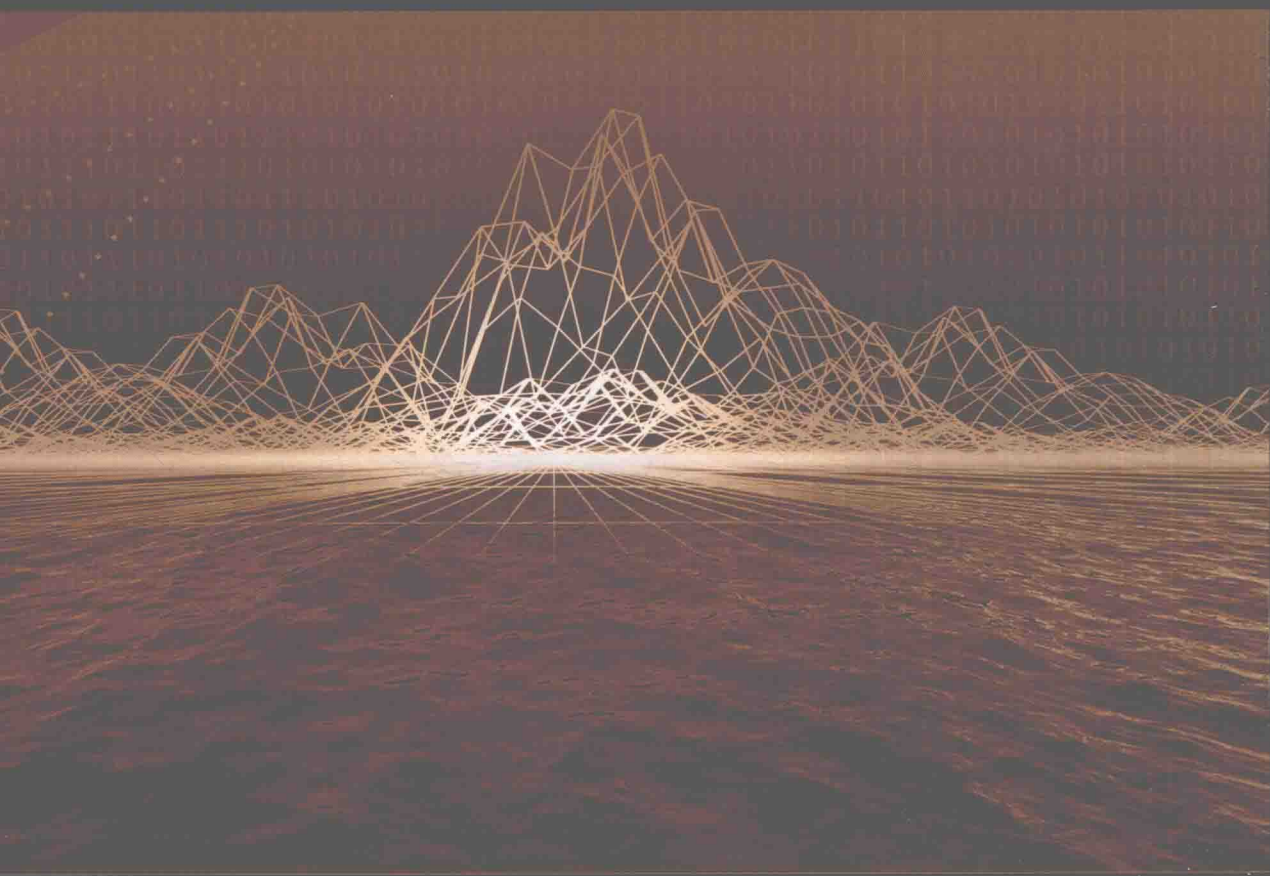


The Application and Research
of Mathematical Model
in Ecology

34

数学模型在生态学 的应用及研究

杨东方 陈 豫 编著



海洋出版社

数学模型在生态学的应用及研究(34)

The Application and Research of Mathematical Model in Ecology(34)

