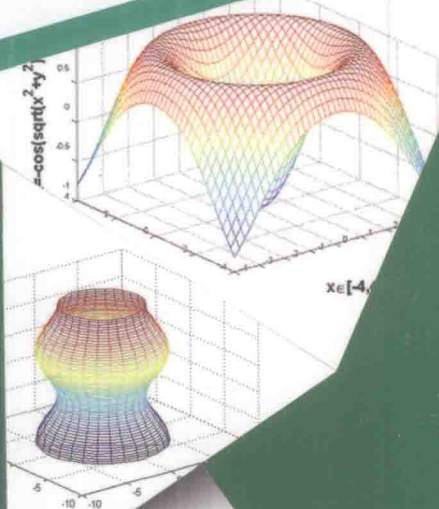


全国高等职业教育公共课规划教材

经济应用数学

王玲芝 主编

丁遥 陈艳燕 房小栋 副主编



$$k_3 = hf(x_{i-1} + \frac{h}{2}, y_{i-1} + \frac{h}{2})$$
$$b_i = (\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(0)} + \sum_{j=i}^n a_{ij}x_j^{(1)})$$
$$\Delta y_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y \frac{a_{ij}b_i - (\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(0)})}{x_i} dx$$
$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y) dx = \int_{x_k}^{x_{k+1}} (1 + \frac{a_{ij}}{x_i}) dx$$
$$k_2 = \sqrt{6y_n + 0.5\pi k_1} + 0.5\pi k_1$$

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

全国高等职业教育公共课规划教材

经济应用数学

王玲芝 主 编

丁 遥 陈艳燕 房小栋 副主编

内 容 简 介

本书是为了满足高职高专院校培养应用型技术人才的需要,依据目前高职学生数学基础的实际状况,结合经管类各专业对高等数学相关知识的需求编写的。主要包括:函数、极限和连续,一元函数微分学,积分及其应用,多元函数微分学,线性代数,概率论,数理统计,数学软件及其应用。

本书适合作为高职高专以及成人高等教育经济管理类各专业的学生学习经济数学的教材,也可用作从事经济、管理工作的技术人员更新知识的自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学/王玲芝主编. —北京:中国铁道出版社,2012.11

全国高等职业教育公共课规划教材

ISBN 978-7-113-15573-5

I. ①经… II. ①高… III. ①经济数学—高等职业教育—教材 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 252073 号

书 名:经济应用数学
作 者:王玲芝 主编

策 划:秦绪好
责任编辑:赵 鑫 徐盼欣
封面设计:付 巍
封面制作:白 雪
责任印制:李 佳

读者热线:400-668-0820

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)

