匀加速运动计算，柯在东岸的加速度

$$a=\frac{v_0^2}{2s}=\frac{(4.17)^2}{2\times 265}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}=3.28\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

加速的时间

$$t_1=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\times 265}{3.28}}\text{ s}=12.7\text{ s}$$

(2) 柯跨越黄河所用的时间

$$t_2=\frac{L}{v_0\cos\theta}=\frac{57}{4.17\times\cos 5°}\text{ s}=1.37\text{ s}$$

(3) 柯飞行最高点离河面距离

$$H=h_1+\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}=10\text{ m}+\frac{(4.17)^2\times\sin^2 5°}{2\times 9.8}\text{ m}=10.67\text{ m}$$

(4) 西岸木桥桥面和起飞点的高度差为

$$h_2-h_1=v_0\sin\theta t_2-\frac{1}{2}g\,t_2^2$$

$$=4.17\times\sin 5°\times 1.37\text{ m}-\frac{1}{2}\times 9.8\times 1.37^2\text{ m}$$

$$=-4.22\text{ m}$$

即西岸木桥桥面比起飞点低 4.22 m.

例 1-8

一半径为 0.50 m 的飞轮在启动时的短时间内，其角速度与时间的平方成正比，在 $t = 2.0$ s 时测得轮缘一点的速度值为 4.0 m · s^{-1}.求：(1) 该轮在 $t' = 0.5$ s 时的角速度，轮缘一点的切向加速度、法向加速度和总加速度；(2) 该点在2.0 s 内所转过的角度.

解　(1) 因 $\omega r = v$，由题意 $\omega \propto t^2$ 得比例系数

$$k=\frac{\omega}{t^2}=\frac{v}{rt^2}=\frac{4.0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{0.50\text{ m}\times(2.0\text{ s})^2}=2\text{ rad}\cdot\text{s}^{-3}$$

所以 $\omega = 2t^2$，ω 是 t 的函数，则 $t' = 0.5$ s 时的角速度、角加速度以及轮缘一点的切向加速度和法向加速度分别为

$$\omega=2t'^2=2\times 0.5^2=0.5(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$$

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=4t'=4\times 0.5=2.0(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$$

$$a_t=\alpha r=2.0\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}\times 0.50\text{ m}=1.0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_n=\omega^2 r=(0.5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1})^2\times 0.50\text{ m}=0.125\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

总加速度矢量及大小分别为

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\alpha r\boldsymbol{e}_t+\omega^2 r\boldsymbol{e}_n$$

$$a=\sqrt{(\alpha r)^2+(\omega^2 r)^2}=$$

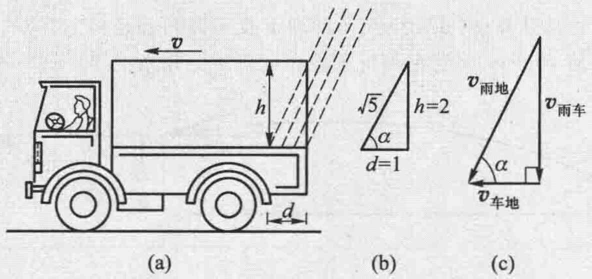
$$\sqrt{(1.0)^2+(0.125)^2}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}=1.01\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

(2) 在 2.0 s 内该点所转过的角度

$$\theta-\theta_0=\int_0^2\omega\,dt=\int_0^2 2t^2\,dt=\frac{2}{3}t^3\Big|_0^2=5.33(\text{rad})$$

例 1-9

一带篷的卡车,篷高 $h=2$ m.当它停在路上时,倾斜的雨滴落入车内,离车厢后沿 $d=1$ m 内都淋着雨,如图(a)所示,当卡车以 $v=15\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ 的速率沿平直路面行驶时,雨滴恰好不能落入车内,求雨滴速度.



例 1-9 图

解 设地面为 S 系,车为 S′系.根据速度变换式

$$\boldsymbol{v}_{雨地}=\boldsymbol{v}_{雨车}+\boldsymbol{v}_{车地}$$

由题意 $\boldsymbol{v}_{雨地}$ 的方向与地面成 α 角,如图(b)所示,且有

$$\tan\alpha=\frac{h}{d}=2,\quad \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

当车行驶时,$\boldsymbol{v}_{雨车}$ 的方向竖直向下,与 $\boldsymbol{v}_{车地}$ 的方向垂直,由图(c)得

$$v_{雨地}=\frac{v_{车地}}{\cos\alpha}=\frac{15}{1/\sqrt{5}}\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}=33.5\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

第二章 牛顿定律

一、教学基本要求

1. 掌握牛顿三个定律的物理意义及其适用条件.
2. 理解常见力——万有引力、弹性力和摩擦力的性质.能正确分析物体受力.
3. 熟练掌握用牛顿定律解决动力学两类问题的方法和步骤.
4. 了解非惯性系与惯性系的区别以及在非惯性系中求解力学问题的方法.

二、基本概念及基本规律

1. 牛顿运动定律

牛顿第一定律 任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变运动状态为止.其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}=0\text{ 时},\ \boldsymbol{v}=\text{常矢量}$$

该定律说明:

(1) 任何物体都具有保持原有运动状态不变的性质,因此第一定律又称惯性定律.

(2) 力是迫使物体改变运动状态,产生加速度的原因.

(3) 适用于惯性系.

牛顿第二定律 物体动量随时间的变化率等于作用于物体的合外力,其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$$

此式又称为质点动力学方程.当物体的速度 $v\ll c$,m 为常量时,上式可写成

$$\boldsymbol{F}=m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a}$$

牛顿第二定律

(1) 是瞬时关系式,即表示物体在某瞬时所受的力与该时刻的加速度之间的关系.

(2) 是矢量式,当几个外力同时作用于物体时,所有外力的矢量和等于物体的质量乘以加速度,具体计算时常用它的分量式.

在直角坐标系中 矢量式:$\boldsymbol{F}=ma_x\boldsymbol{i}+ma_y\boldsymbol{j}+ma_z\boldsymbol{k}$

$$\text{分量式:}\begin{cases}F_x=ma_x\\F_y=ma_y\\F_z=ma_z\end{cases}$$

在自然坐标系中 矢量式:$\boldsymbol{F}=ma_t\boldsymbol{e}_t+ma_n\boldsymbol{e}_n$

$$\text{分量式:}\begin{cases}F_t=ma_t=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\\F_n=ma_n=m\dfrac{v^2}{\rho}\end{cases}$$