杨东方 陈 豫 编著

海洋出版社

2016 年 · 北京

内 容 提 要

通过阐述数学模型在生态学的应用和研究,量化地展示生态系统中环境因子和生物因子的变化过程,揭示生态系统的规律和机制以及其稳定性、连续性的变化,使生态数学模型在生态系统中发挥巨大作用。在科学技术迅猛发展的今天,通过该书的学习,可以帮助读者了解生态数学模型的应用、发展和研究的过程;分析不同领域、不同学科的各种各样生态数学模型;探索采取何种数学模型应用于何种生态领域的研究;掌握建立数学模型的方法和技巧。此外,该书还有助于加深对生态系统的量理解,培养量化研究生态系统的思维。

本书主要内容为:介绍各种各样的数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、水文和水动力,以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。

本书适合气象学、地质学、海洋学、环境学、生物学、生物地球化学、生态学、陆地生态学、海洋生态学和海湾生态学等有关领域的科学工作者和相关学科的专家参阅,也适合高等院校师生作为教学和科研的参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学模型在生态学的应用及研究. 34/杨东方,陈豫编著. —北京:海洋出版社,2015.11
ISBN 978-7-5027-9309-8

I. ①数… II. ①杨… ②陈… III. ①数学模型-应用-生态学-研究 IV. ①Q14

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第256321号

责任编辑:鹿 源

责任印制:赵麟苏

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路8号 邮编:100081

北京华正印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所经销

2016年3月第1版 2016年3月第1次印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:20

字数:450千字 定价:60.00元

发行部:62132549 邮购部:68038093 总编室:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

《数学模型在生态学的应用及研究(34)》编委会

主 编 杨东方 陈 豫

副主编 王凤友 冯志纲 杨佩华 吴有富 陈 睿

编 委 (按姓氏笔画为序)

刁春燕 王 艺 王志康 邓 婕 田景仁

朱四喜 苏春花 杨丹枫 李伟民 张 玮

周 玮 赵孝梨 黄 宏 常彦祥 童 红

数学是结果量化的工具

数学是思维方法的应用

数学是研究创新的钥匙

数学是科学发展的基础

杨东方

要想了解动态的生态系统的基本过程和动力学机制,尽可从建立数学模型为出发点,以数学为工具,以生物为基础,以物理、化学、地质为辅助,对生态现象、生态环境、生态过程进行探讨。

生态数学模型体现了在定性描述与定量处理之间的关系,使研究展现了许多妙不可言的启示,使研究进入更深的层次,开创了新的领域。

杨东方

摘自《生态数学模型及其在海洋生态学应用》

海洋科学(2000),24(6):21—24.

前 言

细大尽力,莫敢怠荒,远迎辟隐,专务肃庄,端直敦忠,事业有常。

——《史记·秦始皇本纪》

数学模型研究可以分为两大方面:定性和定量的,要定性地研究,提出的问题是“发生了什么或者发生了没有”;要定量地研究,提出的问题是“发生了多少或者它如何发生的”。前者是对问题的动态周期、特征和趋势进行了定性的描述,而后者是对问题的机制、原理、起因进行了定量化的解释。然而,生物学中有许多实验问题与建立模型并不是直接有关的。于是,通过分析、比较、计算和应用各种数学方法,建立反映实际的且具有意义的仿真模型。

生态数学模型的特点为:(1)综合考虑各种生态因子的影响。(2)定量描述生态过程,阐明生态机制和规律。(3)能够动态地模拟和预测自然发展状况。

生态数学模型的功能为:(1)建造模型的尝试常有助于精确判定所缺乏的知识和数据,对于生物和环境有进一步定量了解。(2)模型的建立过程能产生新的想法和实验方法,并缩减实验的数量,对选择假设有所取舍,完善实验设计。(3)与传统的方法相比,模型常能更好地使用越来越精确的数据,将生态的不同方面所取得的材料集中在一起,得出统一的概念。

模型研究要特别注意:(1)模型的适用范围:时间尺度、空间距离、海域大小、参数范围。例如,不能用每月的个别发生的生态现象来检测1年跨度的调查数据所做的模型。又如,用不常发生的赤潮模型来解释经常发生的一般生态现象。因此,模型的适用范围一定要清楚。(2)模型的形式是非常重要的,它揭示内在的性质、本质的规律,来解释生态现象的机制、生态环境的内在联系。因此,重要的是要研究模型的形式,而不是参数,参数是说明尺度、大小、范围而已。(3)模型的可靠性,由于模型的参数一般是从实测数据得到的,它的可靠性非常重要,这是通过统计学来检测的。只有可靠性得到保证,才能用模型说明实际的生态问题。(4)解决生态问题时,所提出的观点,不仅要数学模型支持这一观点,还要从生态现象、生态环境等各方面的事实来支持这一观点。