网 址:<http://www.51eds.com>

印 刷:北京海淀五色花印刷厂

版 次:2012年11月第1版 2012年11月第1次印刷

开 本:787 mm×1092 mm 1/16 印张:17.25 字数:407千

印 数:1~3000册

书 号:ISBN 978-7-113-15573-5

定 价:33.00元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)63549504



全国高等职业教育公共课规划教材

专家委员会

主任：高 林

副主任：严晓舟 鲍 洁

委 员：（按姓氏笔画排序）

包华林 成立平 孙勇民 孙晓雷

李国桢 邹京生 张乐天 陈 斌

陈年友 陈丽能 杨秀英 杨翠明

郭江平 曹 毅 盛鸿宇 梁永生

蔡国辉 廖世平 魏文芳



▶▶ 全国高等职业教育公共课规划教材

编审委员会

主任：高 林

副主任：严晓舟 鲍 洁

委员：（按姓氏笔画排序）

干国胜 王 琴 王学滨 王玲芝

白春平 李 波 李爱萍 肖海华

何玲玲 张云萍 张文瑛 张宏武

范 光 范婵娟 周春霞 柯东林

秦绪好 唐本赛 黎玉浓 潘劲松



《国家“十二五”规划纲要》、《国家中长期教育改革和发 展规划纲要(2010—2020 年)》、《教育部关于推进高等职业教育改革创新引领职业教育科学发展的若干意见》(教职成[2011]12 号)等文件指出,我国经济社会发展已经进入新的时期,面对当前的新形势以及国家发展战略对高等职业教育改革提出的新需求,高等职业教育必须坚持以服务为宗旨、以就业为导向,走产学研结合发展道路的办学方针,以提高质量为核心,以增强特色为重点,创新体制机制,深化教育教学改革,抓住机遇、迎接挑战。进一步明确经济社会发展和高素质人才培养对高等职业教育提出的新期望,进一步准确把握高等职业教育在建设现代职业教育体系中的时代定位,进一步明确新时期赋予高等职业教育的新任务,推动高等职业教育事业在新时期实现科学发展,努力办出中国特色、世界水准的高等职业教育。

高等职业教育的公共课程是我国高职教育人才培养体系中的重要组成部分,然而在高等职业教育专业课程体系改革不断取得新进展的同时,对以传授知识为主的高职公共课程改革已经刻不容缓。自 2008 年以来,由北京联合大学高职所承担的北京市“十一五”期间职业院校教师素质提高工程项目,历时 3 年先后培训北京市高职公共课程教师 393 名,与此同时与参加培训的高职公共课程教师共同开展了高职公共课程改革研究,提出了公共课程在高职人才培养和课程体系中的定位、作用,并创新性地提出高职公共课程的职业基础分析方法和课程设计方法,并将职业基础分析作为高职公共课程设计开发的起点和基础。2011 年教育部高职高专电子信息类专业教学指导委员会组织多所高职院校校长,从高职人才培养的整体考虑和课程体系系统建设视角,研究高职公共课程改革问题,一致决定按新的高职公共课程设计思想,探索高职公共课程改革的道路。在此基础上,我们组织全国多所高职院校公共课教育的教师进行“全国高等职业教育公共课规划教材”的开发与教学资源建设工作,希望通过我们的努力,进一步推动高职公共课程的改革。

高职公共课程的目的在于培养学生作为社会人的公民意识、社会责任,作为职业人的适应职业生涯发展的基本职业能力。因此职业基础分析主要包括三方面内容:通识素质-能力分析、职业基础核心能力分析和新需求能力分析。

1. 通识素质-能力分析

通识教育是面向全体学生所实施的一种培养健全品格和理性精神的教育。高职通识教育的本质就是使学生建立作为社会人的公民意识、社会责任,学会做人、学会做事、学会生存,拥有谋生与自立的能力,使之成为受过高等教育、有教养的高级技能型人才,成为一个负责任的公民。

2. 职业基础核心能力分析

职业基础核心能力基本上与我国劳动和社会保障部于 2007 年公布的“职业核心能力”相一致,反映了人们职业生涯中除岗位专业能力之外的基本能力,适用于各种职业,适应岗位的不断变换,是伴随人终身的可持续发展能力,又分为职业方法能力和职业技能能力。

职业方法能力一般具有明确的方式、手段,是劳动者的基本能力。

职业方法能力包括语言文字能力、信息处理能力、数字应用能力和创新创业能力。职业技巧能力是指与他人交往、合作、共同生活和工作的自我学习能力。它是劳动者在职业活动中必须具备的基本素质。

3. 新需求能力分析

现代科学技术的发展促使生产技术更新的周期迅速缩短,使人们的职业结构和技能结构处于经常的变化之中,因此必须提高未来人才的基础素质和职业转移能力。这就要求现代职业人要具备适应于知识的激增和时代发展而不断获取新理念、新思维、新方法、新技术的能力。

在职业基础分析的基础上,我们按课程分别组织教师进行教材的编写工作,同时在编写过程中组织专家对编写的稿件进行详细审读,并要求作者进行相应修改。目前,建设现代职业教育体系,创新中国特色高等职业教育人才培养模式,已成为高等职业教育发展的主流趋势。希望通过“全国高等职业教育公共课规划教材”的出版,大力推动我国高等职业教育改革,实现优质资源共享,培养出更多符合社会需求的高素质技能型专门人才,提高高等职业教育质量,为我国经济社会发展做出应有的贡献。

本套教材不足之处,敬请各位专家、老师和广大同学不吝赐教。

“全国高等职业教育公共课规划教材”编审委员会

2012年6月

本书是依据教育部制定的“高职高专教育高等数学课程的教学基本要求”，结合高职高专生源数学基础的实际状况，结合经管类各专业对高等数学相关知识的需求，在借鉴全国高职高专院校经济类各专业经济数学课程教学改革经验的基础上编写的。

目前高职层面大多数学生并未掌握数学的精髓，对数学思想了解得比较肤浅，数学素质较差，甚至对数学产生恐惧心理，要改善目前面临的窘况，需要人们去发现数学中绚丽多姿而又深邃含蓄的数学美。“数学美”是一种重要的文化品格价值。数学教学如果没有美的挖掘和欣赏，无疑是一种缺憾。本书就是想从数学文化的视角，加入数学美的元素，唤起高职学生学习数学的热情，从而达到数学审美的最高境界——应用数学美去分析解决数学应用问题。

本书从组织方式上，在保证核心内容的基础上删繁就简，为不同的学校、不同的专业、不同的教师、不同的学生留下适当的空间，以体现各自的特色，数学美的内容安排在每一章的最后一节，现阶段可以作为选讲内容，今后可以逐步推进。

全书共分为8章：第1章 函数、极限和连续；第2章 一元函数微分学；第3章 积分及其应用；第4章 多元函数微分学；第5章 线性代数；第6章 概率论；第7章 数理统计；第8章 数学软件及其应用。书后附有常用的数理统计数值表及各章节的习题参考答案。

本书的编写得到了教育部高职高专电子信息类教学指导委员会的鼎力支持和帮助，该委员会对本书的编写进行了指导，并提出了宝贵的意见。本书由王玲芝担任主编，丁遥、陈艳燕、房小栋担任副主编，天津现代职业技术学院的陈琳老师参加了本书的校对工作，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中疏漏之处在所难免，敬请读者批评指正。

编者
2012年6月

第1章 函数、极限和连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 函数的定义	1
1.1.2 初等函数	4
1.1.3 常用经济函数	7
习题 1.1	9
1.2 极限	10
1.2.1 数列的极限	10
1.2.2 函数的极限	11
1.2.3 极限的运算	13
1.2.4 无穷小与无穷大	16
习题 1.2	19
1.3 函数的连续性	20
1.3.1 连续函数的概念	20
1.3.2 函数的间断点	21
1.3.3 初等函数的连续性	21
1.3.4 闭区间上连续函数的性质	22
习题 1.3	22
1.4 数学文化与数学美简介	23
1.4.1 数学文化与数学美	23
1.4.2 无穷小悖论	24
1.4.3 极限的思想美	25
1.4.4 数学的经济应用美(连续复利计算问题)	26
习题 1.4	28
小结	28
总习题一	29
第2章 一元函数微分学	31
2.1 导数的概念	31
2.1.1 导数概念的引例	31
2.1.2 导数的定义	32
2.1.3 用定义计算导数	32
2.1.4 导数的几何意义	33
2.1.5 可导与连续的关系	33
习题 2.1	34
2.2 导数的运算	34
2.2.1 基本导数公式	34
2.2.2 四则运算的求导法则	35