本书以生态数学模型的应用和发展为研究主题,介绍数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、气象、水文和水动力以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及数学模型应用的意义。认真掌握生态数学模型的特点和功能以及注意事项。生态数学模型展示了生态系统的演化过程并预测了自然资源可持续利用。通过本书的学习和研究,能促进自然资源、环境的开发与保护,推进生态经济的健康发展,加强生态保护和环境恢复。

本书获得贵州民族大学出版基金、“贵州喀斯特湿地资源及特征研究”(TZJF-2011年-44号)项目、“喀斯特湿地生态监测研究重点实验室”(黔教全KY字[2012]003号)项目、教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-12-0659)项目、“西南喀斯特地区人工湿地植物形态与生理的响应机制研究”(黔省专合字[2012]71号)项目、“复合垂直流人工湿地处理医药工业废水的关键技术研究”(筑科合同[2012205]号)项目以及浙江海洋学院出版基金、海洋公益性行业科研专项——浙江近岸海域海洋生态环境动态监测与服务平台技术研究及应用示范(201305012)项目、贵州民族大学引进人才科研基金资助项目(校引才科研2014(02)号)、国家海洋局北海环境监测中心主任科研基金——长江口、胶州湾、浮山湾及其附近海域的生态变化过程(05EMC16)的共同资助下完成。

此书得以完成应该感谢北海环境监测中心崔文林主任、上海海洋大学李家乐院长、浙江海洋学院吴常文校长和贵州民族大学张学立校长;还要感谢刘瑞玉院士、冯士筴院士、胡敦欣院士、唐启升院士、汪品先院士、丁德文院士和张经院士。诸位专家和领导给予的大力支持,提供的良好的研究环境,成为我们科研事业发展的动力引擎。在此书付梓之际,我们诚挚感谢给予许多热心指点和有益传授的其他老师和同仁。

本书内容新颖丰富,层次分明,由浅入深,结构清晰,布局合理,语言简练,实用性和指导性强。由于作者水平有限,书中难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。

沧海桑田,日月穿梭。抬眼望,千里尽收,祖国在心间。

杨东方 陈 豫

2015年10月10日

目 次

橙汁冷冻浓缩动力学模型	(1)
地源热泵的降温系统模型	(6)
土壤结构的破碎公式	(9)
白菜采收期与产量的预测模型	(14)
梯田土壤的水分空间公式	(21)
静电雾化的粒径分布预测模型	(25)
老芒麦的优化灌溉公式	(29)
弧齿锥齿轮铣齿机的加工模型	(31)
农用地的级别评价公式	(35)
农田的空间配置公式	(39)
农用地的产能核算公式	(43)
三峡库区的植被覆盖度公式	(46)
梨果实蠕变的黏弹性模型	(50)
农用地的综合地价测算模式	(54)
耕地质量的评价公式	(58)
农用地的最大标准粮产量公式	(61)
土地开发的潜力评价公式	(66)
农药喷洒的决策系统模型	(69)
生菜的氮、磷、钾施用量公式	(72)
玉米的叶病斑图像分割公式	(75)
冬小麦籽粒蛋白质的预测模型	(80)
水果的成熟度公式	(83)
农田环境的选择样点公式	(87)
土地遥感图像的水印算法	(90)
土壤重金属的空间变异公式	(94)
控制害虫的农药模型	(97)
人参床土的颗粒分形维数公式	(102)
烤烟的蒸腾耗水模型	(104)