2.2.3	复合函数的求导法则	35
2.2.4	高阶导数	36
2.2.5	其他求导方法	37
习题 2.2		38
2.3	函数的微分	39
2.3.1	微分的定义	39
2.3.2	微分的几何意义	40
2.3.3	微分的运算	40
2.3.4	微分在近似计算中的应用	42
习题 2.3		42
2.4	导数的应用	43
2.4.1	洛必达法则	43
2.4.2	函数的单调性与极值	44
2.4.3	函数的最值及应用举例	46
2.4.4	函数的凹向与拐点	48
习题 2.4		49
2.5	导数在经济分析中的应用	50
2.5.1	边际与边际分析	50
2.5.2	需求价格弹性	51
2.5.3	经济分析中的最大值与最小值问题	51
习题 2.5		54
2.6	数学美在导数公式中的体现及导数的应用美	54
2.6.1	数学美在导数公式中的体现	56
2.6.2	导数的经济应用美	56
习题 2.6		57
小结		58
总习题二		58
第3章	积分及其应用	60
3.1	定积分——求总量的模型	60
3.1.1	认识定积分	60
3.1.2	定积分的概念	61
3.1.3	定积分的几何意义	62
3.1.4	定积分的性质	63
习题 3.1		64
3.2	微积分基本公式	64
3.2.1	原函数和不定积分的概念	64
3.2.2	基本积分公式	65
3.2.3	微积分基本公式	66
习题 3.2		68
3.3	积分法	68
3.3.1	第一换元积分法(凑微分法)	68
3.3.2	第二换元积分法	69
3.3.3	分部积分法	70

习题 3.3	72
3.4 无穷区间上的积分	72
习题 3.4	74
3.5 定积分的应用	74
3.5.1 平面图形的面积	74
3.5.2 积分的经济应用(已知边际函数求总函数)	76
3.5.3 投资问题	77
习题 3.5	78
3.6 常微分方程初步	79
3.6.1 从经济量的关系认识微分方程	79
3.6.2 微分方程的有关概念	79
3.6.3 可分离变量型的微分方程在经济中的应用	80
3.6.4 一阶线性微分方程	81
习题 3.6	83
3.7 数学美鉴赏与数学经济问题建模初步	83
3.7.1 数学美鉴赏	83
3.7.2 积分学的应用美(数学经济问题建模初步)	84
3.7.3 本章历史人物——牛顿和莱布尼茨	90
习题 3.7	92
3.8 从变中有不变的观点体味数学的思想美	93
3.8.1 变中有不变也是一种美	93
3.8.2 从变中有不变纵观“微积分”	94
习题 3.8	95
小结	95
总习题三	96
 第4章 多元函数微分学	 98
4.1 多元函数的极限与连续	99
4.1.1 二元函数的概念	99
4.1.2 二元函数的极限与连续	101
习题 4.1	102
4.2 偏导数及其经济意义	102
4.2.1 偏增量与全增量及偏导数	102
4.2.2 高阶偏导数	104
4.2.3 偏导数在经济问题中的应用	104
习题 4.2	107
4.3 全微分	108
4.3.1 全微分的概念	108
4.3.2 全微分的应用	108
习题 4.3	110
4.4 二元函数极值	110
4.4.1 二元函数极值与最值	110
4.4.2 条件极值与拉格朗日乘数法在经济问题中的应用	112
习题 4.4	114

4.5 对称美的应用	114
4.5.1 利用对称性求偏导数	114
4.5.2 利用对称性解方程	115
习题 4.5	116
小结	117
总习题四	118
 第5章 线性代数	121
5.1 行列式	121
5.1.1 二元线性方程组与二阶行列式	121
5.1.2 三阶行列式	122
5.1.3 n 阶行列式	123
习题 5.1	124
5.2 行列式的性质	125
5.2.1 行列式的性质	125
5.2.2 利用行列式的性质计算	126
5.2.3 克莱姆法则	128
习题 5.2	130
5.3 矩阵及其运算	131
5.3.1 矩阵的定义	131
5.3.2 几种特殊的矩阵	132
5.3.3 矩阵的运算	133
习题 5.3	138
5.4 矩阵的逆	140
5.4.1 逆矩阵的定义和性质	140
5.4.2 逆矩阵的计算	140
5.4.3 逆矩阵的应用	141
习题 5.4	142
5.5 矩阵的初等行变换	143
5.5.1 矩阵的初等行变换和等价	143
5.5.2 初等行变换化阶梯形矩阵	143
5.5.3 初等行变换求逆矩阵	144
5.5.4 用初等变换法求解矩阵方程 $AX=B$	145
习题 5.5	146
5.6 矩阵的秩	147
5.6.1 矩阵的子式	147
5.6.2 用初等行变换求矩阵秩	147
习题 5.6	149
5.7 线性方程组的解	149
5.7.1 线性方程组的有关概念	149
5.7.2 线性方程组解的判断	150
习题 5.7	153
5.8 线性代数中的数学文化	154
5.8.1 线性代数的起源	154