螺旋进气道的涡流公式	(108)
灌水量对麦产量的预测公式	(111)
作物冠层的瞬态气体交换公式	(116)
基本农田的数量分解模型	(119)
畦灌水流的推进模型	(121)
玉米叶部病害的图像识别函数	(125)
土壤组分的温度分布扩展模型	(128)
涝渍和涝后的作物产量公式	(131)
风力发电机的能量转换模型	(133)
焦油胶粘剂的特性计算	(136)
淀粉的研磨模型	(140)
生态退耕的规划标准公式	(144)
海堤的波浪爬高公式	(149)
管柱式的沉井体稳定公式	(153)
潮水位的计算	(155)
混合浪波的要素公式	(158)
尾水的余能计算	(162)
沿岸的输沙公式	(164)
水汽含量的输送公式	(167)
沉箱消波堤的吸能方程	(170)
矩形桩柱的惯性力方程	(175)
波浪和潮位的叠加公式	(180)
墩式结构的稳定方程	(182)
海平面和基准面的计算	(184)
码头的稳定性方程	(186)
防波堤护面层的条石结构方程	(189)
多柱间的流体动力方程	(193)
海岸线的高度计算公式	(197)
风暴潮的数值模拟	(199)
能谱和波高的计算	(202)
沿海护岸的工程计算	(206)
潮流的分布公式	(209)
胶州湾水域的波浪计算	(211)

海流的谱公式	(215)
河口的波浪谱公式	(218)
桩柱上的波浪力计算	(221)
风浪的波高和周期公式	(224)
地下水位的预测模型	(229)
波浪的折射方程	(231)
渔港码头的基床公式	(236)
堤顶高程的越波量公式	(238)
海平面的预测模型	(242)
莱州湾的潮流公式	(245)
潮位仪的补偿误差公式	(248)
不规则区域的测量面积公式	(251)
海浪的周期计算	(255)
码头施工的进展模型	(257)
波浪破碎的位置计算	(259)
不规则波的越波量公式	(262)
海水入侵的咸淡水界面模型	(266)
近岸水域的含沙量计算	(268)
油膜的漂移速度公式	(270)
土地垦殖的评价公式	(273)
均质岸坡的塌岸预测模型	(275)
植物物种的多样性测度	(277)
耕地总量的动态平衡方程	(279)
泥石流危险度的评价公式	(281)
地质灾害的信息量模型	(284)
山地生态系统的稳定性模型	(286)
山区耕地的土壤流失方程	(288)
山区生态经济的区划模型	(290)
林冠滴溅的土壤侵蚀模型	(292)
土地利用的预测模型	(294)
三峡坝区的边坡构造公式	(299)
边坡岩体的渗透张量方程	(304)
边坡的可靠性模型	(306)

橙汁冷冻浓缩动力学模型

1 背景

为了降低果汁在冷冻浓缩过程中由于冰晶夹带造成的损失并提高浓缩速度,需要获得冷冻浓缩过程中冰晶的增长规律。方婷等^[1]以橙汁为原料,采用二级冷冻浓缩方法,利用冰与水溶液之间的固液相平衡的原理,将水分从液态转变为固态的冰,使橙汁的浓度从 13°Bx 浓缩到 34°Bx。从冰晶中所夹带的可溶性固形物与橙汁浓度的关系中,获得分配系数 K 。这表明,冰晶中所夹带的可溶性固形物随浓度的提高而增加。根据 Fick 扩散方程式建立了冰晶增长动力学模型,展示了冰晶增长速率与冰晶质量成正比,同时也受到最大冰晶量的抑制,采用 Powell 法,对试验数据回归模型参数,利用龙格—库塔法进行数值积分求得模型解。

2 公式

2.1 模型的建立

在晶体的生长过程中,包含着两个基本的步骤:溶质扩散和溶质在晶体表面上的沉积反应。溶质在晶体表面附近的扩散速率是由在晶体表面附近的固—液相界面间的液膜层所决定的^[2,3]。

晶体生长过程中,根据 Fick 扩散方程式,溶质的扩散速率与浓度差成正比,与扩散面积成正比,与扩散距离成反比,可由式(1)形式来表达^[4]:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\alpha A}{\delta} (C - C_f) \quad (1)$$

式中, A 为晶体表面积; δ 为液膜厚度; α 为比例系数,也称扩散系数,代表溶质在溶液中的扩散速率特性; C_f 为固体表面溶液中的溶质浓度; C 为溶液中的溶质浓度; m 为晶体质量; t 为时间。

在晶体表面,溶质的沉积速率与溶液的过饱和程度成正比^[5],与表面积成正比,晶体的增长速率可表示为:

$$\frac{dm}{dt} = k_s A (C_s - C_s) \quad (2)$$

式中, k_s 为比例系数,代表沉积特性; C_s 为饱和浓度。

由式(1)、式(2)可得:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{A}{\left[\frac{1}{k_s} + \frac{\delta}{\alpha}\right]}(C - C_s) \quad (3)$$

在果汁的冷冻浓缩进程中,冰晶的增长可以采用以上晶体增长的理论来描述,冰晶表面积和冰晶质量之间的关系可表述为:

$$A = \phi \frac{m_i}{\rho_i} \quad (4)$$

式中, ρ_i 为冰晶密度; ϕ 为常数。

式(3)和式(4)可合并表述为:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{\phi}{\rho_i \left[\frac{1}{k_s} + \frac{\delta}{\alpha}\right]} m_i (C - C_s) \quad (5)$$

在冰晶形成中,应该将水看成溶质,溶质逐步结晶。设体系的总质量为 m , 结冰前,体系中水的总质量为 m_o , 故水(溶质)的浓度可以表示为 $C_o = \frac{m_o}{m}$ 。

在结冰过程中,体系的总质量仍然为 m , 部分水冻结为冰,其质量为 m_i , 故冰的浓度可以表示为 $C_i = \frac{m_i}{m}$, 剩下的水质量为 m_w , 水的浓度可以表示为 $C = \frac{m_w}{m}$ 。

结冰前水的质量等于结冰后冰晶的质量与水质量之和,因此有:

$$m_o = m_w + m_i \quad (6)$$

两边同除以体系的总质量 m :

$$\frac{m_o}{m} = \frac{m_w}{m} + \frac{m_i}{m} \quad (7)$$

有:

$$C_o = C + C_i \quad (8)$$

在这里 C 和 C_i 可以分别被认为是液态水的浓度和冰的浓度。在总质量相同的同一个体系中,对水的平衡要求有:

$$C = C_o - C_i \quad (9)$$

由式(5)、式(9),可得:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{\Phi(C_o - C_s)}{\rho_i \left(\frac{1}{k_s} + \frac{\delta}{\alpha}\right)} m_i \left\{ 1 - \left(\frac{C_i}{C_o - C_s} \right) \right\} \quad (10)$$

C_o 和 C_s 可以分别被认为是液态水的初始浓度和平衡浓度,所谓平衡浓度是指冰晶的质量到了不能够继续增加时液态水的浓度, $(C_o - C_s)$ 表示可得到的最大冰晶浓度,因此:

$$\frac{C_i}{C_o - C_s} = \frac{m_i}{m_{i,\max}} \quad (11)$$

$m_{i,\max}$ 为最大冰晶质量,假设:

$$\beta = \frac{\Phi(C_o - C_s)}{\rho_i \left[\frac{1}{k_s} + \frac{\delta}{\alpha} \right]} \quad (12)$$

将 β 代入式(10)可得^[6]:

$$\frac{dm_i}{dt} = \beta m_i \left(1 - \frac{m_i}{m_{i,\max}} \right) \quad (13)$$

该方程表示冷冻浓缩时冰晶增长的速度与冰晶的质量成正比,比例系数是冰晶生长速度常数 β ,但当冰晶的质量逐步接近最大冰晶量的时候,冰晶的增长速度将逐渐减少。

事实上,系数 $\beta = \frac{\Phi(C_o - C_s)}{\rho_i \left[\frac{1}{k_s} + \frac{\delta}{\alpha} \right]}$ 并不是常数的,因为其中的 k_s 和 α 随着浓度的增加而减少, δ 随着浓度的增加而增加,这意味着 β 因浓度的增加而相应减少,本模型应该是一变系数方程。

其变系数可以表示为一个常数与一个变数的乘积,即 $\beta\beta'$,其中 β' 为变数。为了解决变系数微分方程求解难的问题,将变数 β' 表示成一个能够随浓度变化的修正系数,该系数修正的变化由初始的 1 到最大冰晶时的 0,即可以表示为 $\beta' = \left(1 - \frac{m_i}{m_{i,\max}} \right)^{k'}$,其中 k' 为待定系数,修正系数 β' 变化的幅度取决于 k' 。式(13)可以表示为:

$$\frac{dm_i}{dt} = \beta m_i \left(1 - \frac{m_i}{m_{i,\max}} \right)^{1+k'} \quad (14)$$