5.8.2 线性代数的经济应用美	155
习题 5.8	159
小结	160
总习题五	161
第6章 概率论	164
6.1 随机事件及其概率	164
6.1.1 概率论应用引例	164
6.1.2 随机事件	165
6.1.3 事件间的关系及运算	166
6.1.4 随机事件的概率	167
习题 6.1	173
6.2 随机变量及其概率	174
6.2.1 随机变量	174
6.2.2 离散型随机变量及概率分布	175
6.2.3 连续型随机变量及其概率密度	176
6.2.4 分布函数	177
6.2.5 几种常见随机变量的分布	178
习题 6.2	183
6.3 随机变量的数字特征	184
6.3.1 研究随机变量的数字特征的意义	184
6.3.2 数学期望	185
6.3.3 方差	185
习题 6.3	187
6.4 概率论中的数学文化	187
6.4.1 概率论起源	187
6.4.2 概率论中的经济应用美	188
习题 6.4	191
小结	192
总习题六	194
第7章 数理统计	196
7.1 总体与样本	196
7.1.1 总体与样本	196
7.1.2 样本均值和方差	197
习题 7.1	197
7.2 常用统计量及其分布	198
7.2.1 统计量	198
7.2.2 几个常用统计量及其分布	198
习题 7.2	200
7.3 参数估计	200
7.3.1 参数估计的概念	201
7.3.2 参数的点估计	201
7.3.3 参数的区间估计	202

习题 7.3	205
7.4 假设验证	205
7.4.1 假设验证的思想和方法	205
7.4.2 正态总体参数的假设验证	207
习题 7.4	209
7.5 一元线性回归	209
7.5.1 一元线性回归模型	210
7.5.2 求参数 a, b 的最小二乘估计	210
7.5.3 一元线性回归的相关性检验	211
习题 7.5	212
7.6 数理统计中的数学文化	213
7.6.1 数理统计的起源	213
7.6.2 数理统计的应用美	214
习题 7.6	216
小结	216
总习题七	217
第8章 数学软件及其应用	220
8.1 Matlab 软件基本操作	220
8.1.1 Matlab 软件基本介绍	220
8.1.2 Matlab 的基本特点	223
8.1.3 Matlab 软件中的基本数学运算	223
习题 8.1	226
8.2 Matlab 在微积分中的简单应用	226
8.2.1 用 Matlab 求极限	226
8.2.2 用 Matlab 进行求导运算	227
8.2.3 用 Matlab 做函数图象	228
8.2.4 用 Matlab 求一元函数积分	231
8.2.5 用 Matlab 解代数方程和常微分方程	233
8.2.6 用 Matlab 求多元函数偏导数	234
习题 8.2	234
8.3 Matlab 在线性代数中的简单应用	235
8.3.1 用 Matlab 进行矩阵运算	235
8.3.2 用 Matlab 解线性方程组	236
习题 8.3	237
8.4 Matlab 在概率统计中的简单应用	237
8.4.1 用 Matlab 计算常见分布的概率	237
8.4.2 随机变量数字特征的计算	238
8.4.3 Matlab 在参数估计上的应用	239
8.4.4 Matlab 在假设检验上的应用	240
习题 8.4	241
习题参考答案	242
附录	256
参考文献	262

第 1 章

函数、极限和连续

函数、极限和连续都是微积分的基本概念. 函数是微积分的研究对象, 极限是微积分的理论基础, 连续是函数的一个重要性质. 本章讲述函数的概念、特性和初等函数, 介绍极限的概念以及运算; 讨论函数的连续性以及连续函数的性质, 为今后的学习打下必要基础.

1.1 函 数

函数是经济数学研究的主要对象, 本节将在中学数学知识的基础上, 进一步介绍函数的概念及其性质.

1.1.1 函数的定义

在现实世界中, 变化无处不在. 例如, 某品牌手机的销量与单价会随着市场波动而变化, 我们称之为变量. 当单价降低时, 销量一般都会上升, 因此这些变量之间并不是彼此孤立的, 而是相互联系、相互制约的. 这种变量间的相依关系反映到数学上就是函数关系, 它描述了自然现象中的变化规律.

【例 1】 (复利息问题) 设银行贷出数量为 A_0 的款, 每期利率为 r . 若一期结算一次, 则 t 期后连本带利可收回

$$S_1 = A_0(1+r)^t;$$

若每期结算 m 次, 则 t 期后连本带利可收回

$$S_2 = A_0 \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \right]^t = A_0 \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{mt}.$$

上式中, t 为期数, 当 t 发生改变时, S_1, S_2 也会相应改变, 而 m, r 的值总是不变. 因此, 在这个问题中, m, r 是常量, t 和 S_1, S_2 都是变量. 当 t 取某一数值时, 都有一个确定的 S_1, S_2 与之对应.

【例 2】 某工厂每日生产某手机的固定成本为 7000 元, 每生产一部手机成本增加 100 元, 则该工厂每日的总成本 C 与产量 x 之间的对应关系式为

$$C = 7000 + 100x.$$

当产量 x 在生产能力允许的范围内取值时, 总成本 C 也随之有一个确定的数值与之对应. 例如, 当 $x=90$ 时, $C=7000+100 \times 90=16\,000$.

上述两个例子都给出了变量与变量间的对应关系, 它们有一个共同特征: 其中一个变量的任何取值, 都有另一变量的相应取值与之对应, 这种对应关系就是函数.

1. 函数的概念

定义 1.1 设 x, y 是两个变量, 若对非空数集 D 中每一个值 x , 按照一定的对应法则 f , 总有唯一确定的数值 y 和它对应, 则称变量 y 是 x 的函数, 记作

$$y=f(x), \quad x \in D.$$

其中, x 为自变量, y 为因变量, 数集 D 为定义域, f 是函数符号, 它表示 y 与 x 的对应法则. 函数符号也可由其他字母来表示, 如 g, F, G 等.

当自变量取定 $x_0 \in D$ 时, 与 x_0 对应的数值称为函数在点 x_0 处的函数值, 记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$. 当 x 取遍 D 中的每一个值时, 对应的函数值组成的集合称为函数的值域.

由函数的定义可知, 定义域和对应法则是函数定义的两个要素, 如果两个函数具有相同的定义域和对应法则, 那么它们就是同一个函数.

【例 3】 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{x-4}{x^2-3x-4}; \quad (2) y = \sqrt{2-x} + \log_2(x+2).$$

解 (1) 要使 $y = \frac{x-4}{x^2-3x-4}$ 有意义, 则分母

$$x^2-3x-4 \neq 0,$$

解得 $x \neq -1$ 且 $x \neq 4$, 所以函数的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, +\infty)$.

(2) 要使 $y = \sqrt{2-x} + \log_2(x+2)$ 有意义, 则有

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases};$$

解得 $-2 < x \leq 2$, 所以函数的定义域为 $(-2, 2]$.

【例 4】 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, 求 $f(0), f(1), f(-x), f(x^2+1)$.

$$\text{解 } f(0) = \frac{0-1}{0+1} = -1; \quad f(1) = \frac{1-1}{1+1} = 0;$$

$$f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1} = \frac{x+1}{x-1}; \quad f(x^2+1) = \frac{x^2+1-1}{x^2+1+1} = \frac{x^2}{x^2+2}.$$

【例 5】 下列各对函数是否相同? 为什么?

$$(1) f(x) = \lg x^2, \quad g(x) = 2\lg x;$$

$$(2) f(x) = \sqrt{1-\cos^2 x}, \quad g(x) = \sin x.$$

解 (1) 不相同. 因为 $f(x)$ 的定义域为 $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 而 $g(x)$ 的定义域为 $D_g = (0, +\infty)$, 显然两个函数的定义域不同, 所以 $f(x)$ 与 $g(x)$ 不相同.