若 $k = 1 + k'$,有:

$$\frac{dm_i}{dt} = \beta m_i \left(1 - \frac{m_i}{m_{i,\max}} \right)^k \quad (15)$$

这是待定系数的一阶常微分方程初值问题,采用 Powell 法对试验数据回归模型参数 β 和 k ,利用龙格-库塔法进行数值积分,求得数值解。

2.2 模型的验证

2.2.1 果汁浓度、果汁质量、冰晶质量以及冻结点温度的测定方法

随着冷冻浓缩的进行,原溶液中不断地生成冰晶,固液两相的质量随着时间的变化而变化,符合如下两个平衡等式。

总质量平衡:

$$m = m_j + m_i \quad (16)$$

可溶性固形物总质量平衡:

$$mS_o = m_j S_j + m_i S_i \quad (17)$$

式中, m 为总质量; m_j 为浓缩液质量; m_i 为冰晶质量; S_o 为可溶性固形物初始浓度; S_j 为浓缩液中可溶性固形物浓度; S_i 为冰晶中可溶性固形物浓度。

2.2.2 一级冷冻浓缩仿真结果

总果汁量 $m_o = 6.26 \text{ kg}$ 。初始果汁浓度 $C_o = 13^\circ\text{Bx}$, 随着浓缩的进行, 冰晶质量不断增加, 果汁浓度不断提高, 到了一定程度, 达到平衡, 此时冰晶质量为最大冰晶生成量, 该数值可从试验获得, 在本试验中, 其值为 $m_{i,\max} = 3.36 \text{ kg}$ 。

由于在开始时果汁需要到达过冷状态, 才能产生冰核, 并逐步形成冰晶, 计算的初值是 $t = 0$ 时, $m_{i,0} = 0.10 \text{ kg}$, 对式(15)求解。实验采用龙格—库塔法计算在不同时间内冰晶质量变化的模型值。并求得系数 $\beta = 0.72/\text{h}$, $k = 1.41$ 。

即冷冻浓缩橙汁冰晶质量生长动力学模型:

$$\frac{dm_i}{dt} = 0.72m_i \left(1 - \frac{m_i}{m_{i,\max}} \right)^{1.41} \quad (18)$$

将式(16)、式(18)联立求解, 其结果见图1。

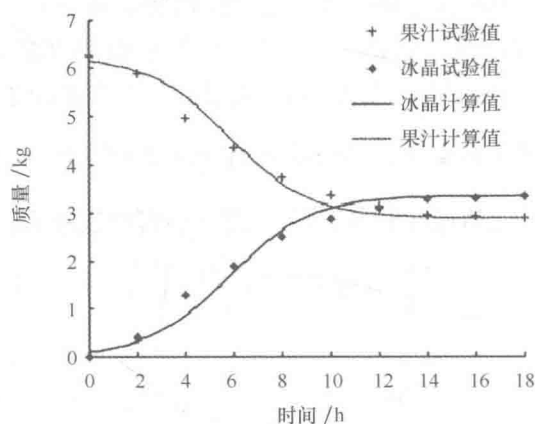


图1 一级浓缩中仿真和测定的果汁、冰晶质量

2.2.3 冰晶中夹带溶质与果汁浓度关系

在多相存在的情况下, 溶质分布于各相之间。通过分布系数 K 可以在体系中描述各相之间的平衡, 果汁中的可溶性固形物分配系数可被定义为:

$$K = \frac{S_i}{S_j} \quad (19)$$

以各点冰晶中夹带的可溶性物质浓度与果汁浓度的比 K 为纵坐标, 以果汁浓度 S_j 为横坐标, 回归得到线性方程 $K = 0.0041S_j - 0.0824$, 如图2所示。该方程表示分配系数随着果汁浓度的增加而增加, 也就是说, 随着果汁浓度的增加, 冰晶中夹带的可溶性物质也会逐步增加。根据 K 可以测算果汁的损失率。

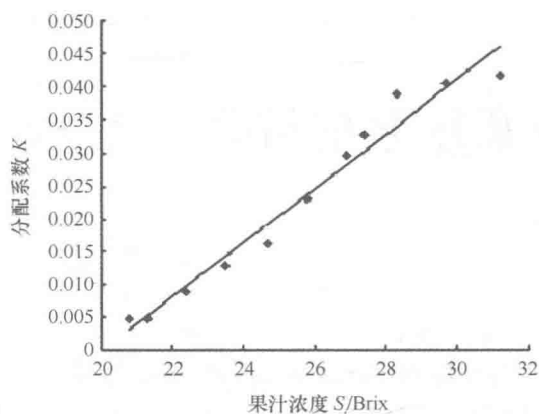


图2 果汁浓度与分配系数关系

3 意义

根据 Fick 扩散方程式建立了冰晶增长动力学模型,展示了冰晶增长速率与冰晶质量成正比,同时也受到最大冰晶量的抑制。确定了橙汁的浓度及其对应的冻结点温度的关系,模型表明:在试验范围内,冻结点与浓度呈线性关系并随浓度的升高而降低。采用 Powell 法,对试验数据回归模型参数,利用龙格—库塔法进行数值积分求得模型解,计算结果与试验结果吻合,该模型能为建立冰晶增长的质量、热量传递之间的平衡提供一定的理论依据和试验参考,加深对橙汁冷冻浓缩过程的认识。

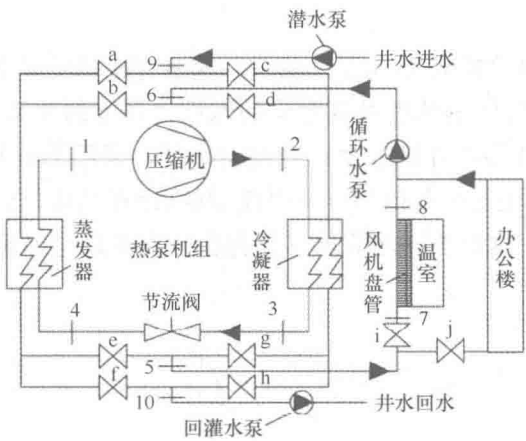
参考文献

- [1] 方婷,陈锦权,唐凌,等. 橙汁冷冻浓缩动力学模型的研究. 农业工程学报,2008,24(12):243-248.
- [2] Levent Bayindirli. Mathematical analysis of freeze concentration of apple juice. Journal of Food Engineering,1993, (19): 95-107.
- [3] 肖旭霖,李慧. 苹果汁冷冻浓缩工艺的研究. 农业工程学报,2006,22(1):192-194.
- [4] Steve H. The role of freeze concentration in waste water disposal. Filtration and Separation, 1999, 36(10): 34-35.
- [5] Khusnatidinov N, Petrenko V F. Fast-growth technique for ice single crystals. Journal of Crystal Growth, 1996, 163(4): 420-425.
- [6] 江华,余世援. 低聚木糖溶液冷冻浓缩时冰晶生长动力学研究. 林产化学与工业,2007,23(3): 53-56.

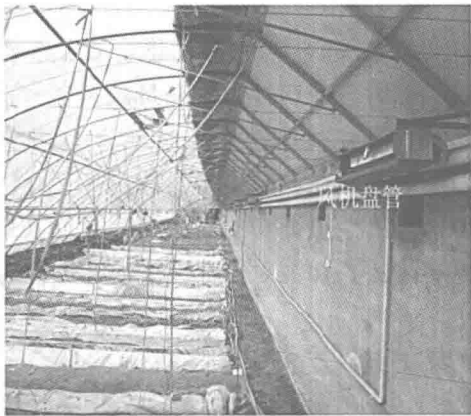
地源热泵的降温系统模型

1 背景

随着世界范围内能源与环境间矛盾的不断加剧,地源热泵技术在消耗化石类能源较大的相关农业领域中具有了广阔的应用前景。为探索地源热泵降温技术在设施农业领域中的应用途径和发展潜力以及寻求传统蒸发式降温系统存在设施内湿度较高等问题的解决方法,柴立龙等^[1]在北京地区日光温室中进行了地源热泵(图1)温室夏季降温试验研究。该研究以 COP 即性能系数为评价指标对系统降温性能进行分析,并提出适用于该研究的能量传递和系统性能分析模型。



a. 地源热泵空调系统示意图



b. 温室风机盘管布置

图1 地源热泵系统

2 公式

结合前人工作^[2,3],本研究提出温室地源热泵降温系统的能量传递模型及性能分析模型:

$$Q_{well} = m_{well}(h_{10} - h_9) \tag{1}$$