(2) 不相同. 虽然两个函数的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$, 但 $f(x) = |\sin x|$, 对应法则不同.

2. 函数的表示方法

函数的表示法有三种: 解析法(公式法)、表格法(列表法)、图象法.

(1) 解析法: 函数的对应法则用数学表达式表示. 这在高等数学中是最常见的函数表示法, 它便于进行理论研究.

(2) 表格法: 将一系列自变量值 x 与对应的函数值 y 列成表格的形式.

(3) 图象法: 函数的对应法则用建立在平面直角坐标系上的几何图形来表示.

3. 函数的性质

(1) 函数的奇偶性

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 在关于原点对称的区间 I 内有定义, 若对于任意的 $x \in I$, 恒有 $f(-x)=f(x)$, 则称 $y=f(x)$ 为偶函数; 若 $f(-x)=-f(x)$, 则称 $y=f(x)$ 为奇函数.

从几何特征来看, 偶函数的图象关于 y 轴对称, 奇函数的图象关于原点对称, 如图 1.1 所示.

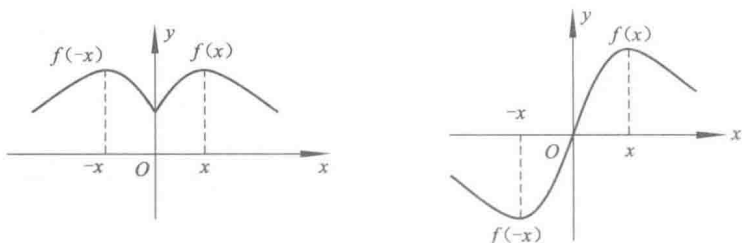


图 1.1

(2) 函数的单调性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义, 对于区间 I 内的任意两点 x_1, x_2 , 若当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内是单调增加的; 对于区间 I 内的任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内是单调减少的.

在几何上, 单调增加(减少)的函数图象是沿 x 轴的正向渐升的(或渐降的), 如图 1.2 所示.

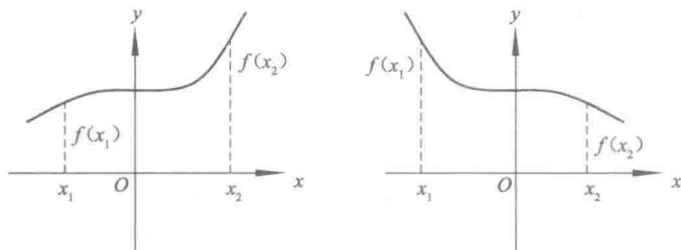


图 1.2

(3) 函数的周期性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义, 如果存在一个不为零的实数 T , 对于任意的 $x \in I$, 有 $(x+T) \in I$, 且恒有 $f(x+T)=f(x)$, 则称 $y=f(x)$ 是周期函数. 实数 T 称为周期. 通常我们所说的周期函数的周期指的是函数的最小正周期.

(4) 函数的有界性

定义 1.5 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义, 如果存在一个正数 M , 对于任意的 $x \in I$, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称 $f(x)$ 在 I 上有界. 否则称为无界.

例如, 函数 $y=\sin x$ 的图形介于两条直线 $y=-1$ 和 $y=1$ 之间, 即有 $|\sin x| \leq 1$, 这时称 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界函数.

4. 分段函数

定义 1.6 在定义域的不同范围内用不同的表达式表达的函数称为分段函数.

【例 6】 函数

$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{当 } x \geq 0 \\ -x & \text{当 } x < 0 \end{cases}$$

的定义域为 $\mathbf{R}$, 值域为 $[0, +\infty)$, 它称为绝对值函数, 其图象如图 1.3 所示. 该函数是分段函数.

【例 7】 函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x = 0 \\ -1 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$$

称为符号函数, 这也是分段函数, 记为 $\operatorname{sgn} x$, 它的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R = \{-1, 0, 1\}$, 图象如图 1.4 所示.